

А К А Д Е М И Я Н А У К С С С Р

ПРИМЕНЕНИЕ
МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ
В ЭКОНОМИКЕ И ПЛАНИРОВАНИИ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР

А К А Д Е М И Я Н А У К С С С Р

ОТДЕЛЕНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ, ПРАВОВЫХ И ФИЛОСОФСКИХ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

ТРУДЫ НАУЧНОГО СОВЕЩАНИЯ
О ПРИМЕНЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ
В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ И ПЛАНИРОВАНИИ
(4—8 апреля 1960 года)

Том VII

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
СТАТИСТИКА

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР

Москва 1962

Ответственный редактор
академик *В. С. Немчинов*

Редакторы тома:

профессор, д-р экон. наук *Я. И. Лукомский,*
канд экон. наук *А. А. Конюс*

Редактор-составитель
канд. экон. наук *В. В. Швырков*

О Т Р Е Д А К Ц И И

VII том содержит доклады и сообщения на Научном совещании о применении математических методов в экономических исследованиях и планировании, сделанные на Секции математической статистики. Они затрагивают теорию и практику применения математико-статистических методов при решении некоторых важных собственно экономических и технико-экономических задач. Бóльшая часть докладов и сообщений относится к исследованию разнообразных *статистических закономерностей* как одной из главных задач математической статистики.

Методике и результатам таких исследований при решении крупных *технико-экономических* вопросов были посвящены доклады Н. С. Райбмана, С. П. Гарецкого и В. В. Померанцева, а также некоторые научные сообщения. Н. С. Р а й б м а н сообщил о результатах изучения зависимости себестоимости тракторных работ от величины выработки трактора и главных факторов его работы. Исходным материалом служили многолетние массовые первичные данные об эксплуатации тракторов различных марок в разных районах. В основу его изучения были положены приемы парной и множественной корреляции. Анализ дал возможность выяснить форму и немалую тесноту связи между главными результатами тракторных работ и затратами на эти работы (суммарными и по видам). С. П. Г а р е ц к и й исследовал методами корреляции зависимость индивидуальной производительности труда ткачей от некоторых существенных личных качеств их как рабочих, именно: от уровня образования, длительности производственного стажа, возраста и заболеваемости, а также связь между самими этими

качествами. В. В. Померанцев подробно описал методику, этапы и главные результаты исследования наиболее существенных технико-экономических зависимостей в предприятиях цветной металлургии: зависимости годовых эксплуатационных расходов на добычу руды, суммарных и удельных капитальных затрат на строительство горнообогатительных предприятий (при этом в различных условиях строительства), себестоимости добычи и обогащения тонны руды — от годовой производительности предприятия. К. А. Штец описал в своем выступлении обширное исследование работы мартеновских печей методами математической статистики, с охватом 27 признаков и параметров, отдельно для двух групп печей и трех марок стали.

Познание технико-экономических закономерностей открывает возможность решать вторую важную производственную задачу — устанавливать *оптимальные нормативы*. Методика решения этой последующей задачи также была освещена в тех же докладах и в нескольких научных сообщениях.

С. П. Гарецкий исследовал причины и факторы превышения выработки передовиков производства над выработкой остальных рабочих. Он выяснил, что (35—40) % этого превышения обусловлено более высокими личными качествами передовиков. Поэтому расчет *оптимальной нормы выработки* следует начинать с изучения зависимости производительности труда от личных качеств рабочего. Докладчик выразил норму выработки уравнением регрессии с четырьмя переменными (факторами). В. В. Померанцев в том же своем докладе показал методику решения двух задач нормативного характера: определение минимальных запасов руды, необходимых для успешной работы предприятия, и установление рациональных цен на продукты цветной металлургии. Г. Э. Слезингер остановился в своем выступлении на приемах разработки «бесступенчатых» нормативов при помощи показательных функций вида $N = kA^x B^y C^z \dots$ и показал применение этих приемов на двух задачах: а) система плановых нормативов трудоемкости, расхода материалов и себестоимости технологических средств труда и б) необходимая численность служащих на предприятии.

Третья проблема, бывшая предметом обсуждения в секции,— математическое выражение *закономерностей потребления*. Она была рассмотрена в докладах В. В. Швыркова и П. Ф. Железняк и в содержательном выступлении Л. Я. Лейфмана.

В. В. Швырков остановился в своем докладе на трех известных уравнениях шведского статистика Торнквиста, выражающих зависимости расхода на разные группы предметов потребления от величины дохода семьи, и на понятии коэффициента эластичности спроса (потребления). Он показал, что в условиях СССР этот коэффициент — при правильном его истолковании и применении — может быть полезен при решении многих важных статистико-экономических вопросов. При помощи его можно, например, косвенно измерить степень удовлетворения потребности населения в товарах и услугах, сравнить степень материальной обеспеченности семей разного состава и размера, статистически рассчитать нормы потребления товаров.

П. Ф. Железняк в своем докладе подверг критике кривые Торнквиста, в частности доказывал экономическую несостоятельность их и непригодность для установления нормативных величин потребления, и, в противовес им, предложил собственную модель — уравнение зависимости расходов на те или иные предметы потребления от величины дохода в бюджете семьи. Л. Я. Лейфман, выступив по докладам В. В. Швыркова и П. Ф. Железняк, оспаривал экономический смысл первого уравнения Торнквиста, именно $y = a \frac{x}{x+b}$ (для расхода на предметы первой необходимости), считая для этой цели более обоснованным уравнение $\lg y = \alpha + \beta \lg x$. На основании произведенных им экспериментальных выборок из одной и той же совокупности Л. Я. Лейфман считает, что коэффициент во втором уравнении (он же — коэффициент эластичности) обладает большей устойчивостью, чем коэффициент a в уравнении Торнквиста.

Крайне недостаточно были освещены в работах секции вопросы *выборочного исследования*, в частности вопросы *статистического контроля качества продукции*. Они были затронуты лишь в докладе Я. М. Бендерского

на достаточно специальную тему из области приемного контроля.

Своеобразный и немалый интерес представляет стоящий особняком доклад Р. Н. Назаровой, Б. И. Плюхина и А. В. Тюленева. Авторы поставили задачей изложить вопрос о простейшей односекторной *цепной модели расширенного воспроизводства* и показать ее практическое приложение к конкретному статистическому материалу (рядам динамики).

Вводный доклад Л. Е. Минца и Б. В. Финкельштейна подробно освещает вопрос о взаимоотношении и связи статистики и линейного программирования *.

* Все денежные суммы, приводимые в этом томе, выражены в масштабе цен, существовавшем до 1 января 1961 г.

ДОКЛАДЫ

Л. Е. Минц, Б. В. Финкельштейн

(Совет по изучению производительных сил АН СССР)

СТАТИСТИКА И ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ *

Планирование народного хозяйства требует многочисленных экономических расчетов, чтобы достичь более совершенного решения тех задач, которые ставятся социалистическими хозяйствами. На каждом этапе планирования возникает такой план сочетания и использования ресурсов, который соответствует политическим, экономическим и социальным задачам данного периода развития социалистической экономики.

В любых плановых и экономических расчетах важную роль играют методы оптимального программирования и методы статистики.

До возникновения электронной вычислительной техники приходилось ограничиваться приближенными экономическими расчетами, чтобы подойти к решению задач, стоящих перед народным хозяйством. Метод линейного программирования в сочетании с применением электронных вычислительных машин дает возможность производить необыкновенно быстро множество расчетов, которые выясняют наиболее рациональное сочетание ресурсов для достижения наибольшей их эффективности. При этом можно получать различные варианты таких сочетаний в зависимости от поставленных задач. Этот путь

* Расширенный текст доклада в секции математической статистики Научного совещания о применении математических методов в экономических исследованиях и планировании (8 апреля 1960 г.).

сулит огромные экономические выгоды и может быть в полной мере использован только в социалистическом плановом хозяйстве, так как только в этих условиях мы имеем полный учет ресурсов и полную возможность распоряжаться ими с наибольшим эффектом для народного хозяйства. Методом линейного программирования мы можем установить наиболее эффективные, с народно-хозяйственной точки зрения, планы развития отдельных отраслей, планы рациональной эксплуатации транспортных средств и путей, использования материальных, финансовых и трудовых ресурсов.

Точно так же, как мы различаем задачи статистики народного хозяйства и задачи статистики отдельного предприятия, должны быть разграничены аналогичные области линейного программирования.

Если программирование отдельных задач внутри предприятия (например, лучшей расстановки и эксплуатации наличного оборудования, сырья) может быть организовано на основе оперативно-учетных и статистических данных о работе предприятия, то программирование в народнохозяйственном масштабе требует, помимо точных технических параметров, точнейших высококачественных статистических материалов и статистически обоснованных нормативов.

Для того чтобы статистика могла удовлетворять возросшим потребностям планового хозяйства, необходимо, чтобы требования, предъявляемые программированием, удовлетворялись статистикой наиболее полно. Но не только в этом роль статистики. Результаты программирования дают новые материалы для выявления статистических закономерностей сложных народнохозяйственных процессов, для выяснения пропорций и взаимосвязей.

Как и всякая наука, статистика совершенствуется и обогащается новыми методами. Еще в 1945 г. была выдвинута идея создания новых разделов статистической науки: теории экспериментальной статистики и теории нормативной статистики *. Эти новые разделы статисти-

* В. С. Немчинов. Сельскохозяйственная статистика с основами общей теории. М., Сельхозгиз, 1945.

ки фактически существуют, хотя теория их еще полностью не сложилась. Сама практика планирования народного хозяйства выдвинула перед статистикой немало новых проблем и потребовала от нее новых методов, чтобы выяснять влияние множества действующих факторов, методов балансовых расчетов, методов выявления статистических закономерностей.

Составление народнохозяйственного баланса затрат и выпуска продукции предполагает разработку нормативов затрат отдельных видов по отраслям для выяснения полных затрат и для получения модели, которая может быть составлена не только на основе существующих нормативов, но и с учетом возможных изменений их под влиянием политических и экономических задач, благодаря достижениям науки и техники и росту производительности труда.

Вскрытие резервов, имеющихся в народном хозяйстве, может идти в двух направлениях:

1) резервы, образующиеся вследствие недостаточно полной эксплуатации наличных ресурсов (недогрузка наличного оборудования и имеющихся мощностей, возможность уменьшить брак, недостаточное использование отходов и т. д.). Эти резервы огромны, и в отыскании их статистика имеет большое значение;

2) резервы, образующиеся вследствие неправильной организации производства и игнорирования научных методов при составлении производственных планов (неправильное распределение нагрузки между станками и рабочими местами, нерациональный выбор направлений и транспортных средств при перевозке грузов, неправильное составление смесей и т. д.).

Вот почему необходимо находить оптимальные решения в использовании уже имеющихся ресурсов и при планировании отдельных предприятий, и при планировании всего народного хозяйства. Математические методы и электронная вычислительная техника имеют при решении этих вопросов огромное значение. Здесь установление нормативов и научный статистико-экономический анализ приобретают особую ценность.

Решением этих вопросов занимался еще в 1939 г. советский ученый Л. В. Канторович. Он указал пути решения некоторых задач о наиболее эффективном исполь-

зовании наличных ресурсов *. Возможно, что изолированная разработка этих вопросов без тесного научного сотрудничества с экономистами и статистиками задержала широкое распространение разработанных методов и внедрение их в практику, что нанесло народному хозяйству немалый ущерб. Дальнейшее развитие указанных методов расширило бы возможность их применения к широкому кругу народнохозяйственных проблем. Для того чтобы избежать повторения ошибок, необходимо, чтобы применению математических методов сопутствовал экономико-статистический анализ, без чего само применение указанных методов не будет обоснованным и эффективным.

Успешное развитие методов программирования в экономических исследованиях и планировании зависит от задач, определяемых экономической теорией, от развития электронной вычислительной техники, от уровня статистического учета, который должен удовлетворять соответствующие запросы.

При анализе народнохозяйственных процессов применяются статистические методы, и чем эти методы совершеннее, тем ценнее анализ. Пользование математическими методами обработки статистических данных, чтобы выяснять наиболее целесообразное использование материальных и трудовых ресурсов, нисколько не противоречит экономической теории. Более того, социалистическое общество нуждается в наиболее совершенных и всесторонних методах анализа сложных зависимостей и закономерностей и в наиболее рациональных планах использования наличных ресурсов.

Возможность изучать межотраслевые связи и структуру не только на основе численности занятых лиц (по принятым классификациям, по отрасли промышленности), но и на основе полных затрат труда — имеет большое значение. С этой целью составляют шахматные балансы народного хозяйства и его отдельных отраслей, с учетом и прямых и косвенных затрат. Полные балансы затрат материалов и труда — не только дополнительный материал к ранее составлявшимся балансам; они имеют

* Л. В. Канторович. Математические методы в организации и планировании производства. Л., 1939.

и большое самостоятельное значение. Схему баланса затрат и выпуска можно еще лучше использовать, если оставить в ней значительное число степеней свободы — например, строго не фиксировать конечный спрос во всех отраслях, а подчинить решение требованию оптимальности. Наиболее эффективного планирования можно достигнуть, если мы будем иметь представление об экономии не только прямых, но и косвенных затрат труда. Только зная полные затраты труда и соотношение между их частями, мы можем правильно решать народнохозяйственные задачи.

Учет полных затрат материалов и труда даст возможность определять межрайонные связи.

Для решения вопросов, связанных с экономическими расчетами, приобретают большое значение различные классификации (производств, профессий, взаимозаменяемости отдельных предметов и др.), что должно быть предметом исследований и согласования между плановыми и статистическими органами. Экономические расчеты не могут быть производимы без анализа статистических данных и получения на их основе соответствующих нормативов. В то же время и статистика при разработке программы сбора и обработки данных не может обойтись без выяснения потребностей плановых работников в статистических материалах для составления наиболее рациональных и оптимальных планов развития народного хозяйства.

При современной электронной вычислительной технике задачи, стоящие перед статистикой и перед линейным программированием, вырисовываются в новом свете. Электронная вычислительная техника создает возможность сильно сократить расходы на организацию учета, получать наиболее широкую информацию и разрабатывать ее в направлениях, нужных для анализа народнохозяйственных процессов и для планирования*. Современная информация во многих случаях является одновременно и излишней и недостаточной. С одной стороны,

* См. подробную характеристику возможностей и значения электронной вычислительной техники в докладе чл.-корр. АН СССР И. С. Брука «Перспективы применения электронных цифровых машин в управлении экономикой СССР», опубликованном в I томе «Трудов» этого совещания.

огромная часть поступающего статистического материала не разрабатывается и не находит применения, с другой стороны, та часть, которая только сводится в обобщающие суммарные показатели, нуждается в дополнительной научной разработке (применение группировок, изучение связей между признаками и др.); наконец, для расчета необходимых нормативов (коэффициентов полных затрат), для выяснения источников получения сырья, топлива и материалов, для составления рациональных и экономных схем перевозок, для решения многих других задач требуется дополнительная сплошная информация или дополнительные специальные выборочные обследования.

Непосредственная связь статистики с линейным программированием возникает в разнообразных направлениях.

1. Данные низового статистического и оперативного учета, разработанные и сведенные статистические данные должны удовлетворять потребности экономических и плановых органов при проверке выполнения планов и при экономическом анализе, служить опорным материалом при составлении оптимальных планов и межотраслевых балансов, при расчетах необходимых нормативов.

Отсюда возникают следующие серьезные задачи: а) разработать систему показателей статистического и оперативного учета, пригодную для указанных целей; б) начиная с первичного низового звена, предусмотреть учет главных факторов, влияющих на результат производственной деятельности (на объем продукции, на производительность труда, на себестоимость, рентабельность и т. д.), и в) составить программу комбинационных сводок, получаемых одновременно с учетными данными.

2. При балансовых построениях огромное значение имеют точные технические коэффициенты и нормативы, вычисляемые по первичным данным предприятий. Технические коэффициенты выражают, в сущности, зависимость результатов производства от факторов, влияющих на производство. Однако разработка нормативов требует не только данных непосредственного учета, но и изучения связи между отдельными признаками, т. е. применения методов корреляции. Только таким путем можно более правильно исчислять технические коэффициенты, кото-

рые определяют потребность в материалах, труде, денежных средствах и др. Сами технические коэффициенты — не застывшие нормы: они находятся в зависимости от многочисленных условий (условий производства, организации труда и т. д.). Только изучив факторы, влияющие на технические коэффициенты, и учитывая перспективы технического прогресса, можно с достаточной степенью вероятности предвидеть будущие изменения этих коэффициентов.

Знание технических коэффициентов самих по себе, как некоторых средних величин, отражающих состояние производства какого-либо одного периода, недостаточно для перспективного планирования. При построении перспективных нормативов важно научно обоснованно установить значения параметров, при помощи которых описываются изменения существующих нормативов под влиянием взаимодействия многих факторов.

3. Применение технических коэффициентов и других экономических показателей требует рассматривать получаемые значения параметров как статистические оценки. В связи с этим, с одной стороны, возникает потребность вычислять статистические характеристики степени точности этих оценок, а с другой, — сами оценки должны быть вычисляемы с учетом случайности (в математическом смысле).

При решении задач методом линейного программирования используются данные, определяющие коэффициенты уравнений и линейной формы, подлежащей оптимизации. Однако при решении задач оптимизации следует считаться со статистическим характером входных данных (наличие в них ошибок). Для этого здесь тоже должны применяться методы математической статистики.

Обычно схема отыскания оптимального решения методом линейного программирования базируется на предположении, что все коэффициенты уравнений и неравенств, определяющих область возможных решений, и коэффициенты линейной формы, подлежащей оптимизации, являются неслучайными константами и что при отыскании оптимального решения все вычисления производятся точно. Между тем при решении многих задач коэффициенты являются лишь некоторыми статистическими оценками и, следовательно, их значения случайны. В связи

с этим и возникает статистическая задача о *получении наиболее обоснованных оценок*.

Обозначим через $A = \|a_{ij}\|$ матрицу из коэффициентов при неизвестных в уравнениях, определяющих область возможных решений задачи линейного программирования, а через X и B — столбцевые векторы, составленные соответственно неизвестными и свободными членами

уравнений. Обозначим, далее: через $C = \sum_{i=1}^n c_i x_i$ линейную

форму, подлежащую оптимизации; через $P_1, P_2, \dots, P_n$ — векторы-столбцы, образованные соответственно коэффициентами при неизвестных $x_1, x_2, \dots, x_n$, или, иначе говоря, столбцы матрицы A ; число уравнений — через m , а число неизвестных — через n (будем предполагать при этом, что ранг матрицы A равен m).

В принятой системе обозначений основные трудности, которые возникают вследствие наличия ошибок в значениях некоторых параметров, могут быть выражены так: 1) элементы матриц A и B или, по крайней мере, некоторые из них являются значениями случайных величин; 2) коэффициенты линейной формы C содержат случайные ошибки. При этом могут возникнуть две задачи:

(1) о наиболее обоснованном выборе самого оптимального решения и

(2) об оценке м. о. (математического ожидания) линейной формы, в предположении, что при каждом случайном наборе коэффициентов отыскивается соответствующее этому случаю оптимальное решение.

Имеется много экономических задач, в которых оптимальное решение отыскивается методом линейного программирования, а коэффициенты линейной формы или уравнений, по существу, являются случайными величинами. Рассмотрим только несколько простых примеров.

В ряде задач линейная форма C выражает стоимость израсходованных материалов. Пусть при этом цены материалов подвержены колебаниям, обусловленным главным образом одним фактором, и пусть линейная форма может быть записана в виде

$$C = \sum_{i=1}^n (d_i + d'_i \lambda) x_i,$$

где d_i — средняя цена i -го материала, d'_i — некоторые известные коэффициенты, λ — случайная величина с математическим ожиданием, равным нулю, а x_i — количество расходуемого i -го материала (составляющие вектора x). Пользуясь статистическими данными и методами обработки их, имеющимися в математической статистике, можем найти приближенно закон распределения случайной величины λ и обоснованно определить математическое ожидание оптимального значения C .

Аналогично могут быть истолкованы случаи, когда коэффициенты уравнений связи (элементы матрицы A) содержат случайные части и подвержены колебаниям. В простейшем случае можно иногда считать, что эти колебания обусловлены одним фактором.

Так, известно, что в балансе затрат и выпуска продукции числовые значения технологических коэффициентов содержат некоторые ошибки. Последние вытекают из того, что: а) коэффициенты получаются как коэффициенты некоей «средней технологии» в данной отрасли, между тем как фактически в разных предприятиях отрасли технологический процесс производства различен, и б) отрасль производства рассматривается в схеме как однородная, между тем как мы вынуждены для упрощения расчетной схемы объединять производство нескольких изделий в одну отрасль. Такие вынужденные осреднения и приводят к тому, что в коэффициентах появляются случайные ошибки.

В некоторых случаях, стремясь упростить расчетную схему, мы можем пренебречь влиянием второстепенных факторов и считать, что ошибки можно приписать влиянию одного случайного фактора.

Заметим, что в схеме баланса затрат и выпуска продукции в различных случаях, при различных подходах можно применять методы линейного программирования для лучшего составления плана. Прежде всего, часто удобнее считать для некоторых отраслей конечный спрос не как заданный, а как подчиненный некоторым ограничениям. Так, можно полагать, что до составления плана имеются директивные указания, что потребителю нужно дать возможность приобрести некоторые предметы широкого потребления не менее чем в заданном количестве. Учет наличного производственного оборудования в от-

дельных отраслях производства также приведет к необходимости введения ряда неравенств.

В зависимости от выбранного критерия, оптимизации могут подлежать различные линейные формы.

Рассмотрим решение задачи (2) сначала в наиболее простом случае, именно когда C можно представить в виде

$$C = \sum_{i=1}^n (d_i + \lambda d'_i) x_i,$$

где λ — случайная величина с заданным законом распределения, а d_i и d'_i — константы. Требуется определить математическое ожидание C , если при каждом фиксированном значении λ выбирается оптимальное решение. При этом нам потребуется воспользоваться главными результатами, полученными в области решения задачи линейного программирования с линейной формой, зависящей от параметра. Изложим кратко ее содержание*.

Пусть $\lambda \in [\delta, \varphi]$ **. Рассмотрим решение задачи о минимизации линейной формы C при $\lambda = \delta$. При этом возможно, что при $\lambda = \delta$ задача не имеет конечного решения или имеет какое-либо решение. Для нас в дальнейшем будет представлять интерес второй случай. Пусть, для определенности, оптимальному решению задачи при $\lambda = \delta$ соответствует основа с векторами $P_1, P_2, \dots, P_m$ и пусть

$$P_j = \sum_{i=1}^m x_{ij} P_i, \quad (j = 1, 2, \dots, n),$$

где x_{ij} — координаты вектора P_j в указанном базисе. Из предположения, что при $\lambda = \delta$ система векторов $P_1, P_2, \dots, P_m$ образует основу, при которой линейная форма минимизируется, следует, что при этом

$$\sum_{i=1}^m (d_i + \delta d'_i) x_{ij} - C_j \leq 0$$

* См. Saul Gass. Linear Programming Methods and Applications. N. Y. — Toronto — London, 1958.

** Знак $\in$ означает «содержится». Данная запись означает: «число λ заключено между числами δ и φ , где $\delta < \varphi$ ».