

統計ライブラリー

工業統計学

村上征勝 著

朝倉書店

工業統計学

村上 征勝

朝倉書店

著者略歴

1945 年 中国南京に生まれる

1968 年 北海道大学工学部卒業

現在 文部省統計数理研究所・総合研究大学院大学
助教授・工学博士

統計ライブラリー

工業統計学

定価 2987 円 (本体 2900 円)

1985 年 5 月 10 日 初版第 1 刷

1990 年 12 月 1 日 第 8 刷

著者 村上 征勝
発行者 朝倉 邦造
発行所 株式会社 朝倉書店

東京都新宿区新小川町 6-29

郵便番号 162

電話 03 (260) 0141

FAX 03 (260) 0180

<検印省略>

© 1985 <無断複写・転載を禁ず>

誠文社印刷・渡辺製本

ISBN 4-254-12525-9 C3341

Printed in Japan

はじめに

本書は、初めて統計学を勉強する技術者、あるいは、数年後には技術者となるであろう工科系の学生を対象にした、工業統計学に関する入門書である。

本書の執筆にあたっては、統計的手法の原理を説明することに重点を置き、定理の証明や公式の導出などにページをさいたり、また、それらに関する数学的な厳密さを追求するというようなことはしなかった。これは、本書が入門書であるという理由からではなく、技術者にとって、統計的手法は問題解決のための道具であり、道具として統計的手法を正しく用いるのには、まず手法の原理を理解することが肝要であると考えたからである。

本書は、全部で13章より成る。8章までを基礎理論および基本的な統計的手法にあて、9章以降を多少特論的な色彩を帯びた手法にあててある。したがって、もし半年コースの講義のテキストとして用いる場合には、8章まで終了すれば、あとは学生自身で勉強できるように配慮してある。

また本書には、工学の分野で実際にどのような形で統計的手法が用いられているかを知ってもらうため、広い範囲にわたる多くの実例を、例題あるいは演習問題として載せた。その多くは学会誌などに報告されたものであり、ほぼ忠実に引用させていただいたものは、引用文献として本書の巻末に載せ謝意を表わした。また、巻末に載せた文献以外にも、参考にした論文、著書は数多くある。それらの著者の方々にもお礼を申しあげる次第である。

本書ができあがるまでに、多くの方々から御指導、御援助をいただいた。統計数理研究所の林知己夫所長をはじめとして、北海道大学の沖野教郎、山元周行の両教授、帝京大学の松下嘉米男教授のこれまでの御指導に心よりお礼申しあげる。また、12章の数量化理論に関して助言をいただいた研究所の駒澤勉教

授，数値計算や図表作成のため，数多くのプログラムを作ってくださった研究室の中島詞子氏，資料収集や原稿の浄書などに協力していただいた長谷川三鶴恵氏，本書出版に際し多大な御尽力を賜わった朝倉書店編集部の方々に心より感謝する次第である。

最後に，スタンフォード大学以来常に暖かく御指導下さり，また今回は本書執筆の機会を与えて下さるとともに，原稿や校正刷りに目を通し，多くの有益なコメントを下された，筑波大学の松原望助教授に深甚の謝意を表わす次第である。

1985 年 3 月

村 上 征 勝

目 次

1. 道具としての統計的手法	1
1.1 事実から真実へ	1
1.2 推測から決定へ	3
1.3 使用上の注意	4
1.4 歴史的系譜	5
2. データの縮約	8
2.1 序 論	8
2.2 図を用いた縮約法	10
2.3 数値を用いた縮約法	15
3. 確 率	24
3.1 確率の役割	24
3.2 確率の計算法則	26
3.3 ベイズの定理	31
4. 確率変数と確率分布	36
4.1 確率変数	36
4.2 二項分布	38
4.3 ポアソン分布	42
4.4 正規分布	44

5. 統計量の分布	51
5.1 無作為標本.....	51
5.2 標本平均 $\bar{x}$ の分布 1 (母集団の分散 σ^2 が既知の場合)	53
5.3 標本平均 $\bar{x}$ の分布 2 (母集団の分散 σ^2 が不明の場合)	58
5.4 標本比率 $\hat{p}$ の分布.....	61
5.5 標本分散 s^2 の分布	61
5.6 標本分散の比の分布.....	63
6. 分布に基づく推定	66
6.1 母集団の平均 μ の区間推定 1 (分散 σ^2 が既知の場合)	66
6.2 母集団の平均 μ の区間推定 2 (分散 σ^2 が不明の場合)	69
6.3 比率 p の区間推定	70
6.4 分散 σ^2 の区間推定	72
6.5 必要な標本の大きさ n の決定.....	73
7. 統計的検定	77
7.1 仮説検定と 2 種類の誤り.....	77
7.2 仮説検定の例.....	78
7.3 検定の考え方.....	81
7.4 平均値の検定 1 (一標本の場合).....	83
7.5 平均値の検定 2 (二標本の場合).....	87
7.6 平均値の検定 3 (二標本が対になっている場合).....	90
7.7 比率に関する検定.....	92
7.8 分散に関する検定.....	94
7.9 カイ二乗検定.....	97
8. 相関および回帰分析.....	104
8.1 相関係数	104
8.2 相関係数の検定	108

8.3	直線回帰	109
8.4	回帰係数の区間推定および検定	113
8.5	重回帰	115
9.	分散分析	123
9.1	一元分類	123
9.2	反復のない二元分類	127
9.3	反復のある二元分類	131
10.	分布に制限のない検定法	138
10.1	メジアン の検定 1 (符号検定)	138
10.2	メジアン の検定 2 (順位和検定)	142
10.3	順位相関係数とその検定	143
11.	統計的決定理論	151
11.1	統計的決定問題	151
11.2	決定方式の評価	153
11.3	ベイズの評価法	157
11.4	ミニマックス決定方式	161
12.	数量化理論 I 類	166
12.1	簡単な例	166
12.2	解 法	168
12.3	推定の良さの評価	172
13.	品質管理のための統計的手法	175
13.1	管理図による品質管理	175
13.2	$\bar{x}$ - R 管理図	177
13.3	計数型抜取検査	180

13.4 計量型抜取検査.....	187
演習問題の答.....	192
付 表.....	196
引用文献.....	203
参考文献.....	206
索 引.....	207

1。 道具としての統計的手法

今世紀の前半に、ピアソン(Pearson, K.), ゴセット(Gosset, W.S.), フィッシャー(Fisher, R.A.), ネイマン(Neyman, J.)らの多くの人々によってその基礎が築かれた種々の統計的手法は、今日では工学の分野はもとより自然科学, 社会科学, 人文科学の多くの分野において用いられている。そのうえ, 計算機器, 特にパーソナルコンピュータの進歩・普及によって, これらの統計的手法は誰にでも簡単に使用できる身近なものになった。しかし, 簡単に使用できるからといって, 安易に使用してよいものでは決してない。統計的手法は正しく用いるなら強力で有効な道具であるが, しかし, 用い方を誤った場合には用をなさないばかりでなく, 有害で危険なものとなる。統計の知識はなくとも, 計算機にデータさえ入力すれば統計解析が行える今日のような時代であるからこそ, 統計的手法を用いる際には, その目的, 原理および限界に関する深い理解が必要である。

1.1 事実から真実へ

全智全能の神ならぬ人間にとって, 不規則に変動する自然現象や社会現象を完全に把握することは不可能である。そして不運なことに, われわれ技術者が興味をもつ現象の大部分は, このような不規則に変動する現象である。しかしながら, われわれは実験や調査を行うことによって情報を集め, それを科学的に分析すれば, 不規則に変動する現象の本質的な部分のある程度まで解明できるのではないかという希望をもっている。本書でこれから紹介する統計的手法は, このような技術者の希望を実現するための道具にほかならない。

話を少し具体的にしてみよう。たとえば, ある技術者が新しい加工法によって製造される橋梁用鋼材が, 従来の加工法による鋼材よりも, 引張強さの点において優れているかどうかに興味をもったとしよう。彼はこれまでの経験から

引張強さは材質や加工条件の不均一が原因で変動し、一定ではないことを知っている。そこで、彼は引張強さに関する情報を得るために、新しい加工法によって製造された 100 本の橋梁用鋼材の引張強さを測定してみた。その結果、100 本の鋼材の引張強さの測定値の平均は 55 kg/mm^2 であることを知った。いいかえるなら、彼はこの実験によって、新しい加工法による鋼材 100 本の平均引張強さは 55 kg/mm^2 であった、という事実を得た。

しかしながら、彼が本当に知りたいと願っているのはこのような事実ではない。彼が知りたいのは、新しい加工法で製造される橋梁用鋼材の引張強さに関する真実、つまり新しい加工法で製造されるすべての鋼材の平均の引張強さである。通常、われわれが実験や調査によって知りうるのは、この場合のように、あることを知りたいと願っている物、あるいは事柄の集合の一部に関する事実だけである。統計学では、解析の対象となる物、あるいは事柄全体の集団を母集団とよび、実験や調査のためにその母集団の中から取出した一部分を標本とよんでいる。たとえば、この場合には新しい加工法によって製造されるすべての橋梁用鋼材が母集団であり、実験に用いたそのうちの 100 本の鋼材が標本である。さて、いま述べたように実験や調査によってわれわれが得ることができるのは標本に関する事実であって、母集団に関する真実ではない。しかしながら、われわれが得た事実には、真実に関する情報が含まれている。したがって、われわれが得た事実から真実を何らかの方法によって推測することが必要となるが、これから紹介するような統計的手法は、このような事実から真実へという帰納的推測を行うための有効で強力な道具となる。

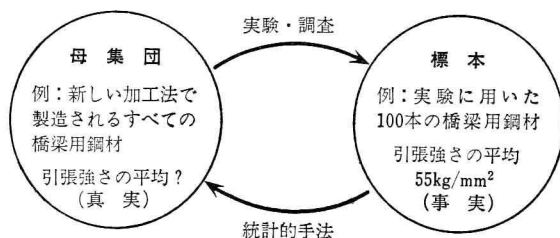


図 1.1 母集団と標本

1.2 推測から決定へ

真理を科学的に推測することはそれ自体非常に重要なことではあるが、真理の推測が必ずしも主目的でない場合も多い。たとえば、前節の例では、技術者の目的は単に新・旧の両加工法の優劣を推測することにあるのではなく、加工法の変更に伴う設備費などを考慮したうえで、今後どちらの加工法で鋼材を製造するかを決定することであるかもしれない。もしそうであるなら、推測の結果はとるべき行動を決定するために用いられる。このように、取るべき行動を決定するために真理を推測するような問題も工学の分野に多くみられる。

ところで、前節で統計的手法という道具を用いることによって、母集団の一部である標本に関する情報から、母集団における真実を科学的に推測することが可能となると述べたが、これは完璧な推測が可能であるという意味ではない。一般に、標本から得られる情報は標本が異なれば異なる。たとえば、先の例では標本である 100 本の鋼材の引張強さの平均は 55 kg/mm^2 であったが、もし標本として別の 100 本の鋼材を用いて測定したなら、引張強さの平均は 53 kg/mm^2 となるかもしれない。あるいは、 58 kg/mm^2 となるかもしれない。当然のことながら、 55 kg/mm^2 に基づく場合と、 53 kg/mm^2 あるいは 58 kg/mm^2 に基づく場合とでは推測結果は異なるであろう。このように、標本の情報に基づく限り、いかに科学的な推測法によったとしても、推測結果には多かれ少なかれ不確実性が伴う。そこで、このような不確実性を伴う推測結果に基づいて、とるべき行動を合理的に決定するにはどのようにすべきかということが問題となる。統計的決定理論(11章)をはじめとして、検定理論(7章)、品質管理の手法(13章)等の統計的手法は、このための強力な道具となる。

このように統計的手法は真理を推測するための有効な道具であるが、また真理の推測に基づいて合理的な決定を下すという、より積極的な行為のための有効な道具でもある。

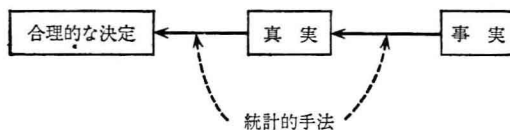


図 1.2 統計的手法の役割

1.3 使用上の注意

この章の冒頭で述べたように、統計的手法は、正しく用いるなら、事実から真実を推測し、その推測に基づいて合理的な判断を下すための有効な道具となるが、用い方を誤った場合には有害で危険なものとなる。ここではどの手法にもあてはまる使用上の注意点をいくつか述べることにする。

統計解析に限らず、現象を数理的に解析しようとする場合には、現象をモデル化して扱うのが常である。しかしながら、実際の現象の多くは非常に複雑な様相を呈し、そのためいかに巧みにモデル化しても、実際の現象とその数理的モデルの間にはズレが生じる。したがって、もしこのズレが大きい場合にはそのようなズレの大きいモデルを用いて、どのように精密な解析を行っても、真実を正しく推測することはできない。このような観点からすると、われわれが統計的手法という道具を使って推測する真実は、“解析に用いた統計モデルが現象と一致しているとすれば”という条件つきのものであるといえよう。まずこのことに注意してほしい。

次に注意すべき点は、統計的手法を使用する際の条件に関してである。どのような統計的手法であっても、多かれ少なかれ、その手法が適用できるための条件がある。解析に入る前にそれらの条件が満たされているかどうか、確認しておくことが必要である。われわれはともすれば、解析結果のみに目がいき、解析する前に確認しなければならない条件のことを忘れがちである。

また、推測結果が適用できる範囲についても注意が必要である。統計的手法によって推測した結果が適用できるのは、標本を抜き出した母集団だけであり、適用範囲を他の母集団まで拡大することはできない。たとえば、前の例で新しい加工法による100本の鋼材の引張強さの情報から、新しい加工法で製造されるすべての鋼材の引張強さの平均値を推測できたとしても、それを似たような加工法によって製造される鋼材の引張強さにまであてはめることはできない。当然といえば当然であるが、実験や調査を行う前に母集団を明確に定義しておかないと、このような混乱がしばしば生じる。注意してほしい。

また、統計解析以前の問題であるが、たとえば、データはどのような条件のもとでとられたのか、どの程度信頼できるのかというようなことにも注意を払う必要がある。

これ以外にも使用上注意すべきことは数多くあるが、それらは個々の手法を説明する際にふれることにする。技術者にとって強力で有効な道具である統計的手法を誤って用いることのないよう、その使用にあたっては十分な注意が必要である。

1.4 歴史的系譜

Statistics(統計)という言葉の語源はラテン語の status(状態)であり、もともと国家の状態を調べることを意味した。この意味での“統計”の起源を訪ねるならば、数千年の昔にまでさかのぼることができ、すでに紀元前2千年ごろにはエジプトにおいて土地調査が行われていたといわれる。しかしながら、科学としての“統計学”が成立するのはこれよりずっと遅く、17,8世紀に入ってからであり、ドイツにおけるアッヘンワール(Achenwall, G.)を中心とする国勢学、イギリスにおけるグラント(Grount, J.), ペティ(Petty, W.)を中心とする政治算術にその芽ばえをみることができる。一方このころ、ドイツ、イギリスにおけるこのような統計学とは全く別個に、フランスにおいては、パスカル(Pascal, B.)とフェルマー(Fermat, P.)の賭博の問題に関する書簡に端を発して確率論の研究が盛んに行われていた。ベルヌーイ(Bernoulli, J.)は“推論法(Ars Conjectandi, 1713)”のなかで確率の基礎となる順列・組合せについて議論し、また、ド・モアブル(de Moivre)は1733年ごろに、今日の統計解析において最も多く用いられている“正規分布曲線”を導出したといわれる。このような確率論の研究は、その後、ベイズ(Bayes, T.)によるベイズの定理の発見、古典的確率論を大成したといわれるラプラス(Laplace, P. S.)の“確率の解析的理論(Theorie analytique des Probabilites, 1812)”の出版、ガウス(Gauss, K. F.)による“最小二乗法”の考案、ポアソン(Poisson, S. D.)によるポアソン分布の導出へと発展してゆく。

ところで、このような国勢学、政治算術、確率論の三つの流れは、19世紀に入ってからベルギー人のケトレー(Quetelet, L. A. J.)によって統合され、ここによりやく科学的な統計学の定礎が築かれることとなった。

1888年、従兄ダーウィン(Darwin, C. R.)の“種の起源(Origin of Species by Means of Natural Selection, 1859)”の影響を受けて、人類遺伝学の研

究をしていたゴルトン(Galton, F.)は“人類の相関の測定(Co-relation and their Measurement chiefly from Anthropometric Data)”という論文において、初めて“相関”の概念を導入した。この相関の理論を拡充し、重相関の概念をも含む相関理論を完成させたのがK. ピアソン(Pearson, K.)である。ピアソンはまた、カイ二乗検定法も提案しているが、彼やゴルトンらによって、平均値、メジアン(中央値)、モード(最頻値)、レンジ(範囲)、標準偏差、回帰、相関などの現在統計学で用いられている基礎的諸概念が完成された。しかしながら、この時代の統計学は大標本を前提としたものであり、今日の統計学のように母集団と標本の区別が明確ではなく、「観測データは母集団からの無作為標本であり、統計解析の目的は標本から得た事実に基づき、母集団に関する真実を科学的に推定することである」という考え方は入っていなかった。

1908年、ギネスビール会社の技師ゴセット(Gosset, W.S.)はスチューデント(Student)というペンネームで“平均の確率誤差について(The Probable Error of a Mean)”という論文を発表し、このなかで、母集団の未知のパラメータを含まない観測値のみの関数の分布“ t 分布”を提案した。ここに初めて、小標本における統計量の分布が導入され、これが、今日の小標本を対象とした統計学の出発点となった。

1920年代には、フィッシャー(Fisher, R.A.)が標本論、仮説検定論、推定論、分散分析法、実験計画法などを開拓し、1925年には名著“研究者のための統計的方法(Statistical Methods for Research Workers)”を著わしている。 F 分布とよばれる分布の導出も彼の手によるものである。

さて、1930年代に入ると、K. ピアソンの息子のE. S. ピアソン(Pearson, E. S.)とネイマン(Neyman, J.)がそれまでの統計的推測の研究を拡張し、仮説検定の理論を明確に形式化した。彼らの検定理論は、その後、近代確率論およびゲームの理論の成果と相まって、ワルド(Wald, A.)の“統計的決定関数の理論(Theory of the Statistical Decision Function)”へと発展してゆく。

ところで、工学の分野に統計的手法が導入されたのは比較的最近で、今世紀に入ってからである。18世紀後半から始まった産業革命の時代に、シリンダーのなかぐり盤、旋盤送り台、フライス盤などがつぎつぎに発明され、これらの機械によって、互換性のある製品の大量生産が可能となった。このような生

産技術の進歩に伴い、やがて不良品を少なくし、品質一定の製品を製造するための品質管理法が要望されるようになった。そのため、“通り止りケージ”、“公差限界”などが考案されたが、しかし、不良品率を経済的な観点から最小限度まで引き下げる問題や、破壊検査などにおいて品質を保証するのに必要な標本の数の決定に関する問題などが解決されずに残っていた。1924年、ベル電話研究所のシェーハート(Shewhart, W. A.)が品質管理図を考案し、それを“工業製品の品質の経済的管理(Economic Control of Quality of Manufactured Product, 1931)”で公表した。また、同研究所のドッジ(Dodge, H. F.)とロミグ(Romig, H. G.)は1929年に“抜取検査の一方法(A Method of Sampling Inspection)”という重要な論文を発表し、抜取検査の諸概念と基礎理論を確立した。1943年には、ワルドが画期的な“逐次抜取検査法”を開発したが、折からの第二次世界大戦における軍用製品の需用の拡大に伴い、統計的な品質管理の手法の普及、進展はめざましいものがあった。

そして現在、コンピュータ等の計算機器の著しい進歩普及により、統計的な手法は品質管理はもとより、プロセスの制御、通信における情報処理、建築物、機械などの安全性の解析、企業における意思決定など、いろいろな形で用いられ、工学の分野にとって不可欠のものとなっている。

2. データの縮約

データが得られたときには、解析を急ぐはやる心を抑え、データを冷静に吟味するという姿勢が大事である。もちろん、データを熟視することによって、個々のデータの振舞いを調べることも重要なことではあるが、データを図に表したり、あるいは統計量とよばれる数値に縮約したりすることによって、データの集合としての振舞いの概略を把握することもまた重要である。

2.1 序 論

実験や調査を行うのには、それなりの目的がある。したがって実験や調査によって得られたデータも、その目的に沿うように縮約することが重要である。

表 2.1 は水、セメント、砂利などの配合の割合が異なる 3 種類のコンクリート (A 配合, B 配合, C 配合) の圧縮強さに関するデータである¹⁾。供試体の数はそれぞれ 39 である。

表 2.1 配合割合の異なる 3 種類のコンクリートの圧縮強さ

(単位: kg/cm^2 , *は最小値, **は最大値)

A 配合				B 配合				C 配合			
297	276	279	227*	212	170	177	156*	415	388	412	358*
273	268	288	239	170	193	208	168	429	382	438	425
291	239	278	255	193	206	208	175	406	405	392	371
266	291	300	238	166	159	227**	167	386	421	439	365
302	234	298	262	192	172	195	204	453	400	480**	454
297	285	266	275	204	204	183	203	434	417	432	406
278	294	263	247	174	223	193	188	374	389	383	404
284	296	295	311	213	168	203	212	399	431	417	467
314**	294	267	296	222	216	175	211	408	403	371	390
296	282	247		195	179	173		426	411	368	