生 産 管 理

村松林太郎著

経営工学講座 3

朝 倉 書 店

生 産 管 理

村松林太郎著

経営工学
講　座

3

朝　倉　書　店

経営工学講座 3
生 産 管 理

昭和51年3月10日 初版第1刷発行
昭和53年4月1日 第3刷発行

著者承認
検印省略

著 者 村 松 林 太 郎

発行者 朝 倉 鑛 造
東京都新宿区新小川町 2-10

印刷者 大 崎 幹 男
東 京 都 文 京 区 水 道 2-5

発 行 所
株式会社 朝 倉 書 店
東京都新宿区新小川町2-10
郵 便 番 号 162
電話 東京(260)0141(代)
振替口座東京 6-8673番
自然科学書協会会員

東徳印刷・渡辺製本

3350-201203-0032

序

製品に対する社会および市場の要求はこんにち，仕様に，量に，納期において激しい変化や変動を伴ってきており，他方，生産システムは技術の進展に伴って多額の投資が行なわれ，生産工程も多段階となり，予測・製品開発・購買外注，生産準備・生産・在庫・出荷という機能を通じて，市場の要求に適合しながら効率的な生産をするという複雑な活動を行なっている．

しかも産業界におけるこの活動は，企業の規模の大小，製品の種類や性質，生産技術の相違などによって千差万別であり，したがって生産管理も，その実状に応じて臨機応変，ケース・バイ・ケースの問題として取り扱わざるを得ないという考えがあった．

しかし，問題が複雑であればあるほど，その現象を正しく整理し，分析することが必要であり，それによって，はじめて適切な生産管理をすすめる理論や技術が確立されるであろう．そしてこの理論や技法を適用し，発展させることによって，より効率的な生産管理システムの実施や開発をすることが可能となる．

本書は，市場および生産工程についてその性質や条件を整理し，それによって生産管理における各機能の分析の方法，計画および統制システムの計画・設計方法および設計したシステムの経済性と信頼性の評価等に関する理論および主としてそれらの技法について述べている．

記述は，内容を理解しやすいように，グラフや数式やシミュレーションを用いているが，いずれも簡単な手法を用いている．

またこんにち，生産管理システムにコンピュータを活用することが効果的であるので，これに関するいくつかの事例を掲げておいた．

生産管理の合理化・近代化は産業の発展にとって重要な課題であるが，そのために重要なことは，生産管理に関する明確な理論と技法の確立である．その意味で，本書は，経営工学，工業経営学および管理工学関係の学生，企業の生産管理

担当者ならびに生産管理システム・エンジニア等の方々に読んで頂きたい．

本書の内容については，著者らは内外の研究者，企業の人々から数多くの教示や協力を頂いた．これらの方々に感謝申し上げる．

本書の出版に当って，早稲田大学産業専修学校　田中芳彦氏には３，５，６，７，８章を，中央大学理工学部　高橋弘之氏には４章および５，９章の一部を，広島大学工学部　平木秀作氏には７章の一部を，早稲田大学理工学部　市村隆哉氏には９章を，玉川大学工学部　田川晋一氏には９章および10章の一部を執筆して頂いた．

しかし全体については，検討を行なった著者の責任である．

原稿の整理，索引の作成，校正などについては大学院博士課程の窪川詩寸枝氏を煩わした．出版社としてご尽力を頂いた朝倉書店の方々と共に記して感謝の意を表する．

1976年2月

著　　者

8.3.2 種々の解法

(1) 費用を最小にするロットサイズ公式

Hanssman, Magee, Eilon らは，下記の条件をもつモデルにおいて，1循環サイクル当りの段取費と在庫費の和を最小にするロットサイズ公式を求めている．

【条件と記号】

1) 工程の型は単一段階工程

2) 品目数は多品目 ($i=1, 2, \cdots, P$)

3) 1計画期間中の各品目の要求量 R_i は既知である．

4) 各品目の単位加工時間 t_{m_i}，1回当り段取替時間 t_{s_i} は所与とされており，確率変動は考慮しない．

5) 段取替時間は品目の投入順序に影響されることはない．

6) 品目の投入方式としては，基本サイクリックスケジューリング方式をとる．

7) 段取費，在庫保管費は所与とされており，品目 i の生産のための段取替えに要する単位時間当り段取費を s_i，品目 i 1単位を単位時間在庫する在庫保管費を c_i とする．

【解法】

品目 i の単位時間当りの要求量および生産量をそれぞれ要求速度，生産速度と呼び，r_i、p_i であらわすと ($r_i<p_i$)，品目 i の製造連期間中は単位時間当り (p_i-r_i) 個ずつ在庫としてふえる．したがって，製造連の終了する時点で最大在庫量になり，この時の値 $I_{\max}$ は次式であらわされる．

$$\begin{aligned}I_{\max}&=t_i(p_i-r_i)\\&=q_i t_{m_i}(p_i-r_i)\\&=\frac{q_i}{p_i}(p_i-r_i)\end{aligned}\tag{8.1}$$

ここで，t_i：品目 i の1製造連の長さ，q_i：1製造連中のロットサイズ．

また，平均在庫量 $\bar{I}$ は

$$\bar{I}=\frac{I_{\max}}{2}$$

$$=\frac{t_i(p_i-r_i)}{2}$$

$$=\frac{q_i(p_i-r_i)}{2p_i} \tag{8.2}$$

となる．したがって，1循環サイクルの長さを L とすると，1循環サイクル当りの費用 c は

$$c=\sum_i s_i t_{s_i}+\sum_i \frac{c_i q_i(p_i-r_i)L}{2p_i} \tag{8.3}$$

であらわせる．ところで，基本サイクリックスケジューリング方式をとる時には，1製造連のロットサイズ q_i は，1循環サイクル中の要求量に等しくすればよいので

$$q_i=r_i L \tag{8.4}$$

となり，単位時間当り費用 c' は

$$c'=\sum_i \frac{s_i t_{s_i}}{L}+\sum_i \frac{c_i r_i(p_i-r_i)L}{2p_i} \tag{8.5}$$

であらわせる．これから，最適な循環サイクルの長さおよびロットサイズは，(8.5) 式を L で微分し，これを0とおいて解くことにより，それぞれつぎのようになる．

$$L^*=\sqrt{\frac{2\sum_i s_i t_{s_i}}{\sum_i c_i r_i(1-r_i/p_i)}} \tag{8.6}$$

$$q_i^*=r_i\cdot\sqrt{\frac{2\sum_i s_i t_{s_i}}{\sum c_i r_i(1-r_i/p_i)}} \tag{8.7}$$

(2) 生産能力を考慮したロットサイズ公式

Maxwell は，生産能力の制約を考慮して (1) で示したロットサイズ公式をつぎのように修正している．いま，機械が正味の加工に使用される時間割合を機械の負荷率 $\rho(=\sum_i r_i/p_i)$ とすれば，1計画期間 T の間に段取替えに利用可能な時間は，$(1-\rho)T$ で与えられる．

一方，基本サイクリックスケジューリング方式のもとでは，各品目とも1計画期間中に $R_i/q_i(=r_iT/q_i)$ 回段取替えがされることになるので，段取替時間に対してつぎの条件が満足されなければならない．

$$\frac{r_i T}{q_i}\cdot\sum_i t_{s_i}\leqq(1-\rho)T \tag{8.8}$$

すなわち，ロットサイズ q_i は

$$q_i \geqq \frac{r_i\sum_i t_{s_i}}{1-\sum_i (r_i/p_i)} \tag{8.9}$$

なる条件を満足する必要がある．したがって，生産能力の制約を考慮した時のロットサイズは次式で与えられる．

$$q_i^* = \max\left\{r_i\cdot\sqrt{\frac{2\sum_i s_i t_{s_i}}{\sum_i c_i r_i(1-r_i/p_i)}},\quad \frac{r_i\sum_i t_{s_i}}{1-\sum_i (r_i/p_i)}\right\} \tag{8.10}$$

(3)　Doll と Whybark のヒューリスティックな反復計算による解法

Doll と Whybark は，品目の要求速度の条件によっては，基本サイクリックスケジューリング方式をとるよりも変則サイクリックスケジューリング方式をとった方が段取費と在庫費の和を少なくできることがあるという考えから，ヒューリスティックな反復計算をすることによって解を求めるアルゴリズムを提出している．

つぎにこのアルゴリズムを紹介する．

【条件と記号】

1)　工程の型は単一段階工程

2)　品目数は多品目 $(i=1, 2, \cdots, P)$

3)　1計画期間中の各品目の要求量は既知である．

4)　各品目の単位加工時間 t_{m_i}，1回当り段取替時間 t_{s_i} は所与とされており，確率変動は考慮しない．

5)　段取替時間は品目の投入順序に影響されることはない．

6)　品目の投入方式としては，変則サイクリックスケジューリング方式をとるものとする．ただし各品目の製造サイクルの長さは基本製造サイクルの長さの整数倍とする．

7)　段取費，在庫保管費は所与とされており，品目 i の生産のための段取替に要する単位時間当り段取費を s_i，品目 i 1単位を単位時間在庫する在庫保管費を c_i とする．

【アルゴリズム】

（手順1） 各品目を独立に生産するものとして，次式により品目別製造サイクルの長さの下界 L_i^0 を求める.

$$L_i^0=\sqrt{\frac{2s_i t_{s_i}}{c_i r_i(1-r_i/p_i)}} \tag{8.11}$$

（手順2） 基本製造サイクルの長さLの初期値として最小の L_i^0 を選ぶ.

$$L=\min_i(L_i^0) \tag{8.12}$$

（手順3） 次式によって定義される整数 k_i^-, k_i^+ を求める.

$$k_i^-\leqq\left[\frac{L_i^0}{L}\right]\leqq k_i^+ \tag{8.13}$$

ここで， k_i^- : L_i^0/L 以下の最大整数， k_i^+ : L_i^0/L 以上の最小整数.

（手順4） k_i^-L, k_i^+L を製造サイクルとした時の品目別単位時間当り費用 $c_i'(k)$ を次式で求め，新しい k_i を定める.

$$c_i'(k)=\frac{s_i t_{s_i}}{k_i L}+\frac{c_i r_i k_i L(1-r_i/p_i)}{2} \tag{8.14}$$

$$k_i=\begin{cases} k_i^- & c_i'(k_i^-)\leqq c_i'(k_i^+) \text{ のとき} \\ k_i^+ & c_i'(k_i^+)\leqq c_i'(k_i^-) \text{ のとき} \end{cases}$$

（手順5） 新しい k_i の値を用いて，基本製造サイクルの長さLの再計算をする.

$$L=\sqrt{\frac{2\sum_i(s_i t_{s_i}/k_i)}{\sum_i c_i r_i k_i(1-r_i/p_i)}} \tag{8.15}$$

（手順6） 手順5で求めた新しい L の値を用いて，手順3へもどる．こうした手順の反復において，手順4における k_i の値が同一の値に収束したら手順は終了する.

【例解】

<条件>

品目数は2品目，それぞれの品目の要求速度，生産速度，1回当り段取費，品物単位当り単位時間在庫保管費は表8.2に示すものとする.

<解>

（手順1） (8.11) 式にしたがって品目別製造サイクルの長さの下界 L_i^0 を求

表 8.2 例題における条件

要因＼品目	r_i	p_i	$s_i t_{s_i}$	c_i
1	200	5000	600	30
2	800	5000	400	30

める.

$$L_1^0=\sqrt{\frac{2s_1t_{s_1}}{c_1r_1(1-r_1/p_1)}}=\sqrt{\frac{2\times600}{30\times200\times(1-200/5000)}}=\sqrt{\frac{1}{4.8}}$$

$$L_2^0=\sqrt{\frac{2s_2t_{s_2}}{c_2r_2(1-r_2/p_2)}}=\sqrt{\frac{2\times400}{30\times800\times(1-800/5000)}}=\sqrt{\frac{1}{25.2}}$$

（手順 2）　基本製造サイクルの長さの初期値を定める.

$$L=\min_i(L_i^0)=\sqrt{\frac{1}{25.2}}$$

（手順 3）　(8.13) 式にしたがって k_1 の値を定める.

$$\frac{L_1^0}{L}=\frac{\sqrt{1/4.8}}{\sqrt{1/25.2}}=\sqrt{\frac{25.2}{4.8}}=2.29$$

$$\therefore\quad k_1^-=2$$

$$k_1^+=3$$

（手順 4）　(8.14) 式にしたがい $c_i'(k)$ を求める.

$$c_1'(k_1^-)=\frac{s_1t_{s_1}}{k_1^-L}+\frac{c_1r_1k_1^-L(1-r_1/p_1)}{2}$$

$$=\frac{600}{2\times\sqrt{1/25.2}}+\frac{30\times200\times2\sqrt{1/25.2}\times(1-200/5000)}{2}$$

$$=1506+1147=2653$$

$$c_1'(k_1^+)=\frac{300}{3\times\sqrt{1/25.2}}+\frac{30\times200\times3\sqrt{1/25.2}\times(1-200/5000)}{2}$$

$$=1004+1721=2725$$

$$\therefore\quad k_1=2$$

（手順 5）　(8.15) 式から $k_1=2$ とした時の新しい基本製造サイクルの長さ L を求める.

$$L=\sqrt{\frac{2\times\{s_1t_{s_1}/k_1+s_2t_{s_2}/k_2\}}{c_1r_1k_1(1-r_1/p_1)+c_2r_2k_2(1-r_2/p_2)}}$$

$$=\sqrt{\frac{2\times(600/2+400/1)}{30\times200\times2\times(1-200/5000)+30\times800\times1\times(1-800/5000)}}$$

$$=\sqrt{\frac{7}{158.4}}$$

(手順 3′)

$$\frac{L_1^0}{L}=\frac{\sqrt{1/4.8}}{\sqrt{7/158.4}}=\sqrt{\frac{158.4}{4.8\times7}}=2.65$$

$$\therefore\quad k_1^-=2$$

$$k_1^+=3$$

(手順 4′)

$$c_1'(k_1^-)=\frac{600}{2\times\sqrt{7/158.4}}+\frac{30\times200\times2\times\sqrt{7/158.4}\times(1-200/5000)}{2}$$

$$=1427+1211=2638$$

$$c_1'(k_1^+)=951+1817=2768$$

$$\therefore\quad k_1=2$$

2回目の反復計算で k_1 の値が1回目の反復計算の値に収束したので手順は終了する．この結果

$$L=\sqrt{\frac{7}{158.4}}=0.21$$

$$k_1=2$$

$$k_2=1$$

を得る．

(4) Denzler のフィックスト・チャージ・シンプレックス法による解法

Denzler は，単一工程・多品目・多計画期モデルを fixed-charge problem で定式化している．

以下に簡単な場合として，単一工程・1品目・多計画期モデルについて Denzler の定式化とその解法を示す．

【条件と記号】

1）工程の型は単一段階工程

2）品目数は1品目

3）品目の要求量 R は n 計画期にわたって既知．第 j 期の要求量を $R_j(j=1, 2, \cdots, n)$ であらわす．

4）各期の生産費，段取費，在庫費は所与．c_j は j 期の生産量にリニアーな生産費用係数，k_j は1回当りの段取替えで固定的に発生する費用，I_j は j 期に品物1単位を在庫として保管した時の費用係数，x_j は j 期の生産量，y_j は j 期の期末在庫量，R_j は j 期における要求量をあらわす．

以上のように条件と記号を定めると，問題はつぎのように定式化できる．

【定式化】

$$\text{minimize } z=\sum_{j=1}^{n}(c_jx_j+k_j\delta_j+I_jy_j) \tag{8.16}$$

subject to

$$\left.\begin{aligned} &x_j+y_{j-1}-y_j=R_j \\ &x_j\geqq 0 \\ &y_j\geqq 0 \end{aligned}\right\} \tag{8.17}$$

ここで

$$\delta_j=\begin{cases}0 & (x_j=0)\\ 1 & (x_j>0)\end{cases}$$

つまり問題は（8.17）式で示された制約条件を満足し（8.16）式を最小にする各期の生産量 x_j を求めることである．ここで（8.16）式の右辺における第2項は，j 期に生産を行なうか否かで固定的に発生する費用であり，生産量には影響されない固定値となる．したがって（8.16）式で示された目的関数は非線型な関数となる．（8.16）式の右辺における第2項，第3項がなければ問題は通常の線型計画問題となる．

【アルゴリズム】

（手順1）　（8.16）式において，求める解 x_j に非線型な項を無視したとし

て得られる線型計画問題に対する基底実行可能解が存在するかを調べる．もし実行可能解が存在しなければ元の fixed-charge problem に対しても実行可能解が存在しないことになるので，手順は打ち切られる．

（手順2） 基底にない各ベクトルに対して，線型計画問題を解くのと同様な方法で，z_j-c_j の値を調べる．

（手順3） (8.18) 式を計算する．

$$\theta_j=\min\frac{x_{B_i}}{y_{ij}} \quad \text{for} \quad y_{ij}>0 \tag{8.18}$$

ここで，x_{B_i}：基底解ベクトルの i 番目の要素，y_{ij}：基底の i 行 j 列要素．

（手順4） 各非基底ベクトルに対し，j 番目のベクトルが基底に入れられた時の変動費の増分を調べる．

$$\Delta v_j=\theta_j(z_j-c_j) \tag{8.19}$$

ここで，Δv_j：総変動費の増分．

（手順5） 各非基底ベクトルに対し，j 番目のベクトルが基底に入れられた時の総固定費の増分を調べる．

$$\Delta k_j=k_j-k_{r_j} \tag{8.20}$$

ここで，k_j：第 j ベクトルの固定費，k_{r_j}：第 j ベクトルが基底に入ることになった時，基底を出るベクトルの固定費．

（手順6） 各非基底ベクトルに対し，基底に入れられることになった時の目的関数の増分を調べる．

$$S_j=\Delta k_j+\Delta v_j \tag{8.21}$$

ここで，S_j：目的関数の増分．

（手順7） すべての S_j が非負になれば最適解が得られたことになるので，手順10へ進む．1つでも負になる S_j があれば手順8へ進む．

（手順8） つぎの反復計算で基底に入れるため，最大の負なる S_j の値をもった非基底ベクトルを選ぶ．

（手順9） 普通のシンプレックス手続きによって行列の変換を行ない，手順3へもどる．

（手順10） 最適解をプリントアウトする．

【例解】

＜条件＞

品目数：1品目，計画期：7期，各計画期における要求量：表8.3に示すものとする.

表 8.3　各計画期における要求量

期	1	2	3	4	5	6	7
R_i	90	125	140	100	45	60	130

段取費：300/回，在庫費：2/単位・期，初期在庫量：0

＜定式化＞

$$\text{minimize}\ z=\sum_{j=1}^{7}(300\delta_j+2y_j) \tag{8.22}$$

subject to

$$\left.\begin{aligned}
x_1-y_1&=90\\
x_2+y_1-y_2&=125\\
x_3+y_2-y_3&=140\\
x_4+y_3-y_4&=100\\
x_5+y_4-y_5&=45\\
x_6+y_5-y_6&=60\\
x_7+y_6-y_7&=130\\
x_j\geqq 0\qquad &(j=1,2,\cdots,7)\\
y_j\geqq 0\qquad &(j=1,2,\cdots,7)
\end{aligned}\right\} \tag{8.23}$$

ここで

$$\delta_j=\begin{cases}0 & (x_j=0)\\ 1 & (x_j>0)\end{cases}$$

＜解＞

(8.22)，(8.23) 式で定義された問題を通常の線型計画におけるシンプレックスタブローと同様の形式で示すと表8.4のようになる．表8.4において，目的関数のところに2つの費用行があるが，この点は通常の線型計画のシンプレックスタ

ブローと異なっている．表 8.4 に示したシンプレックスタブローに基づいて反復計算をした結果を表 8.5 から表 8.7 に示す．これから最終的に第 1 期には 215, 第 3 期には 140, 第 4 期には 205, 第 7 期には 130 生産することになる．この時の総費用は 1780 である．

表 8.4

			k_j	−300	−300	−300	−300	−300	−300	−300	0	0	0	0	0	0
			c_j	0	0	0	0	0	0	0	−2	−2	−2	−2	−2	−2
k_b	c_b	x_b	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
−300	0	x_1	90	1							−1					
−300	0	x_2	125		1						1	−1				
−300	0	x_3	140			1						1	−1			
−300	0	x_4	100				1						1	−1		
−300	0	x_5	45					1						1	−1	
−300	0	x_6	60						1						1	−1
−300	0	x_7	130							1						1
z_j-c_j			0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2
θ_j			-	-	-	-	-	-	-	-	125	140	100	45	60	130
$\theta_j\,(z_j-c_j)$			-	-	-	-	-	-	-	-	250	280	200	90	120	260
Δk_j			−2100	-	-	-	-	-	-	-	−300	−300	−300	−300	−300	−300
S_j			−2100	-	-	-	-	-	-	-	−50	−20	−100	−210	−180	−40

表 8.5

			k_j	−300	−300	−300	−300	−300	−300	−300	0	0	0	0	0	0
			c_j	0	0	0	0	0	0	0	−2	−2	−2	−2	−2	−2
k_b	c_b	x_b	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
−300	0	x_1	90	1							−1					
−300	0	x_2	125		1						1	−1				
−300	0	x_3	140			1						1	−1			
−300	0	x_4	145				1	1					1		−1	
0	−2	y_4	45					1						1	−1	
−300	0	x_6	60						1						1	−1
−300	0	x_7	130							1						1
z_j-c_j			−90	0	0	0	0	−2	0	0	2	2	2	0	4	2
θ_j			-	-	-	-	-	45	-	-	125	140	145	-	60	130
$\theta_j\,(z_j-c_j)$			-	-	-	-	-	−90	-	-	250	280	290	-	240	260
Δk_j			−1800	-	-	-	-	300	-	-	−300	−300	−300	-	−300	−300
S_j			−1890	-	-	-	-	210	0	0	−50	−20	−10	-	−60	−40

表 8.6

			k_j	−300	−300	−300	−300	−300	−300	−300	0	0	0	0	0	0
			c_j	0	0	0	0	0	0	0	−2	−2	−2	−2	−2	−2
k_b	c_b	x_b	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
−300	0	x_1	90	1							−1					
−300	0	x_2	125		1						1	−1				
−300	0	x_3	140			1						1	−1			
−300	0	x_4	205				1	1	1				1			−1
0	−2	y_4	105					1	1					1		−1
0	−2	y_5	60						1						1	−1
−300	0	x_7	130							1						1
z_j-c_j			−330	0	0	0	0	−2	−4	0	2	2	2	0	0	6
θ_j			-	-	-	-	-	105	60	-	125	140	205	-	-	130
$\theta_j(z_j-c_j)$			-	-	-	-	-	−210	−240	-	250	280	410	-	-	780
Δk_j			−1500	-	-	-	-	300	300	-	−300	−300	−300	-	-	−300
S_j			−1830	-	-	-	-	90	60	-	−50	−20	110	-	-	480

表 8.7

			k_j	−300	−300	−300	−300	−300	−300	−300	0	0	0	0	0	0
			c_j	0	0	0	0	0	0	0	−2	−2	−2	−2	−2	−2
k_b	c_b	x_b	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
−300	0	x_1	215	1	1							−1				
0	−2	y_1	125		1						1	−1				
−300	0	x_3	140			1						1	−1			
−300	0	x_4	205				1	1	1				1			−1
0	−2	y_4	105					1	1					1		−1
0	−2	y_5	60						1						1	−1
−300	0	x_7	130							1						1
z_j-c_j			−580	0	−2	0	0	−2	−4	0	0	4	2	0	0	6
θ_j			-	-	125	-	-	105	60	-	-	140	205	-	-	130
$\theta_j(z_j-c_j)$			-	-	−250	-	-	−210	−240	-	-	560	410	-	-	780
Δk_j			−1200	-	300	-	-	300	300	-	-	−300	−300	-	-	−300
S_j			−1780	-	50	-	-	90	60	-	-	260	110	-	-	480