



Проблемы советской экономики

ЭКОНОМИКО- МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗМЕЩЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВА



ИЗДАТЕЛЬСТВО · НАУКА ·

Академия наук СССР

Госплан СССР

Совет по изучению
производительных
сил



Проблемы советской экономики

ЭКОНОМИКО- МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗМЕЩЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВА



Издательство «Наука»

Москва 1982

В книге рассматриваются вопросы, связанные с моделированием оптимального размещения производительных сил в стране, в районе и в отдельных отраслях народного хозяйства. Предлагаются варианты взаимосвязанных региональных межотраслевых балансов и методические подходы к оценке показателей эффективности при создании промышленных узлов. Для широкого круга специалистов, занимающихся вопросами экономико-математического моделирования и оптимизации размещения производительных сил, а также проблемами эффективности территориального планирования.

Ответственный редактор
кандидат экономических наук
Ю. А. ШАТАЛИН

ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящее время в соответствии с решениями XXVI съезда КПСС осуществляемый в нашей стране переход экономики на путь интенсивного развития ставит новые задачи, которые, как указывает Л. И. Брежнев, «требуют развития теории, экономической науки, ее приближения к нуждам хозяйственной практики»¹. Постановлением ЦК КПСС и СМ СССР от 12 июля 1979 г. «Об улучшении планирования и усилении воздействия хозяйственного механизма на повышение эффективности производства и качества работы» была намечена система мер по дальнейшему совершенствованию планового руководства экономикой. В указанном постановлении как один из главных вопросов была поставлена задача поднять на качественно новый уровень работу плановых органов на основе усиления роли перспективных планов и улучшения разработки проектов планов развития отраслей в территориальном разрезе. Все это требует усилить внимание к вопросам научно обоснованного размещения производства, обеспечения пропорциональности в межотраслевом и межрегиональных разрезах, соблюдения сбалансированности планов, комплексного решения экономических и социальных задач.

Наиболее успешно и полно указанные вопросы решаются с помощью методов экономико-математического моделирования, которые являются эффективным и современным инструментом в деле расширения стоящих задач. В настоящее время в области разработки и использования экономико-математических методов, а также оптимизации различных аспектов социально-экономического развития имеется значительный опыт. Несмотря на то, что этот опыт не во всем позитивен, он имеет большое научное значение. Это в полной мере относится и к такой области научных исследований и плановой практики, как размещение производительных сил.

¹ Материалы XXVI съезда КПСС. М.: Политиздат, 1981, с. 51.

В данном сборнике вниманию читателей предлагается ряд статей, относящихся к решению отдельных вопросов экономико-математического моделирования в размещении производительных сил. В нем отражены результаты научных исследований этой сложной и обширной проблемы, проведенных в Совете по изучению производительных сил при Госплане СССР.

Моделированию межрайонных межотраслевых пропорций посвящены статьи Ю. К. Александрова и Д. Г. Петухова. Моделирование развития и размещения отдельной отрасли, а также некоторые методические вопросы, связанные с выбором критерия оптимальности в моделях, с оценкой действующих фондов предприятий рассматриваются в статьях Ю. А. Шаталина, Л. Н. Чухловой, В. Б. Васильева, В. С. Никитина.

Наименее разработаны в настоящее время вопросы моделирования развития и размещения производства в экономическом районе. Особенно сложна увязка развития районов с развитием хозяйства страны в целом. Моделирование регионального развития освещена в статьях М. В. Голубицкой, Ю. П. Чернова. В первой из них предлагается двухуровневая система оптимизационных расчетов, предусматривающая определение роли каждого из районов во всесоюзном разделении труда и оптимальную внутрирайонную территориальную организацию производства; во второй — рассматривается внутрирайонное размещение производства.

Задача оптимизации развития и размещения агропромышленного комплекса на примере конкретного района рассматривается в статье П. П. Бурнакова, В. В. Соколиковой, Ю. П. Чернова.

Оценке агломерационного эффекта при групповом размещении предприятий посвящена статья З. А. Лилеевой.

Вопросы взаимного соответствия систем планирования и управления исследуются в статье Е. М. Подольского. В ней предлагается хозрасчетный механизм, предназначенный для согласования интересов отдельных производственных коллективов с народнохозяйственными целями.

Ряд статей сборника отражает результаты исследований, доведенных до уровня использования в практических расчетах. Часть статей носит постановочный, дискуссионный характер.

Ю. К. Александров

ЗНАЧЕНИЕ МЕЖРАЙОННОЙ МЕЖОТРАСЛЕВОЙ МОДЕЛИ В АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЕ ПЛАНОВЫХ РАСЧЕТОВ

В решениях XXVI съезда партии значительное внимание уделено вопросам улучшения планирования народного хозяйства. В частности, поставлена задача «повысить действенность территориального планирования и его роль в развитии районов»¹. Одним из направлений повышения обоснованности разрабатываемых планов является внедрение и использование автоматизированной системы плановых расчетов.

В совершенствовании территориального планирования важную роль играет межрайонная межотраслевая модель. Она обеспечивает согласование основных параметров развития районов и отраслей. К сожалению, модель еще не нашла должного применения при разработке Генеральной схемы развития и размещения производительных сил и в практике территориального планирования. Это объясняется тем, что предлагаемые межрайонные межотраслевые модели (МММ) сложны, слишком детализированы и не обеспечены информацией. Еще недостаточно четко определено место модели в общей системе моделей оптимального планирования.

На наш взгляд, МММ в рамках системы АСПР должна обеспечивать решение следующих задач:

определение уровня развития отраслей специализации районов;

разделение основных ресурсов — рабочей силы и капиталовложений между отраслями народного хозяйства районов, между районами и целевыми комплексными программами;

оценку влияния важнейших факторов размещения на эффективность производства (природные и трудовые ресурсы, достижения научно-технического прогресса, социально-культурные и экологические характеристики условий проживания и др.);

¹ Материалы XXVI съезда КПСС. М.: Политиздат, 1981, с. 198.

оценку вклада каждого района в экономику страны; оценку проектов плана развития отдельных районов и союзной республики в целом, разрабатываемых союзными республиками, а также оценку предложений министерств по улучшению размещения отрасли.

МММ занимает ведущее место в системе моделей размещения производительных сил и территориального планирования, в рамках которой решаются все задачи по определению эффективной региональной структуры отрасли и социально-экономической структуры народного хозяйства районов и формированию территориального разреза народнохозяйственного плана.

В иерархии моделей МММ взаимодействует с комплексом моделей межотраслевого баланса (МОБ) — сверху и с моделями оптимизации развития и размещения отраслевых комплексов и отраслей и моделями районов — снизу.

Из МОБ на вход МММ поступает информация об объемах производства по важнейшим продуктам и затратах по основным ресурсам. Снизу для МММ требуется нормативная информация, содержащаяся в моделях оптимизации отраслей и моделях районов, и результаты решений по этим моделям.

Информация, поступающая снизу, предварительно агрегируется с помощью специальной модели.

Главное назначение МММ, — с одной стороны, уточнение возможности выполнения намечаемого объема выпуска продукции заданного состава с учетом районных ограничений, а с другой — установление лимитов основных ресурсов: труда и капиталовложений для районов, отраслей, целевых комплексных программ.

Расчеты по МММ выполняются сразу после получения результатов по модели МОБ, что обеспечивает большую скорость сходимости процесса согласования отраслей и районов.

Рассмотрим вариант построения МММ, ориентированный на решение поставленных выше задач.

Пусть заданы на конечный год планового периода объемы производства продукции в стране, уровень затрат в отраслях, суммарные затраты трудовых ресурсов и капиталовложений в стране. Все эти данные рассчитаны с помощью комплекса моделей межотраслевого баланса. Номенклатура продукции для МММ может несколько отличаться от номенклатуры МОБ вследствие того, что

некоторые виды продукции отраслей, мало чувствительные к размещению, агрегируются в более крупные агрегаты.

Пусть далее для каждого района имеется набор способов производства продукции (как расширяемого или реконструируемого, так и нового строительства). Каждый способ характеризуется, с одной стороны, определенными размерами выпуска продукции, а с другой — масштабами потребления сырья и ресурсов рабочей силы, электроэнергии, тепла, земли (под промышленное строительство, земельные угодья), воды, лесных угодий, капиталовложений (в строительно-монтажные работы и в оборудование, инструмент и инвентарь).

Известными данными считаются стоимостные оценки затрат на ресурсы, на добычу сырья и транспортировку (с учетом экологических факторов). Эти данные задаются в вариантной постановке и уточняются в ходе проведения расчетов по модели.

Указаны ограничения на интенсивности способа производства в каждом из районов, на суммарные затраты трудовых ресурсов и капиталовложений в стране и по отдельным районам, на масштаб добычи сырья и топлива по районам. Эти ограничения установлены исходя из перспектив развития страны и возможностей районов в отношении обеспеченности сырьем и ресурсами.

Особо следует остановиться на выборе показателя цели.

Цели социалистического производства лучше всего отвечает показатель общественной полезности совокупности производимых в обществе потребительских благ. Однако не так легко соизмерить общественные потребности в различных благах, да еще с учетом районных различий. Выдвигаются возражения против использования в МММ такого показателя, как национальный доход. Одно из возражений состоит в том, что трудно достаточно точно измерить долю национального дохода, создаваемую отдельной отраслью или отдельным районом. Показатель приведенных затрат, часто применяемый в межрайонных межотраслевых моделях и моделях оптимизации развития отраслей, имеет тот недостаток, что не обеспечивает возможности сравнения вариантов с различными объемами производства.

При допущении о том, что объемы выпуска продукции отраслей известны и что территориальные пропорции не-

существенно влияют на установление пропорций между отраслями, целесообразно в качестве критерия использовать показатели сравнительной эффективности:

степень выполнения плана выпуска отраслей;

отношение степени выполнения плана выпуска отраслей к суммарным приведенным затратам;

разность между общественно необходимым уровнем затрат и уровнем затрат в районах (при этом степень выполнения плана должна быть по возможности выше).

Последний показатель находит широкое применение при сравнении вариантов размещения отдельных предприятий или комплекса технологически взаимосвязанных предприятий. При этом за общественно необходимые затраты принимаются наивысшие затраты. Преимущество этого показателя по сравнению с другими показателями сравнительной эффективности состоит в том, что при его использовании требования к расчету затрат несколько ослаблены.

Данный показатель примем в качестве основного в нашей модели.

Неизвестные переменные модели — интенсивность производства в районах, степень выполнения плана выпуска отраслей, оценка затрат на продукцию, объемы перевозок, а также зависящие от интенсивности величины, описывающие распределение рабочей силы и капиталовложений по отраслям районов и районам.

Для математической формализации модели введем следующие обозначения:

s — номер способа производства, $s \in S$;

r, p — номер района, $r, p \in R$;

i, j — номер продукта (готового, сырья, ресурса);

I — множество продуктов отраслей специализации;

I^s — множество продуктов, выпускаемых по способу s ;

S^i — множество способов производства продукции i ;

R^s — множество районов возможного размещения производства по способу s ;

R^i — множество районов возможного производства продукта i ;

P^i — множество районов возможного потребления продукта i ;

$J_{\text{сыр}}$ — множество видов сырья;

- $J_{\text{сыр}, s}$ — множество видов сырья, потребляемого производством s ;
 $R_{\text{сыр}, j}$ — множество районов потребления сырья вида j ;
 $R_{\text{сыр}, j}$ — множество районов добычи сырья вида j ;
 $J_{\text{рес}}$ — множество ресурсов ($j = 1 \in J_{\text{рес}}$ — рабочая сила, $j = 2 \in J_{\text{рес}}$ — капиталовложения);
 b_{si}^r — выпуск продукции i в районе r на единицу интенсивности способа s ;
 g_{si}^r — затраты продукта (готового, сырья, ресурса) вида i в районе r на единицу интенсивности способа s ;
 X_s^r — интенсивность способа s в районе r ;
 Y_i^{rp} — объем перевозки продукта i из района производства r в район потребления p ;
 d_j^{pr} — доля поставки сырья j из района добычи p в район потребления r ;
 c_{si}^r — оценка затрат на продукцию i , производимую по способу s в районе r ;
 $c_j^{\text{рес}, r}$ — оценка затрат на ресурс j в районе r ;
 $c_j^{\text{сыр}, p}$ — оценка стоимости добычи сырья вида j в районе p ;
 $c_{\text{тран}, r}^p$ — затраты на транспортировку условной единицы груза из района r в район p ;
 $c_s^{\text{проч.}}$ — стоимостные затраты на единицу интенсивности способа s , не зависящие от района;
 $k_j^{\text{загр}}$ — коэффициент загрузки вагона для продукта j ;
 X_j^0, c_i^0 — намечаемый объем продукции i в целом по стране и соответствующие ему затраты на конечный год планового периода;
 L^0 — общая численность рабочей силы на конечный год планового периода;
 K^0 — объем капиталовложений на весь плановый период;
 L_r^r, K_r^r — численность рабочей силы и капиталовложений, выделяемых району r ;
 $Y_j^{\text{рес}, r}$ — объем ресурса j в районе r ;
 z — степень выполнения плана выпуска продукции отраслей;

m — параметр, нижняя граница значений которого устанавливается из условия положительности функционала;

(-), (-) — черта сверху над обозначением переменной служит для указания верхней границы ее значений, а снизу — соответственно нижней.

С учетом этих обозначений модель имеет вид:

$$F = \sum_{i \in I} \sum_{s \in S^i} \sum_{r \in R^s} (mc_i^0 - c_{si}^r) b_{si}^r X_s^r \rightarrow \max; \quad (1)$$

при ограничениях на:

степень выполнения плана выпуска продукции

$$z = \frac{\sum_{s \in S^i} \sum_{r \in R^s} b_{si}^r X_s^r}{X_i^0}, \quad i \in I; \quad (2)$$

интенсивность способа производства в районах

$$\underline{X}_s^r \leq X_s^r \leq \bar{X}_s^r, \quad s \in S, \quad r \in R^s; \quad (3)$$

производство и распределение продукции

$$\sum_{p \in P^i} Y_i^{rp} \leq \sum_{s \in S^i} b_{si}^r X_s^r, \quad i \in I + J^{\text{сыр}}, \quad r \in R^i; \quad (4)$$

распределение и потребление продукции

$$\sum_{r \in R^i} Y_i^{rp} \geq \sum_{s \in S^i} g_{sj}^p X_s^p, \quad i \in I + J^{\text{сыр}}, \quad p \in P^i; \quad (5)$$

поставки отдельных видов сырья

$$\underline{d}_j^{pr} \leq d_j^{pr} = \frac{Y_j^{pr}}{\sum_{s \in S^i} b_{sj}^p X_s^p} \leq \bar{d}_j^{pr},$$

$$j \in J^{\text{сыр}}, \quad p \in P^{\text{сыр}, j}, \quad r \in R^{\text{сыр}, j}; \quad (6)$$

оценку затрат продукции в районе

$$\sum_{i \in I^s} b_{si}^r c_{si}^r = \sum_{j \in J^{\text{рас}}} g_{sj}^r c_j^{\text{pec}, r} + \sum_{j \in Y^{\text{сыр}, s}} g_{sj}^r \sum_{p \in P^{\text{сыр}, j}} d_j^{pr} (c_j^{\text{сыр}, p} + c^{\text{тран. пр.}} k_j^{\text{загр.}}) + c_s^{\text{прог}}, \quad s \in S, \quad r \in R^s; \quad (7)$$

рабочую силу

$$\sum_{s \in S} \sum_{r \in R^s} g_{sj}^r X_s^r = L^0, \quad j = 1 \in Y^{\text{pec.}}; \quad (8)$$

капитальные вложения

$$\sum_{s \in S} \sum_{r \in R^s} g_{sj}^r X_s^r = zK^0, \quad j = 2 \in Y^{\text{pec.}}; \quad (9)$$

районные ресурсы

$$\underline{Y}_j^{\text{pec.}, r} \leq \sum_{s \in S^r} g_{sj}^r X_s^r \leq \bar{Y}_j^{\text{pec.}, r}, \quad j \in Y^{\text{pec.}}, \quad r \in R; \quad (10)$$

неотрицательность переменных

$$\begin{aligned} z, m &> 0; \\ c_{si}^r &> 0; \quad i \in I, \quad s \in S^i, \quad r \in R^s; \\ X_s^r &\geq 0, \quad s \in S, \quad r \in R^s; \\ Y_i^{rp} &\geq 0, \quad r, p \in R, \quad i \in I + J^{\text{сыр}}. \end{aligned} \quad (11)$$

Полагаем, что в соответствующих ограничениях сделаны необходимые поправки, учитывающие обязательное производство ряда продуктов в определенных масштабах.

Отметим как одну из отличительных особенностей модели то, что в ней широко используются как натуральные, так и стоимостные показатели развития и размещения производительных сил.

Расчеты по оптимизации территориальных пропорций на основе данной модели осуществляются в три этапа.

На первом этапе рассчитываются оценки затрат на продукцию с использованием данных о нормах расхода сырья и ресурсов для каждого способа производства и стоимостных оценках затрат на ресурсы, добычу сырья и транспортировку. При этом задаются распределение поставок сырья по возможным районам потребления и распределение затрат на производство между всеми выпускаемыми продуктами.

На втором этапе проводятся оптимизационные расчеты по упрощенной системе уравнений. Не учитываются уравнения (4—7). Оценки затрат на продукцию известны из расчетов первого этапа.

Третий этап расчетов выполняется с целью определения объемов перевозок. К этому этапу известны объемы производства и потребления продукции по районам.

Расчеты могут повторяться неоднократно, пока не будет получено согласованное решение.

В результате решения системы уравнений модели отыскиваются все неизвестные переменные N (интенсивности

способов, выделяемые районам ресурсы рабочей силы и капиталовложений и т. д.). Вместе с искомыми переменными могут быть вычислены частные производные целевой функции $F(N)$ и функции-ограничения $z(N)$ по всем ограничениям, которые представляют собой локальные оценки факторов размещения производительных сил. Рассмотрим, как модель может быть использована для решения указанных выше задач.

Назовем решение системы уравнений модели для некоторых исходных условий, отражаемых в коэффициентах и ограничениях уравнений, базовым. Обозначим через $z^{\text{баз.}}$ значение величины z базового решения.

Пусть под действием каких-то причин условия размещения изменились. При небольших изменениях влияние причин на эффективность размещения можно определить с помощью оценок. При существенных изменениях нужно найти новое решение и сравнить полученные результаты с базовым.

Предположим, что необходимо оценить вклад района r в экономику страны. Исключим из исходных данных ту их часть, которая относится к этому району (производимую продукцию, запасы сырья и ресурсов). Получим решение модели, соответствующее изменившимся условиям. В частности, величина z примет значение $z(R - \{r\}) < z^{\text{баз.}}$. По разности $\delta z = z^{\text{баз.}} - z(R - \{r\})$ или с помощью коэффициента $\frac{\delta z}{z^{\text{баз.}}}$ можно судить о вкладе данного района в экономику страны.

Математическое описание модели при дальнейшей работе над ней нуждается в некотором уточнении. Желательно, в частности, учесть нелинейный характер затрат на производство ряда видов сырья от интенсивности способа или затрат ресурсов от масштаба их потребления.

Существует целесообразность и возможность отображения в модели хотя бы направления межрайонной миграции. Рассмотрим такую возможность.

Потребность каждого района в рабочей силе определяется соотношением: $\delta L^r = \sum_{s \in S^r} g_{sj}^r X_s^r - L^{\text{собст.}r}$, $j = 1 \in I^{\text{рес}}$,

где δL^r — потребность в рабочей силе района r , $L^{\text{собст.}r}$ — располагаемые ресурсы рабочей силы района r .

Район может нуждаться в рабочей силе ($\delta L^r > 0$) или обладать избыточной рабочей силой. Известно, что

на миграцию рабочей силы наряду с наличием свободных рабочих мест в основном влияют уровень дохода и обеспеченность жильем. Для каждого района можно подобрать предельные значения коэффициента надбавки к зарплате $\bar{h}^r$ и удельных затрат капиталовложений в жилищное строительство $\bar{k}_{жил.}^r$, от которых зависит направление миграции.

Если фактические значения этих показателей меньше предельных $h^r < \bar{h}^r \wedge k_{жил.}^r < \bar{k}_{жил.}^r$, то район может отдать рабочую силу, а при $h^r > \bar{h}^r \wedge k_{жил.}^r \geq \bar{k}_{жил.}^r$ может ее привлекать.

Чтобы направление миграции было согласовано с потребностью в рабочей силе, требуется учесть дополнительные соотношения:

$$\delta L^r \cdot (k_{жил.}^r - \bar{k}_{жил.}^r) > 0; \quad \delta L^r \cdot (h^r - \bar{h}^r) > 0;$$

$$\sum_{s \in S} \sum_{r \in R^s} h^r c_s^{3.пл.} g_{sj}^r X_s^r = z F^{3.пл.},$$

где $c_s^{3.пл.}$ — средняя заработная плата на производство s , $F^{3.пл.}$ — заданный фонд заработной платы.

Успешное применение МММ в практике планирования во многом определяется качеством агрегирования исходных показателей.

Наш подход к агрегированию в размещении производительных сил продемонстрируем на примере объединения первичных элементов (первичных продуктов и первичных районов (пунктов)).

На размещение производительных сил в первую очередь оказывает влияние наличие ресурсов и сырья в районах (все эти факторы находят свое отражение в ограничениях МММ). Поэтому основное условие агрегирования состоит в том, чтобы агрегаты были близки по своим потребительским свойствам и по затратам на их производство важнейших видов ресурсов.

Из дополнительных условий выдвигаются следующие: ошибки от агрегирования в потреблении ресурсов должны быть по возможности одинаковы по всем формируемым агрегатам;

множество первичных элементов разбивается на непесекающиеся подмножества тех первичных элементов, которые объединены в агрегаты;

запрещается (или разрешается) некоторым первичным элементам входить в состав того или иного агрегата (задание такого условия позволяет учесть природные, национальные, организационные и другие особенности объединяемых отраслей и районов, а также сложившуюся систему агрегатов);

при объединении районов крупный район должен состоять из смежных друг с другом первичных районов.

Обозначим:

j — номер первичного продукта, $j \in J$;

q — номер первичного района (пункта), $q \in Q$;

σ — номер вида ресурса, $\sigma \in I^{\text{рес}}$;

i — номер продукта (по укрупненной номенклатуре), $i \in I$;

r — номер крупного района, $r \in R$;

Q^r — множество номеров первичных районов, образующих крупный район с номером r , $Q^r \subset Q$;

J^i — множество номеров первичных продуктов, составляющих продукт с номером i , $J^i \subset J$;

$Q^{\text{запр}, q}$ — множество пунктов, которым запрещено (разрешено) объединяться с пунктом q ;

$J^{\text{запр}, j}$ — множество первичных продуктов, с которыми запрещено (разрешено) объединяться первичному продукту j .

Пусть заданы объемы выпуска продукции X_j^q и соответствующие им затраты ресурсов $G_{j\sigma}^q$. С помощью коэффициента объемы выпуска продукции приводятся к сопоставимому виду (в натуральных или стоимостных единицах измерения).

Определим среднее значение затрат ресурса σ на единицу продукта i в крупном районе r :

$$g_{i\sigma}^r = \frac{\sum_{j \in J^i} \sum_{q \in Q^r} G_{j\sigma}^q}{\sum_{j \in J^i} \sum_{q \in Q^r} X_j^q k_{ji}}.$$

Использование среднего значения $g_{i\sigma}^r$ вместо фактического приводит к ошибкам в определении потребления ресурсов, необходимых для производства продукции $X_{.i}^q$.

$$\delta G_{j\sigma}^q = g_{i\sigma}^r X_{.i}^q - G_{j\sigma}^q.$$

Для оценивания качества агрегирования выберем следующую функцию от ошибок агрегирования:

$$a_{i\sigma}^r = \sqrt{\sum_{j \in J^i} \sum_{q \in Q^r} (\delta G_{j\sigma}^q)^2}, \quad i \in I, \sigma \in I^{\text{pec.}}, r \in R.$$

Каждую величину $a_{i\sigma}^r$ нужно привести к сопоставимому виду с помощью соответствующей оценки ресурсов $c_{i\sigma}^r$:

$$A_{i\sigma}^r = a_{i\sigma}^r c_{i\sigma}^r.$$

Величина $A_{i\sigma}^r$ зависит от совокупности множеств $\{J^i\} = J^i$, $i \in I$ и $\{Q^r\} = Q^r$, $r \in R$, что можно записать в виде $A_{i\sigma}^r = A_{i\sigma}^r(\{J^i\}, \{Q^r\})$.

Будем выбирать такие множества $\{J^i\}$ и $\{Q^r\}$, чтобы выполнялись условия:

$$\min_{\{J^i\}, \{Q^r\}} \max_{r, i, \sigma} A_{i\sigma}^r(\{J^i\}, \{Q^r\}), \quad (1)$$

$$\bigcup_{r \in R} Q^r = Q, \quad (2a)$$

$$\bigcup_{i \in I} J^i = J, \quad (2b)$$

$$Q^r \cap Q^{r'} \neq \emptyset \text{ для } r \neq r', \quad (3a)$$

$$J^i \cap J^{i'} \neq \emptyset \text{ для } i \neq i', \quad (3b)$$

$$q \notin Q^{\text{запр.} q}, \quad (4a)$$

$$j \notin J^{\text{запр.} j}. \quad (4b)$$

При объединении районов должно выполняться условие связности районов, которое определим рекурсивно:

$$\begin{aligned} \text{а) } Q^r \text{ связно, если } Q^r \in Q \subset W; \\ \text{б) } Q^r \text{ связно, если } Q^r = Q^{q'} \cup Q^{r'}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $Q^{q'} \in Q$, $Q^{r'}$ связно и $Q^{q'} \cup Q^{r'} \neq \emptyset$.

В последних соотношениях приняты обозначения: W — множество всех крупных районов, граничащих с первичным районом q' .

Согласно условию связности крупным районом может быть либо любой из первичных районов, либо объединение крупного района с первичным районом, смежным хотя бы с одним первичным районом этого крупного района.

Предлагаемая модель агрегирования (с некоторыми модификациями) неоднократно использовалась для решения различных задач агрегирования.

Основу комплекса программ для расчетов по МММ составляет стандартный пакет линейного программирования. Большое внимание при разработке комплекса уделяется также алгоритмам и соответствующим программам, специально приспособленным для решения уравнений данной модели (в какой-то мере эти алгоритмы можно считать продолжением описания задачи). Особенность этих алгоритмов — в широком применении человеко-машинных процедур.

Необходимость разработки таких алгоритмов связана с тем, что модель отличается значительной неопределенностью многих ее условий. Так, точно не известны коэффициенты уравнений и ограничения. Целый ряд факторов в модели не удастся учесть в силу довольно высокого уровня агрегирования или из-за трудностей формализации (например, учет квалификационной структуры рабочей силы). Основные требования к алгоритму в этих условиях состоят в том, чтобы обеспечить быстрый поиск приемлемого варианта решения, точность которого была бы соизмерима с точностью задания модели, и обеспечить широкие возможности лицу, принимающему решение (ЛПР) для управления ходом решения и модификации модели.

Ниже рассматривается сущность одного такого алгоритма, разработанного для решения задачи оптимизации в условиях неопределенности. Выполняется серия численных экспериментов, в результате которых формируются варианты решений.

Поиск отдельного варианта решения распадается на два этапа:

- получение начального решения с использованием датчика случайных чисел;

- уточнение решения путем последовательного перебора значений переменных.

На первом этапе учитываются лишь ограничения на искомые переменные, а также предпочтения для значений искомых переменных, задаваемых ЛПР на основании априорных соображений и накапливаемого опыта решения задачи.

Каждая переменная рассматривается как случайная величина, принимающая значения с вероятностями, зависящими от заданных предпочтений.