

*Que
sais-je?*

LES MÉTHODES DE PRÉVISION

**BERNARD COUTROT
ET FERNAND DROESBEKE**



PRESSES UNIVERSITAIRES DE FRANCE

QUE SAIS-JE ?

*Les méthodes
de prévision*

BERNARD COUTROT

FERNAND DROESBEKE



ISBN 2 13 038331 9

Dépôt légal — 1^{re} édition : 1984, septembre

© Presses Universitaires de France, 1984
108, boulevard Saint-Germain, 75006 Paris

INTRODUCTION

* Le travail mental de prévision est une des bases essentielles de la civilisation. Prévoir est à la fois l'origine et le moyen de toutes les entreprises, grandes ou petites. * P. Valéry, *Variété*, III.

Dans ce livre, nous avons voulu présenter un certain nombre de méthodes de prévision en essayant de mettre l'accent sur les principes et les fondements de chacune d'elles et de les illustrer au moyen de quelques exemples simples. Au vu de la table des matières, le lecteur se rendra compte que nous avons éliminé certaines approches telles les filtrages adaptatifs, la méthode Delphi, l'analyse des systèmes... Cette décision résulte du souci de présenter une matière cohérente basée sur l'observation de séries chronologiques, c'est-à-dire de valeurs successives d'une ou de plusieurs variables, dans le temps. Nombreuses sont en effet les situations où l'on ne dispose pas de valeurs passées pour prévoir les valeurs futures. Il ne s'agit donc pas de jouer le rôle de « Madame Soleil » ni celui de Nostradamus, mais plus simplement de répondre à la question : comment le phénomène analysé peut-il se comporter dans un avenir plus ou moins proche en se basant exclusivement sur la façon dont il s'est réalisé dans le passé ? Si cette démarche est moins « originale », elle est scientifiquement plus défendable et sera davantage conseillée à l'économiste, au responsable financier d'une entreprise ou au gestionnaire de stocks, à l'historien, au sociologue ou au politologue. C'est pour eux que nous avons rédigé cet ouvrage.

CHAPITRE PREMIER

MÉTHODES EMPIRIQUES D'ANALYSE DES SÉRIES CHRONOLOGIQUES

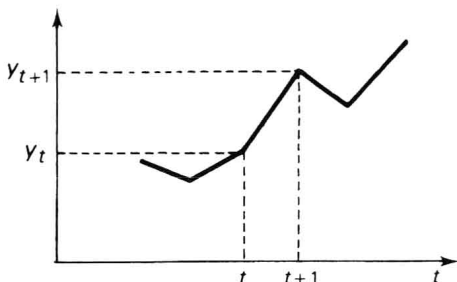
Les méthodes de prévision présentées dans ce livre reposent sur la prise en compte de deux facteurs :

- a) un ensemble de valeurs observées dans le passé, à des dates généralement fixées et équidistantes ;
- b) un ensemble d'hypothèses de travail permettant de justifier (parfois empiriquement) l'emploi de ces méthodes.

Nous envisagerons tout d'abord le cas où l'on dispose d'une série chronologique univariée $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ relative à une variable y sans tenir compte explicitement d'éventuelles influences extérieures. (Nous étudierons ultérieurement le cas des séries chronologiques *multivariées*.) Les notations utilisées reposent sur l'hypothèse que les dates auxquelles la variable y a été observée sont équidistantes et peuvent être représentées par les n premiers nombres entiers (l'unité de temps étant alors la distance entre deux dates d'observation successives). Nous utiliserons dans la suite la notation synthétique $\{y_t\}$ où nous sous-entendons que t varie de 1 à n . Notons enfin que nous n'envisagerons pas le cas de relevés *continus*, plus spécifique à l'étude de phénomènes physiques.

I. — Représentation graphique d'une série chronologique

L'analyse d'une série chronologique débute toujours par sa *représentation graphique*, obtenue en reliant par des segments de droite les couples successifs (t, y_t) et $(t + 1, y_{t+1})$.



La signification de ces points est différente selon que la variable y étudiée est une *variable d'intensité* — encore appelée *niveau* (prix, température...) — ou une *variable de débit* — aussi dénommée *flux* (consommation mensuelle d'électricité, chiffre d'affaires annuel d'un magasin...). Dans le premier cas, la valeur est affectée à un instant précis ; dans le second la valeur (cumulée) concerne un intervalle de temps et est généralement affectée, sur le graphique, au milieu de la période concernée.

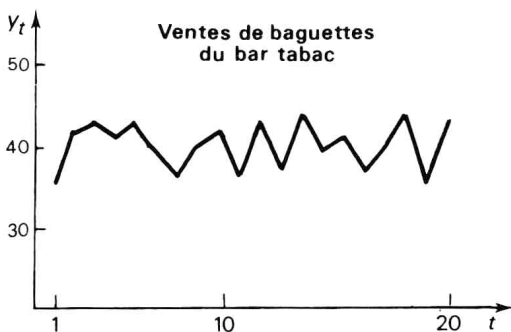
II. — Modèles descriptifs

L'analyse d'une série chronologique peut revêtir divers aspects. Pour introduire les plus élémentaires d'entre eux, prenons trois exemples :

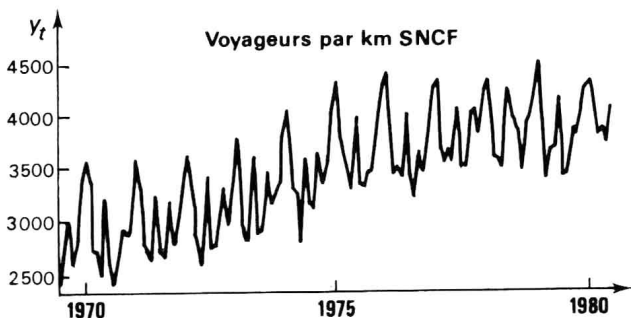
a) Le bar-tabac d'un village sert de dépôt à une boulangerie d'une ville voisine qui lui procure des

baguettes. La série des ventes relative à vingt jours consécutifs du mois de février 1982 est présentée dans le tableau et le graphique ci-dessous. Elle fait apparaître que ces ventes semblent fluctuer autour d'une moyenne stable, sans que l'on puisse émettre de loi particulière quant à ces fluctuations (du type périodicité, par exemple) :

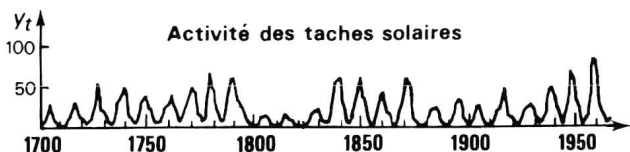
t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_t	35	42	43	41	43	39	36	40	42	36
t	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
y_t	43	37	44	39	41	37	40	44	35	43



b) Considérons par ailleurs la série relative au nombre mensuel de voyageurs par kilomètre relevé par la SNCF de 1970 à 1980. La représentation graphique montre que cette variable tend à croître au cours de la période considérée et qu'elle subit une influence certaine de l'alternance annuelle des saisons.



c) Enfin, la dernière série représente l'activité des taches solaires de 1700 à 1965 (extrait de [2], p. 245). Ce graphique fait apparaître une périodicité de l'ordre de onze ans.



Les remarques que l'on peut formuler au vu de ces différentes représentations graphiques permettent de comprendre que les premiers travaux destinés à analyser une série chronologique ont eu pour but de la *décomposer* en ses principales caractéristiques. Bien que cette approche soit assez empirique et peu satisfaisante sans hypothèses sous-jacentes, elle est d'une pratique courante. Nous la résumons ci-dessous, autant pour la décrire que pour insister sur le danger d'y recourir mécaniquement.

Dans cette approche, on suppose que le phéno-

mène étudié résulte de l'agrégation de quatre composantes :

a) La *tendance* (T) : cette composante représente l'évolution « moyenne » à *long terme* de la variable étudiée. Il faut noter que la notion de « long terme » est peu précise et varie selon le problème posé. Elle peut cependant être précisée par l'intermédiaire d'une analyse fréquentielle (cf. [7], [9]). Ainsi, dans nos exemples, seule la deuxième série présente manifestement une tendance croissante.

b) La *composante cyclique* (C) : cette composante, chère aux conjoncturistes, est souvent difficile à définir. Elle présente théoriquement un comportement périodique dont la période est suffisamment importante pour être qualifiée de mouvement à moyen ou à long terme, mais est d'autant plus difficile à isoler qu'il n'est pas toujours aisé de la distinguer de la précédente ; en effet la durée d'observation d'un mouvement périodique de période P doit être au moins égale à $2P$ pour le mettre en évidence.

c) La *composante saisonnière* (S) : comme la précédente, cette composante est supposée périodique. Elle se distingue cependant du fait que sa période est généralement dépendante de notre environnement. Cette liaison peut être naturelle, comme l'influence des saisons sur la consommation mensuelle d'électricité, ou due au mode d'organisation de notre société, comme l'impact de la période des fêtes de fin d'année sur le chiffre d'affaires mensuel d'un magasin de jouets. Dans les deux cas cités, ces influences se retrouvent chaque année. Malgré son nom, cependant, cette composante n'est pas toujours liée aux saisons. Ainsi, les relevés quotidiens mesurant la pollution d'une rivière dans

une région industrielle peuvent-ils présenter une composante saisonnière dont la période est de sept jours. Notons enfin que cette composante peut aussi être qualifiée de cyclique.

d) La *composante irrégulière* (E) : celle-ci regroupe tout ce qui n'est pas pris en compte par les composantes précédentes, et notamment les multiples influences extérieures qui ont pour caractéristique de ne pas avoir d'impact important sur l'allure générale de la série.

Comment combiner ces différentes composantes ? Deux lois d'agrégation sont généralement retenues : le *modèle additif* ($T + C + S + E$) et le *modèle multiplicatif* ($T \times C \times S \times E$). Notons que lorsque toutes les composantes de cette dernière expression sont strictement positives, le modèle multiplicatif est équivalent au modèle additif sur leurs logarithmes.

Le but de l'analyse descriptive traditionnelle consiste dès lors à tenter d'isoler certaines des composantes de la série observée. Celles qui ont suscité le plus d'intérêt sont incontestablement la *tendance* et la *composante saisonnière*.

III. — Analyse de tendance par méthodes de filtrage

Mettre en évidence la tendance d'une série chronologique peut intuitivement être facilité si les autres composantes sont éliminées, ou tout au moins fortement réduites. Pour ce faire, on recourt fréquemment au *lissage* au moyen d'un *filtre linéaire*, c'est-à-dire d'une transformation linéaire des observations. Cette opération consiste à remplacer la

série $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ par une série transformée $\{y_{p_1+1}^*, y_{p_1+2}^*, \dots, y_{n-p_1}^*\}$ où

$$y_t^* = \sum_{j=-p_1}^{p_2} \omega_j y_{t+j}$$

p_1 et p_2 sont des entiers non négatifs et

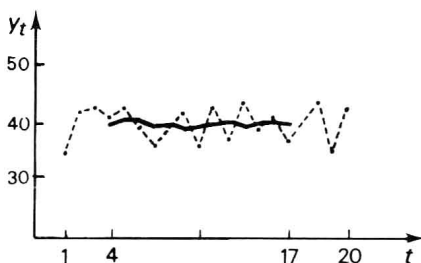
$$\{\omega_{-p_1}, \dots, \omega_0, \dots, \omega_{p_2}\}$$

un ensemble de coefficients de pondération indépendants de t . Le cas particulier le plus simple d'une telle transformation est celui de la *moyenne mobile symétrique simple d'ordre $k = 2p + 1$* (où p est un entier positif) telle que $p_1 = p_2 = p$ et $\omega_j = \frac{1}{k}$ ($j = -p, \dots, p$).

Ainsi, en déterminant les moyennes mobiles d'ordre 7 définies par

$$y_t^* = \frac{1}{7} \sum_{j=-3}^3 y_{t+j} \quad t = 4, 5, \dots, 17$$

à partir de la série des ventes de baguettes, on constate que la série filtrée $\{y_t^*\}$ est *moins fluctuante* que $\{y_t\}$ et fait mieux apparaître le caractère de stabilité mentionné dans cet exemple.



Il est intéressant de noter que :

- 1) la série filtrée est plus courte que la série initiale de $2p$ valeurs puisqu'il est nécessaire d'utiliser p valeurs antérieures et p valeurs postérieures pour calculer y_t^* ;
- 2) le calcul pratique de y_t^* passe par celui du *total mobile*

$$z_t = \sum_{j=-p}^p y_{t+j}$$

déterminé par la formule de récurrence

$$z_t = z_{t-1} + (y_{t+p} - y_{t-p-1})$$

$$t = p + 2, \dots, n - p.$$

Dans notre exemple, nous avons :

$$z_4 = 35 + 42 + 43 + 41 + 43 + 39 + 36 = 279$$

$$\Rightarrow y_4^* = \frac{279}{7} = 39,9$$

$$z_5 = z_4 + (y_8 - y_1) = 279 + (40 - 35) = 284$$

$$\Rightarrow y_5^* = \frac{284}{7} = 40,6$$

$$z_6 = z_5 + (y_9 - y_2) = 284 + (42 - 42) = 284$$

$$\Rightarrow y_6^* = \frac{284}{7} = 40,6$$

...

L'application successive de lissages par moyenne mobile symétrique simple conduit à un lissage par *moyenne mobile symétrique pondérée* vérifiant :

$$p_1 = p_2 = p, \quad \omega_j = \omega_{-j} \quad (j = 0, 1, 2, \dots, p)$$

et
$$\sum_{j=-p}^p \omega_j = 1.$$

Par exemple, la moyenne d'ordre 13 telle que

$$p = 6, \quad \omega_{-6} = \omega_6 = \frac{1}{24}$$

et $\omega_{-5} = \omega_{-4} = \dots = \omega_0 = \dots = \omega_5 = \frac{1}{12}$

est définie par :

$$y_i^* = \frac{1}{12} \left[\frac{1}{2} y_{t-6} + y_{t-5} + \dots + y_{t+5} + \frac{1}{2} y_{t+6} \right]$$

y_i^* peut aussi s'obtenir par détermination successive de deux moyennes arithmétiques portant respectivement sur 12 et 2 valeurs :

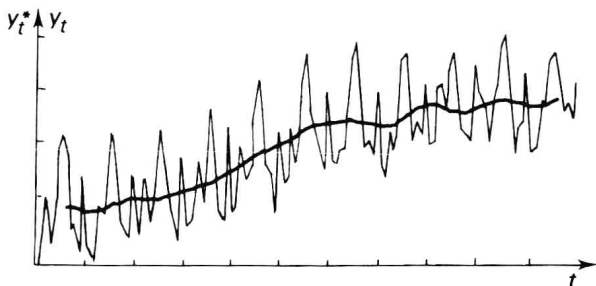
$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{y}_{t-1,t} = \frac{y_{t-6} + y_{t-5} + \dots + y_{t+5}}{12} \\ \bar{y}_{t,t+1} = \frac{y_{t-5} + y_{t-4} + \dots + y_{t+6}}{12} \\ y_i^* = \frac{\bar{y}_{t-1,t} + \bar{y}_{t,t+1}}{2} \end{array} \right.$$

Les notations utilisées dans ces relations soulignent que la parité du nombre d'observations intervenant dans les moyennes d'ordre 12 ne permet pas d'affecter ces dernières à une date d'observation. En effet, l'exemple ci-dessous montre que le calcul d'une moyenne concerne autant l'abscisse



que l'ordonnée. Ceci justifie le recours à une seconde moyenne d'ordre 2 permettant de centrer le résultat. C'est pourquoi y_t^* porte aussi le nom de *moyenne mobile centrée d'ordre 12*.

En appliquant ce type de filtrage à la série de voyageurs par kilomètre, on peut remarquer l'atténuation très forte des variations saisonnières.



De façon générale, l'application successive de moyennes mobiles symétriques pondérées fournit en définitive une moyenne mobile symétrique pondérée. Par exemple, l'application successive des moyennes mobiles définies par les ensembles de coefficients : $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right\}$, $\left\{\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right\}$, $\left\{\frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}\right\}$ et $\left\{-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, 1, \frac{3}{4}, -\frac{3}{4}\right\}$ donne la *moyenne mobile de Spencer* d'ordre 15 qui a pour coefficients de pondération :

$$\frac{1}{320}(-3, -6, -5, 3, 21, 46, 67, 74, 67, 46, 21, 3, -5, -6, -3).$$

D'autres exemples de moyennes mobiles ont été définis, telle la moyenne mobile de Henderson uti-

lisée notamment dans la méthode de désaisonnalisation du Censur (cf. p. 25).

Rappelons enfin (ou présentons) quelques propriétés des moyennes mobiles qui méritent d'être soulignées :

a) Le lissage par moyenne mobile fournit une série moins fluctuante que la série initiale, ce qui se traduit par une réduction de variance.

b) Le lissage par moyennes mobiles symétriques d'ordre k permet de filtrer une composante saisonnière de période k lorsque le modèle de composition est additif. C'est sur cette propriété que repose en grande partie l'intérêt pratique de leur utilisation. De façon plus générale, les propriétés des moyennes mobiles sont liées à l'analyse fréquentielle des séries chronologiques (cf. [7], [9]).

c) Le recours à une moyenne mobile symétrique dans un but de prévision n'est pas justifié. On utilise plutôt des *moyennes mobiles non symétriques* (cf. chap. II).

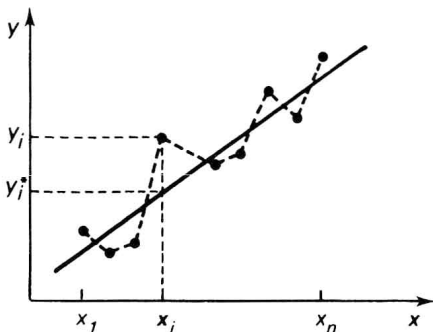
IV. — Analyse de la tendance par méthode d'ajustement

Cette approche repose sur l'hypothèse que la tendance peut être représentée par une courbe, supposée définie *a priori*, d'équation $y = f(x)$, où x est le temps. En supposant que $f(x)$ dépend d'un nombre fini de paramètres $a_1, a_2, \dots, a_r$, ceux-ci sont généralement déterminés à partir de la série observée $\{y_t\}$ en recourant à la *méthode des moindres carrés* qui consiste à minimiser l'expression

$$Q(a_1, a_2, \dots, a_r) = \sum_{t=1}^n [y_t - f(t)]^2.$$

Ainsi, dans le cas d'une *tendance linéaire*, on se trouve devant un problème analogue à celui considéré lors de la détermination d'une droite de régression à partir des couples d'observations $\{(x_i, y_i); i = 1, 2, \dots, n\}$ (le rôle des valeurs x_i étant joué ici par les instants t , cf. Annexe 1). Si $y = a + bx$ est l'équation de cette droite de tendance, le critère des moindres carrés consiste à minimiser la somme des carrés des résidus $e_i = y_i - y_i^*$, où $y_i^* = a + bx_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) :

$$Q(a, b) = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2.$$



Les paramètres a et b doivent donc vérifier le système d'équations normales :

$$\frac{\partial Q}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial Q}{\partial b} = 0$$

dont la solution est :

$$b = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}, \quad a = \bar{y} - b\bar{x}$$