

理論応用

物理学演習

④

相対性理論・原子物理学

三輪光雄編

理論応用

物理学演習

④

相対性理論・原子物理学

三輪光雄編

森北出版株式会社

物理学演習 (第4巻)

© 三輪光雄 1964

1964年9月15日 第1版第1刷発行
1976年7月30日 第1版第5刷発行

定価はカバー・ケース
に表示してあります。

編者との協議
により検印は
廃止します。

編者	三	輪	光	雄
発行者	森	北	常	雄
印刷者	上	田	三	明

発行所 森北出版株式会社

東京都千代田区富士見 1-4-11
電話 東京 (265) 8 3 4 1 (代表)
振替 東京 1-34757 郵便番号 102

日本書籍出版協会・自然科学書協会・工学書協会 会員

落丁・乱丁本はお取替いたします

印刷 育英印刷/製本 石毛製本

3042-2334-8409

Printed in Japan

は し が き

実際の役に立つような生きた物理学の学習には、実験と演習とを十分にやることが大切である。実験は物理学の法則がどのようにして導かれたかを知り、あるいは法則を実地に適用したときの限界を知るなど物理学の本質を正しく把握するために不可欠であり、また演習は個々の法則をいろいろな場合に適用してそれを確実に理解修得するために必要欠くべからざるものである。しかし実験も演習も学ぶ側はもちろん教える側にとっても、多くの時間と労力を必要とするので、わが国ではとかく閑却されがちである。そのためせっかくの学習も本当に身につけていない憾が大学・高校を通じて強く感じられる。

本演習書はこの欠陥の一半を補うために編まれたもので、物理学全体を4巻に分け、東京教育大学助教授 永田恒夫、東京理科大学教授・理学博士 鈴木良治、東京学芸大学助教授・理学博士 花輪重雄の3氏が分担執筆し、編者が統一編集したものである。本書では

- 1) 基本事項をこまかく章にわけ、基本事項から導かれる重要事項は例題として示して理解を深めるようにし、
- 2) 続いて平易な問題Aを挿入して基本事項の理解を確実にするようにはかった。

わが国ではやさしい問題は自明のこととして素通りしてしまうことが多いが、試験の結果から見ると一般に基礎の理解が不十分である。必ずAをすましてのちBに進んでいただきたい。

なお第4巻は第6編相対性理論と第7編原子物理学とからなっている。このうち

- 1) 相対性理論はこれまでとかく抽象的な記述だけに終りほとんど理解されていないので、ここでは例題にくわしい解をつけることによって理解を容易にするように工夫した。
- 2) 第7編では具体的な実験事実から出発しやさしい例題、問題を挿入して基礎知識を確実にすると共に、量子力学、素粒子論等にも相当の紙数

をあてて高度の学習の便をはかった。

この両編はすでに学んだ力学，電磁気学と密接な関係にあるので，これを
反復参照していよいよ物理学の力を高めて頂きたい。

昭和39年6月

編 者

目 次

第6編 相 対 性 理 論

§ 1. 特殊相対性理論	1
1. 相対性理論の背景	1
ガリレイ変換・マイケルソン・モーリーの実験	
2. 特殊相対性理論	4
特殊相対性原理と光速不変の原理・同時の概念の再検討	
3. ロレンツ変換	5
ロレンツ変換・ロレンツ・フィッツジェラルド短縮・運動する時計 の遅れ・固有時・速度の合成	
4. ロレンツ変換の幾何学的表示	9
4元ベクトル・4元テンソル・4元速度と4元加速度	
例 題 (1)	13
[1.1] マイケルソン・モーリーの実験における光路差の非相対論 的計算 13	
[1.2] ロレンツ変換の1次性 15	
[1.3] ロレンツ変換式の導出 16	
[1.4] ロレンツ短縮の式の導出 18	
[1.5] 運動する時計の遅れの式の導出 20	
[1.6] 逆対称4元テンソルのロレンツ変換 20	
[1.7] 6元ベクトルに対するロレンツ不変な連立1階偏微分方 程式 21	
問 題 (1)	22
§ 2. 相対論的電磁気学と相対性力学	25
1. 相対論的電磁気学	25
マックスウェル方程式のロレンツ不変性・テンソル形式の連続方程式 と物質方程式・4元力	

2 相対論的力学	28
相対論的運動方程式・4元運動量・質量とエネルギーの等価性	
例題(2)	31
[2-1] 全電荷のローレンツ不変性	31
[2-2] 実験室系と重心系における2粒子の弾性衝突	32
問題(2)	35

第7編 原子物理学

§ 1. 電子と真空管	41
1. 電子の電荷と質量	41
真空放電・陰極線と電子の発見・比電荷・電気素量	
2. 熱電子と真空管	44
2極真空管・熱電子・3極真空管	
3. 真空管回路	47
整流回路・検波回路・電圧増幅回路・発振回路	
例題(1)	52
[1-1] 磁界中の荷電粒子の軌道半径	52
[1-2] 陰極線の比電荷測定法	53
[1-3] 空気中の油滴の電荷	54
[1-4] ラングミュアの関係式	55
[1-5] リチャードソンの公式	56
[1-6] 発振回路の発振条件	58
問題(1)	59
§ 2. X線と結晶構造	64
1. X線の発生	64
X線の性質・X線の発生装置	
2. X線の回折と結晶の構造	65
X線の結晶による回折・結晶格子面によるX線の反射・デバイシ ェラー法・X線の波長の絶対測定とアボガドロ数の精密測定	

3. X線のスペクトル	71
連続X線・固有X線	
例題(2)	72
[2・1] 物質のX線吸収	72
[2・2] ブラッグの反射条件	73
問題(2)	74
3. 量子論(1)	76
1. 熱放射	76
黒体放射・ウィーンの変位則とシュテファン・ボルツマンの法則・量子仮説	
2. 光子	79
光電効果と光子量子仮説・コンプトン効果	
3. 分光學と前期量子論	82
原子スペクトルの構造・原子模型・ボーアの水素原子の理論	
例題(3)	87
[3・1] 黒体の熱放射率と空室放射のエネルギー密度の間関係	87
[3・2] キルヒホッフの法則の証明	88
[3・3] 空室内の電磁波の基準振動	88
[3・4] コンプトン効果の理論式	89
[3・5] ラザフォード散乱における双曲線軌道	91
[3・6] 水素原子内電子の円軌道定常状態	92
問題(3)	93
§ 4. 量子論(2)	97
1. 原子の殻構造	97
量子条件・角運動量の量子比・ゼーマン効果と電子のスピン・原子の殻構造	105
2. 物質の波動性	
ド・ブローイ波・波動力学・固有値と固有関数・トンネル効果・反粒子	

例 題 (4)	111
[4.1] 水素原子類似イオンの長円軌道定常状態	111
[4.2] 電子の軌道電磁モーメント	112
[4.3] ラーマーの歳差運動	114
[4.4] 水素原子類似イオンの s 状態におけるシュレーディンガー方程式の解	114
[4.5] 真空中では光子による電子対創生が起きない理由	115
[4.6] トンネル効果の透過率	116
問 題 (4)	118
§ 5. 原 子 核	123
1. 原子核の構造	123
同位元素・原子核の構造	
2. 放 射 能	129
放射能・放射性元素の系列・ α 壊変の機構・ニュートリノ	
3. 元素の人工変換	133
原子核反応・中性子・人工放射能	
4. 原子エネルギー	136
原子エネルギー・原子核分裂・核融合反応	
5. 荷電粒子の加速装置	140
コックロフト ウォルトンの高電圧装置・ベルト起電機・サイクロトロン	
6. 放射線の検出法	143
検電器・電離箱・ガイガーミュラー計数管・シンチレーションカウンタ・ウィルソン霧箱・写真乾板・あわ箱	
例 題 (5)	145
[5.1] 電子が原子核内に安定に滞在し得ない理由	145
[5.2] 吸熱核反応の最小入射エネルギー	148
[5.3] クーロンエネルギーの式の導出	149
[5.4] 放射能半減期決定	150
[5.5] エレクトロン シンクロトロン	150

問題 (5)	152
§ 6. 宇宙線と素粒子	159
1. 宇宙線	159
宇宙線の発見・宇宙線の成分	
2. 素粒子	161
素粒子の種類・素粒子の自然崩壊・素粒子の発生・量子数による素粒子の分類	
例題 (6)	168
[6.1] μ 中間子の平均行路・確率	168
[6.2] あわ箱飛跡の分析による中性 V 粒子の質量決定	169
[6.3] K 中間子発生過程への奇妙さ保存則の応用	171
[6.4] 核乾板による荷電粒子質量の比較測定法	171
問題 (6)	172
解答	177

1・2・3巻の主要内容

第1巻	第1編	力学
	第2編	振動と波動
第2巻	第3編	光
	第4編	熱と統計力学
第3巻	第5編	電磁気学

第6編 相対性理論

§ 1. 特殊相対性理論

基 本 事 項

1. 相対性理論の背景

a) ガリレイ変換 自然現象を記述するさい、それがいつどこで起ったかを示すには、時計を用いて時刻を記録し、座標系を用いて位置を標識する。以下、座標系としては直交座標系をとることとする。座標系 S を採用した観測者 B が1つの質点 P の時刻 t における位置を座標 (x, y, z) で記述し、他の座標系 S' を採用した観測者 B' が同じ時刻

$$t' = t \quad (6.1)$$

における同じ質点 P の位置を座標 (x', y', z') で記述したものとする。座標系 S' が、 x', y', z' 軸をそれぞれ座標系 S の x, y, z 軸に平行に保ちながら、 S に対し一様な速度 $\mathbf{v}$ で運動しており、時刻 $t = 0$ において両座標系がちょうど重なりあうものとするれば、2組の座標の間には変換式

$$x' = x - v_x t, \quad y' = y - v_y t, \quad z' = z - v_z t \quad (6.2)$$

が成り立つ。 v_x, v_y, v_z は $\mathbf{v}$ の座標軸方向の成分である。ベクトル記号を使い、(6.1), (6.2) 式をまとめて書けば

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{v}t, \quad t' = t \quad (6.3)$$

となる。この式で結ばれる2つの座標系の1方から他方へ移ることをガリレイ変換という。ガリレイ変換を施すと、1つの質点の速度は

$$\mathbf{u}' = \mathbf{u} - \mathbf{v} \quad (6.4)$$

の式に従がって変わるけれども、加速度 $\mathbf{a}$ や、2つの質点 i, j 間の相対位置 $\mathbf{r}_{ij} \equiv \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$, 相対速度 $\mathbf{u}_{ij} \equiv \mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j$ など是不変である。このように変換を受けても変わらないことを変換に対し不変であるという。

ニュートンの力学においては、慣性の法則が成り立つような座標系を慣性系と呼んでいる。用いた座標系 S が慣性系ならば、質点系 $m_1, m_2, \dots$ がみたすべき運動方程式

$$m_i \mathbf{a}_i = \mathbf{F}_i, \quad (i = 1, 2, \dots) \quad (6.5)$$

の右辺に現われる力 $\mathbf{F}_i$ は、みかけの力の項を含まず、経験によれば、位置や速度に依存する場合でも、相対位置や相対速度を通してであるから、ガリレイ変換に対して不変である。質量 m_i は座標系に無関係な定数と考えられているから、(6.5) 式はガリレイ変換に対して不変な量だけで書き表わされていることがわかる。したがって、慣性系 S とガリレイ変換 (6.3) 式で結ばれる座標系 S' において成り立つ運動方程式

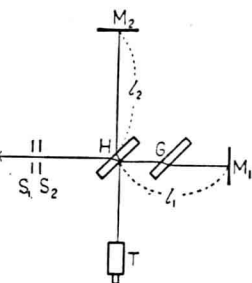
$$m_i \mathbf{a}' = \mathbf{F}' \quad (6.6)$$

は (6.5) 式と全く同じである。それ故、 S' も慣性系である。このように、ニュートンの運動法則はガリレイ変換に対して不変であり、すべての慣性系は力学的立場から見て全く同等の資格を持っている。

他方、電磁気学の基礎法則を記述するマックスウェル方程式によれば、それが成り立つ座標系 S においては、電磁波が真空中をあらゆる方向に一樣な速さ $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ で伝わることを示される。ところが、 S とガリレイ変換 (6.3) 式で結ばれる他の座標系 S' においては、(6.4) 式からわかるように、真空中の電磁波の速さ c' は $c-v$ ($v \equiv |\mathbf{v}|$) と $c+v$ の間の方向により異なる値を持つはずである。これはマックスウェル方程式がガリレイ変換に対して不変ではないことを示す。そうすると、電磁現象を調べることににより、無数にある慣性系のうちからマックスウェル方程式が成り立つようなものを特別な資格を持つ座標系として選び出すことが可能になる。このような特別な座標系を絶対静止系という。

b) マイケルソン・モーリーの実験 光は電磁波の1種であるから、真空中の光速の異方性を調べることににより、採用した座標系 S の絶対静止系 S_0 に対する速度 $\mathbf{v}$ を検出する可能性が考えられる。この考えに基づいて地球に固定した座標系の絶対静止系に対する速度を検出しようとする試みの1つにマイケルソン (A.A. Michelson) とモーリー (E.W. Morley) の実験がある。使った装置は第6.1図に示すようなマイケルソンの干渉計で、光源 Q を出て

スリット S_1, S_2 を通過した細い光束はガラス板の片面に薄く銀メッキした半透明鏡 H で互いに垂直な 2 本の光束 L_1, L_2 に別れ、 L_1 は鏡 M_1 で反射の後 H で反射して望遠鏡 T にはいり、 L_2 は鏡 M_2 で反射した後 H を透過して T にはいり、両光束は干渉を起す。 G は透明なガラス板で、 H の透過回数の違いによる両光束間の光路差を補償するために挿入してある。



第 6.1 図

装置全体が絶対静止系 S_0 に対して $\overrightarrow{HM_1}$ の方向に速度 $\boldsymbol{v}$ で運動しているものとし、 S_0 における光速 $\boldsymbol{c}$ と装置に固定した座標系 S における光速 $\boldsymbol{c}'$ との間に質点の速度の変換式 (6.4) と同じガリレイ変換 $\boldsymbol{c}' = \boldsymbol{c} - \boldsymbol{v}$ が成り立つものとすれば、 H で別れてからふたたび重なりあうまでの間の光束 L_1 の光学距離 s_1 と光束 L_2 の光学距離 s_2 との差は

$$\Delta s \equiv s_2 - s_1 = \frac{2l_2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{2l_1}{1-\beta^2}$$

と計算される (例題 [1.1] 参照)。ここで、

$$\beta \equiv \frac{v}{c} = \frac{|\boldsymbol{v}|}{c}. \quad (6.7)$$

次に、 90° だけ回転することにより、装置全体が S_0 に対し $\overrightarrow{HM_2}$ の方向に速度 $\boldsymbol{v}$ で運動するようになったとすれば、 HM_1 間、 HM_2 間を往復する間の両光速の光路差は

$$\Delta s' = s_2' - s_1' = \frac{2l_2}{1-\beta^2} - \frac{2l_1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

になる。それ故、 T で観測される干渉縞は装置の 90° 回転により光路差の変化

$$\Delta s' - \Delta s = 2(l_1 + l_2) \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{1}{1-\beta^2} \right) \approx (l_1 + l_2) \beta^2 \quad (6.8)$$

に相当するずれを引き起こすことが予想される。 $l_1 \approx l_2 \approx 20 \text{ m}$ とし、 v を地球の公転速度 30 km の程度とすれば、(6.8) 式の値は使用した光 (Na の D 線) の波長 $6 \times 10^{-7} \text{ m}$ と同程度になり、実験の精度から考えてその効果は十分検出できるはずである。ところが、1 年のどの季節に観測を行なっても、実験

の結果は予想した値の $1/20$ 以下で、干渉縞のずれは起らないとみなしてもよいほどであった。

地球が絶対静止系に対して静止していると考えるのは無理であるから、マイケルソン・モーリーの実験の予想はずれの結果をめぐるいろいろな解釈や修正理論が提出されたが、そのうち生き残ったのはアインシュタイン (A. Einstein) の解釈である。アインシュタインによれば、マイケルソン・モーリーの実験の結果は、地球に固定した座標系においても光は真空中をすべての方向に一定の速さ $c \approx 3 \times 10^8$ m/sec で伝わると仮定することにより説明される。この仮定は、地球に固定した座標系においても絶対静止系におけるのと同じマックスウェル方程式が成り立つという仮定と矛盾しない。この第2の仮定はマックスウェル方程式がガリレイ変換に対して不変でないことと矛盾する。第1の仮定も速度のガリレイ変換式 (6.4) と両立しない。そこで、アインシュタインは変更の余地なしと思われていたガリレイ変換を捨て去り、時間と空間の概念の重大な変更を含む新しい理論をつくり上げた。それは特殊相対性理論である。

2. 特殊相対性理論

a) 特殊相対性原理と光速不変の原理 アインシュタインの特殊相対性理論は次の2つの前提から出発する。

I. 互いに等速度で運動しているすべての慣性系において自然法則は全く同じに記述される。これを特殊相対性原理という。

II. 真空中を伝わる光の速さは、どの慣性系で測定しても、光源の速度によらず、どの方向にも一様で一定な値

$$c = 2.997925 \times 10^8 \text{ m/sec} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/sec} \quad (6.9)$$

を持つ。これを光速不変の原理という。

(注意) 特殊という形容詞は考察の範囲が慣性系に限られていることを意味する。慣性系に対して加速度を持って運動する座標系をも含めて、すべての座標系が自然法則の記述に関して同等であるということ (一般相対性原理) を前提として、やはりアインシュタインが開発した理論に一般相対性理論がある。本書では特殊の方しか扱わないから、以下、この形容詞をはぶく。また、座標系というときには慣性系をさすものとする。

b) 同時の概念の再検討 光速不変の原理から次の定理が導かれる。“異なる場所で起った2つの現象は、ある座標系 S (を採用した観測者 B) から見て同時であっても、 S に対して運動している他の座標系 S' (を採用した観測者 B') から見ると同時ではない。”

この定理は次の例から推論される。実験室 S の中央に静止している観測者 B が光信号を発した場合、 B は光が両側の壁に同時に到達するのを見るはずである。一方、 S に対して動いている観測者 B' から見れば、 S は S' に対し逆向きに動いており、前の壁は光信号から逃げ去るのに反し、後の壁は光信号を出迎える。光速は S' においても前方と後方とで変わらないから、 B' には光信号が前の壁よりも後の壁に先に到着するように見えることになる。

アインシュタイン以前の時間概念によれば、時間はすべての座標系に共通に経過すると考えられているから、2つのできごとは、座標系 S で同時ならば、他の座標系 S' でも同時のはずである。それ故、光速不変の原理を認めるならば、座標系 S を採用したときの時間 t と座標系 S' を採用したときの時間 t' とは、両観測者 B, B' が同一設計の正確な時計を使用したとしても、一般にその経過のしかたが異なると考えなければならない。したがって、座標系間の交換を考える場合、空間座標だけでなく時間もいっしょに扱わなければならないことになる。そこで、時間のことを時間座標ともいい、これと空間座標とをいっしょにして時空座標ともいう。

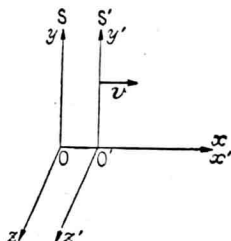
3. ローレンツ変換

a) ローレンツ変換 慣性系 S における空間座標を x, y, z 、時間座標を t とし、 S に相対的に一樣な速度で並進運動しているもう1つの座標系 S' における時空座標を x', y', z', t' とする。相対性理論の両前提 I, II (§ 1. 2a) のもとに (x, y, z, t) と (x', y', z', t') とを結びつける関係式をローレンツ変換という。これは非相対論におけるガリレイ変換にとって代わるものである。

簡単のために次の条件 III を設ける。

III. S' は S に対して x 軸方向に定速度 v で運動するものとし、 x 軸と x' 軸とはつねに重なり、 xy 面、 xz 面はそれぞれ $x'y', x'z'$ 面と一致しているものとする。また、両座標系の空間座標の原点が重なった瞬間を両時間座標の原点と定める。

S も S' もともに慣性系であるということは、S において等速直線運動している質点は S' においても等速直線運動しているように観測されるということを意味する。このことから座標変換の式は 1 次式でなければならないことが結論される(例題 [1.2])。前提 I, II と条件 III を使って 1 次変換式の係数を決定すると、ローレンツ変換の式として



第 6.2 図

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{x-vt}{\sqrt{1-\beta^2}}, & y' &= y, & z' &= z, \\ t' &= \frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}}, \end{aligned} \right\} \quad (6.10)$$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{x'+vt'}{\sqrt{1-\beta^2}}, & y &= y', & z &= z', \\ t &= \frac{t'+\frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \end{aligned} \right\} \quad (6.11)$$

$$\beta \equiv \frac{v}{c} \quad (6.12)$$

が得られる (例題 [1.3] を参照)。

(6.10) 式あるいは (6.11) 式から容易に

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 \quad (6.13)$$

が導かれる。これは

$$c^2 \tau^2 \equiv c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2 \quad (6.14)$$

という量がローレンツ変換に対して不変であることを示している。

$c \rightarrow \infty$ の極限においてローレンツ変換 (6.10) 式は

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t \quad (6.15)$$

となる。これは条件 IIIのもとにガリレイ変換式 (6.3) を成分にわけて書いたものに一致する。

(注意) (6.10) 式とその逆変換式 (6.11) とで、 x, y, z, t の肩符'をつけかえ、 v の符号を変えると、両式は互に入れかわる。これは相対性原理を反映するものである。

b) **ロレンツ・フィッツジェラルド短縮** 棒の長さを測定するには、棒の両端の空間座標 (x_1, y_1, z_1) と (x_2, y_2, z_2) を読みとればよい。長さは

$$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (6.16)$$

で与えられる。ただし、棒が観測者の採用した座標系に対して運動している場合には、両端の空間座標を読みとる時刻は同時刻でなければならない。この点に留意して、座標系 S に対して静止している棒の長さの問題にロレンツ変換の (6.10) 式と (6.11) 式とを応用すると、座標系 S での測定値 l と座標系 S' での測定値 l' との間に次の関係が成り立つことがわかる (例題(1.4)参照)。

1) 棒が x 軸に平行の場合

$$l' = \sqrt{1 - \beta^2} l, \quad (6.17)$$

2) 棒が x 軸に垂直な場合

$$l' = l. \quad (6.18)$$

この定理は次のようにいいかえられる。

“観測者の採用した座標系において) 速さ $v (= \beta c)$ で等速度運動している物体は、運動方向の長さが静止状態における測定値の $\sqrt{1 - \beta^2} (\leq 1)$ 倍に短縮して観測される。運動方向に垂直な方向では運動による長さの変化は起らない。”

このような運動による長さの変化をロレンツ・フィッツジェラルド短縮または単にロレンツ短縮という。

(注意) アインシュタインの相対性理論が生れるよりも前に、フィッツジェラルド (G.F. Fitzgerald) とロレンツ (H.A. Lorentz) は互いに独立に、物体が絶対静止系に対して速さ $v (= \beta c)$ で運動すると、その運動方向の長さが静止しているときの $\sqrt{1 - \beta^2}$ 倍に短縮するという仮説を導入すれば、マイケルソン・モーリーの実験結果が説明できることを指摘した。

c) **運動する時計の遅れ** ロレンツ変換の式 (6.10) から、座標系 S に静止している時計が時間 $d\tau$ だけの経過を記録する間に、座標系 S' の時計は

$$dt' = \frac{d\tau}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (> d\tau) \quad (6.19)$$

だけの時間経過を示すという結論が引き出される (例題(1.5)参照)。逆に S'