

В.Н. Павлов

МЕЖОТРАСЛЕВЫЕ СИСТЕМЫ

Математические
модели
и методы

Виктор Николаевич Павлов

**МЕЖОТРАСЛЕВЫЕ СИСТЕМЫ
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ**

Утверждено к печати Институтом экономики
и организации промышленного производства
СО АН СССР

Редактор издательства *И. Г. Зыкова*
Художник *А. И. Смирнов*
Технический редактор *Г. Я. Герасимчук*
Корректоры *Н. В. Лисина, Т. Ф. Погиблова*

ИБ № 23863

Сдано в набор 07.03.85. Подписано в печать 10.12.85. МН-01089. Формат 84×108¹/₃₂. Бумага кн.-журнальная. Обыкновенная гарнитура. Высокая печать. Усл. печ. л. 11,8. Усл. кр.-отт. 11,8. Уч.-изд. л. 12,8. Тираж 1500 экз. Заказ 625. Цена 2 р. 20 к.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Наука», Сибирское отделение. 630099, Новосибирск, 99, Советская, 18.

4-я типография издательства «Наука». 630077, Новосибирск, 77, Станиславского, 25.

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ И ОРГАНИЗАЦИИ
ПРОМЫШЛЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА

В. Н. ПАВЛОВ

МЕЖОТРАСЛЕВЫЕ СИСТЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И МЕТОДЫ

Ответственные редакторы
д-р экон. наук *В. К. Озеров*,
канд. физ.-мат. наук *Н. П. Дементьев*



НОВОСИБИРСК
ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
1986

Павлов В. Н. Межотраслевые системы. Математические модели и методы.— Новосибирск: Наука, 1986.

Монография посвящена развитию системного подхода к анализу сложных социально-экономических процессов. Дается описание системы моделей, используемой в Институте экономики и организации промышленного производства СО АН СССР для межотраслевых исследований, основой которой является модель динамического межотраслевого баланса с явным отображением в рекуррентных соотношениях длительности создания основных фондов и подготовки кадров. С использованием развитой техники исследований доказывается сходимость методов оптимизации систем.

Книга рассчитана на специалистов по применению системного подхода в планировании, по системному анализу социально-экономических процессов.

Рецензенты *К. А. Багриновский, Е. М. Левицкий*

ПРЕДИСЛОВИЕ

Системный подход представляет собой эффективное средство изучения широкого класса процессов: социально-экономических, биологических, физических. Он позволяет с единых позиций описать и взаимодействия в активных социальных системах [31, 100], и экологические проблемы [50], и теоретические основы сложных автоматов [114], и задачи планирования процессов развития экономических систем [12, 83, 84]. Метод межотраслевых систем является реализацией системного подхода к планированию народного хозяйства.

Обоснование сбалансированных темпов и пропорций социально-экономического развития в процессе разработки народнохозяйственного плана существенно связано с аналитическим исследованием информации, отображающей количественные взаимосвязи между отраслями. При этом важно, чтобы анализ был межотраслевым, сочетающим все цели развития народного хозяйства. Межотраслевые системы в нашем понимании представляют собой средства для осуществления такого исследования.

Являясь объектом анализа, межотраслевая информация описывает отрасли народного хозяйства с точки зрения их взаимосвязи в едином народнохозяйственном комплексе. Но такое представление о межотраслевой информации весьма расплывчато и неопределенно. Если рассматривать отрасли как обособленные подсистемы народного хозяйства с присутствующими им хозяйственными, технологическими, материально-вещественными и стоимостными структурами производства, то возникает вопрос: все ли взаимосвязи отраслей являются объектом межотраслевого анализа и если нет, то чем обусловлено сужение этого множества? Для ответа на этот вопрос недостаточно только изучения структуры производства или межотраслевых связей. Необходимо также знать цели анализа.

Влияние целей анализа на структуру межотраслевой информации осуществляется главным образом через имеющиеся средства аналитических исследований. Структура информационных массивов должна быть согласована с требованиями, предъявляемыми к ним процедурами их преобразования. Что касается целей межотраслевого анализа, то они, будучи сформулированными, в известной степени определяют и соответствующие средства. Следует, однако, учитывать динамику взаимодействия целей и средств. Она заключается в том, что определенный уровень развития средств позволяет достичь соответствующих целей. Усложнение целей предъявляет новые требования к средствам и служит источником их развития. Средства межотраслевого анализа, являющиеся предметом исследования в данной книге, разрабатываются в рамках методологии динамического межотраслевого баланса и предназначены для использования этой методологии при решении конкретных задач планирования.

Основные идеи, на базе которых развиваются принципы построения динамических схем межотраслевого баланса, впервые были высказаны в трудах классиков марксизма-ленинизма применительно к капиталистическому способу производства [1]. Уже в первые годы Советской власти эти принципы получили существенное развитие в плановой практике нашей страны [133]. Использование методологии динамического межотраслевого баланса в планировании явилось мощным стимулом развития соответствующих моделей и численных методов. Основы современной теории межотраслевых балансовых моделей изложены, например, в работе [6].

Качественно новым этапом в развитии методов анализа межотраслевой информации является разработка системы моделей народнохозяйственного планирования [5]. Системный подход позволяет провести комплексный анализ взаимосвязей между отраслями народного хозяйства на базе исследования многоцелевых аспектов экономического развития. Народнохозяйственный результат от управляющих воздействий в системе моделей определяется через решение задач развития тех подсистем, на которые прямо или косвенно направлены эти воздействия. Результирующая функция отклика, найденная с помощью системы моделей, имеет достаточно сложную структуру (о понятии функции отклика см. [84]).

Метод динамического межотраслевого баланса, являясь ядром системного подхода к планированию, объединяет все отдельные процедуры в единую систему плановой и управ-

ленческой деятельности. Организационно эта роль межотраслевых балансов отображается в автоматизированных системах плановых расчетов (АСПР). Включение в АСПР подсистем анализа межотраслевой информации, основанных на методологии динамического межотраслевого баланса, и разработка сервисных процедур информационного обеспечения этих подсистем представляют собой магистральное направление развития АСПР [4, 63, 76].

Исследования, результаты которых излагаются в данной книге, выполнены в Институте экономики и организации промышленного производства (ИЭиОПП) СО АН СССР и имеют целевой характер. Они направлены на решение проблем разработки моделей и методов анализа межотраслевой информации на базе методологии динамического межотраслевого баланса. Из результатов, полученных другими авторами, здесь упомянуты преимущественно те, которые используются в настоящей работе. Все включенные в книгу материалы неоднократно обсуждались в процессе разработки общей концепции межотраслевых исследований в секторе анализа межотраслевых связей и динамики народного хозяйства ИЭиОПП СО АН СССР. В окончательной структуризации текста большую помощь оказал руководитель сектора д-р экон. наук В. К. Озеров.

Монография состоит из двух разделов и дополнения. В разделе I, объединяющем три главы текста, дается описание варианта межотраслевой системы, предлагаемого автором для анализа процесса общественного производства.

Глава 1 содержит описание межотраслевых динамических моделей. Реализуемый в них подход основан на рассмотрении общественного продукта в единстве его стоимостной и материально-вещественной структур. Центральное место здесь занимает динамическая межотраслевая модель, учитывающая длительный характер создания основных производственных фондов и подготовки кадров. Рассматриваются два аспекта формирования балансовых соотношений: материально-вещественный (§ 1) и стоимостный (§ 2). По материально-вещественному составу модель включает: баланс валового продукта отраслей, баланс незавершенного строительства, баланс основных производственных фондов и баланс трудовых ресурсов. Взаимосвязь между динамикой основных производственных фондов и валового продукта фондосоздающих отраслей опосредуется процессом воспроизводства незавершенного строительства. По стоимостному составу включен только баланс валового продукта отраслей.

Методы включения балансовых моделей в межотрасле-

вую систему частично рассматриваются в § 3, где кратко обсуждаются классификация подсистем и структура информационных массивов, обеспечивающих межотраслевой анализ; описываются подсистемы, ответственные за формирование различных нормативов.

В § 4 и 5 рассматриваются упрощенные методы моделирования фондообразования по материально-вещественному составу и оптимизационные варианты динамических межотраслевых моделей, сформированных на базе упрощенных операторов фондообразования. Здесь наибольший интерес представляют модели, в которых процесс фондообразования отображается нелинейными функциями, учитывающими перераспределение основных производственных фондов между отраслями при снижении потребности в них.

В заключение главы дано описание процедур анализа межотраслевой информации, использующих для этих целей межотраслевые динамические модели. Введено понятие обобщенных матриц эластичности, на базе которых разработаны интегральные модели перестройки производства.

Глава 2 посвящена приближенным методам расчета траекторий развития общественного производства по межотраслевым динамическим моделям. Дается полное обоснование численных методов в балансовых моделях (§ 7 и 8). Доказаны теоремы об их сходимости и на основе исследования этого процесса разработаны практические рекомендации по использованию рассматриваемых методов. Наибольший интерес здесь представляют методы балансировки в модели с лагами капитальных вложений (§ 8). Предложенный порядок выполнения процедур балансировки в этой модели позволяет на базе последовательного улучшения находить траекторию, полностью сбалансированную по ресурсам.

Оптимизационные методы в этой главе описываются кратко. Основное внимание уделено обсуждению их идейной стороны. Математическое же доказательство их сходимости перенесено в раздел II, где соответствующие теоремы доказываются в более общих формулировках, предназначенных для обоснования оптимизации систем.

В главе 3 описывается предлагаемый автором вариант объединения моделей в единую (межотраслевую) систему. Механизм объединения базируется на процедуре прогнозирования значений системных параметров. Рассмотренный подход позволяет широко использовать для прогнозирования параметров наряду с формальными неформализуемые человеко-машинные процедуры. Принятая структура системной организации обеспечивает достаточно простой и эффективный механизм управления подсистемами.

На базе проведенных теоретических исследований разработана автоматизированная система комплексного анализа межотраслевой информации (система КАМИН). В заключение раздела I дается краткое описание структуры и возможностей этой системы, которая представляет собой комплекс программ, предназначенных для человеко-машинной обработки информации. В настоящее время система КАМИН используется в ИЭиОП СО АН СССР для исследовательских и прикладных целей. Сокращение объема ее описания достигнуто главным образом за счет исключения из текста методических и инструктивных материалов.

Раздел II монографии объединяет две главы и содержит результаты теоретического исследования систем. Более абстрактный уровень изложения сочетается здесь с математическим оформлением результатов. Система представляется в виде набора топологических пространств и отображений.

Для описания многоцелевых систем применяется аппарат теоретико-игровых моделей. Развитие теории игр в направлении использования ее для анализа систем в настоящее время тесно связано с разработкой топологической теории точечно-множественных отображений и численных методов оптимизации игр. За последние годы появилось достаточно много работ, посвященных топологической теории [15, 47, 48, 72, 73, 76, 109, 148—152, 155, 156 и др.]. Приближенные методы оптимизации игр разработаны значительно слабее. Можно упомянуть работы [55, 100, 110, 158 и др.], в которых обосновываются методы поиска равновесия в специальных классах игр.

В главе 4 вводятся понятия игровой системы, иерархической структуры и устанавливаются их простейшие свойства. Игровая система T определяется как централизованная игра специального вида. В данной книге для централизации игр используется стандартная схема, изложенная, например, в [55]. Введение дополнительного, $(m + 1)$ -го игрока (играющего роль центра) в исходную бескоалиционную игру γ при построении ее централизованного аналога $C(\gamma)$ изменяет множество допустимых игровых ситуаций, упрощает его структуру. Если в игре γ множество допустимых ситуаций Γ_γ состоит из неподвижных точек отображения $\Omega_\gamma = \prod \Omega_j$ (которое устанавливает соответствие между игровыми ситуациями и множествами допустимых стратегий игроков), то $\Gamma_{C(\gamma)}$ есть график этого отображения.

Оптимизация игровой системы T определяется как задача поиска сопряженной границы игры γ_T . В терминах век-

торной оптимизации сопряженная граница является решением задачи максимизации вектор-функции, сконструированной из функций выигрыша игроков, на множестве допустимых игровых ситуаций $\Gamma_{\text{игр}}$. Скаляризация векторного критерия приводит к понятию $(T - \lambda)$ -оптимального решения. Сопряженная граница является обобщением понятия равновесия (по Нэшу). Она совпадает с множеством равновесных состояний, если последнее непусто. Это свойство сопряженной границы позволяет, в частности, свести задачу поиска равновесия к задаче минимизации функционала на множестве допустимых ситуаций.

Игровые системы интересны тем, что над ними можно задавать различные иерархические структуры (ИС). Для задания ИС необходимо распределить подсистемы по уровням и установить правила взаимодействия между уровнями. Тип ИС определяется этими двумя факторами. Введение ИС над системой T порождает новый тип оптимальности — иерархический, а также новый класс численных методов, имитирующих иерархический тип взаимодействия. Наибольший интерес представляют такие ИС, которые не меняют множества оптимальных точек системы T . Этими структурами порождаются только иерархические методы оптимизации. Множество ИС, в которых сопряженная граница является иерархическим оптимумом, непусто. В § 15 показано, что этому условию удовлетворяют ИС, изучаемые в работах [12, 83, 84 и др.].

Наиболее эффективно иерархические методы оптимизации работают в системах, в которых множество допустимых состояний и целевые функционалы подсистем зависят только от параметров более высоких уровней. Это так называемые системы без горизонтальных связей [84].

Для исследования игровых систем в главе 5 развивается метод аппроксимирующих семейств, который представляет собой обобщение проекционных методов конечномерной аппроксимации задач математического программирования [104, 128]. Развитая техника метода аппроксимирующих семейств позволяет обосновать конечномерную аппроксимацию систем достаточно широкого класса.

При обосновании конечномерной аппроксимации большое внимание уделяется системам, в которых допустимые множества подсистем являются подмножествами соответствующих пространств Соболева и определяются операторными ограничениями типа неравенство. Рассматриваемые системы с операторными ограничениями играют важную роль в экономико-математических исследованиях. К этому классу, в

частности, относятся динамические системы, в которых оптимизация подсистем описывается задачами оптимального управления [49, 104].

Существенно невыпуклый характер задач оптимизации игровых систем приводит к тому, что при их решении оказываются малоэффективными широко распространенные в выпуклом программировании методы градиентного типа [49, 69, 77, 95, 116, 128]. Сходимость градиентных методов удастся доказать только для весьма частных классов систем. Так, в работе [55] доказана сходимость метода градиентного типа для систем, в которых целевые функции подсистем выпукло-вогнуты, а допустимые множества — выпуклые компакты, не зависящие от игровых ситуаций. Численные методы в системах со свойством монотонности изучаются в работе [84], где доказана сходимость модифицированного метода Ньютона. В ряде работ [158 и др.] предлагаются комбинаторные алгоритмы оптимизации игровых систем, однако область сходимости их также весьма ограничена.

Хорошо известны дифференциальные свойства функции максимума [48]. Построение аппроксимирующего семейства T_ϵ с дифференцируемыми функционалами H_ϵ и дифференцируемыми функциями оптимального отклика S_ϵ позволяет сформулировать необходимые условия приближенного оптимума системы T в форме принципа максимума, как это сделано, например, в работе [103].

В дополнении изучаются свойства точечно-множественных отображений, которые широко используются в системных исследованиях. К таким свойствам относятся полунепрерывность снизу и замкнутость образа. Здесь предлагается техника исследования полунепрерывности снизу, основанная на свойствах множества допустимых вариаций k -го порядка. При этом удастся доказать полунепрерывность снизу отображений, не являющихся $*$ -телесными.

Нумерация формул, теорем и лемм в книге двухиндексная: первый индекс — номер параграфа, второй — порядковый номер формулы (теоремы, леммы) внутри параграфа. Конец доказательства отмечается знаком ■.

Автор считает приятным долгом выразить признательность всем сотрудникам сектора анализа межотраслевых связей и динамики народного хозяйства за дружескую помощь и поддержку в процессе написания книги. Особую благодарность хотелось бы выразить В. К. Озерову и Н. П. Дементьеву, взявшим на себя труд научного редактирования; К. А. Багриновскому, Е. М. Левицкому и К. К. Вальтуху за ценные советы и критические замечания, которые способствовали улучшению текста монографии.

Глава 1

**МЕЖОТРАСЛЕВЫЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ
ПРОИЗВОДСТВА В МАТЕРИАЛЬНОЙ СФЕРЕ**

Системный подход к балансу народного хозяйства позволяет рассматривать динамический межотраслевой баланс, охватывающий балансовые связи по валовому продукту, основным фондам и трудовым ресурсам, в качестве одной из важнейших подсистем, направленной на исследование межотраслевых взаимосвязей и их динамики.

В основе метода динамического баланса (ДМБ) лежит положение марксистской политической экономии о воспроизводстве совокупного общественного продукта в единстве его стоимостной и материально-вещественной структур. Являясь формой количественного отображения этого единства, динамический межотраслевой баланс реализуется в рамках принятых целей общественного развития, что определяет характер взаимосвязи стоимостного и материально-вещественного аспектов воспроизводства. Так, при моделировании капиталистической экономики, в соответствии с целью максимизации прибавочной стоимости, в основу балансовых построений кладется баланс по стоимости, а материально-вещественный баланс формируется как производный от него. Целью же социалистического общественного производства является наиболее полное удовлетворение растущих материальных и духовных потребностей людей. Поэтому при моделировании социалистической экономики первоочередное значение имеет материально-вещественный аспект воспроизводства в единстве со стоимостным [99, 131].

Настоящая монография содержит полученные автором результаты по разработке моделей динамического межотраслевого баланса применительно к социалистическому способу производства.

§ 1. ОБЩАЯ СХЕМА МОДЕЛИ ДИНАМИЧЕСКОГО МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА (МАТЕРИАЛЬНО-ВЕЩЕСТВЕННЫЙ АСПЕКТ)

Важнейшими предпосылками воспроизводственного подхода к моделированию материально-вещественной структуры совокупного общественного продукта в рамках методологии динамического межотраслевого баланса являются: разбиение отраслей материального производства на два подразделения по конечному использованию продукции и выделение внутри I подразделения фондосоздающих отраслей. Такое разделение экономической структуры валового продукта, создаваемого в сфере материального производства, обусловлено спецификой функционирования каждой его составляющей [1, 3, 80, 97, 141, 144]. Если продукция II подразделения направляется на удовлетворение непроизводственных потребностей общества и выбывает из сферы материального производства, то продукция I подразделения не выходит за пределы материальной сферы и используется полностью для удовлетворения потребностей самого процесса производства материальных благ. Отсюда разные требования к развитию отраслей I и II подразделений. Производство продукции отраслей I подразделения должно быть сбалансировано с использованием этой продукции в сфере материального производства. Производство продукции отраслей II подразделения на каждом этапе развития общества согласуется с долгосрочными программными установками социально-экономического развития и должно обеспечивать необходимый уровень потребления материальных благ вне сферы материального производства. В соответствии с этим необходим дифференцированный подход к моделированию отраслей I и II подразделений.

Далее, внутри I подразделения продукция фондосоздающих и нефондосоздающих отраслей имеет качественно разную природу. Продукция фондосоздающих отраслей представляет собой материально-вещественный аналог производственных капитальных вложений соответствующего вида. Она возвращается в сферу материального производства в виде основных производственных фондов, после того как некоторый период времени (лаг данного вида капитальных вложений) находилась в стадии незавершенного строительства, и используется в течение длительного времени [80, 99, 144]. Продукция нефондосоздающих отраслей является тем сырьем и материалами, которые используются для текущего производственного потребления, и только малая

часть ее накапливается в отраслях материального производства в виде запасов оборотных фондов.

Различие требований к выделенным группам отраслей приводит к различным способам моделирования динамики их функционирования [99, 112, 144]. В динамической модели межотраслевого баланса, разработанной Н. Ф. Шатиловым [144], для фондосоздающих отраслей I подразделения в каждый момент времени требуется сбалансированность их валовой продукции с общим объемом возмещения выбытия основных производственных фондов, суммарными приростами фондов и приростами незавершенного строительства данного вида во всех отраслях материального производства. Объем валовой продукции нефондосоздающих отраслей I подразделения балансируется с материальными затратами и приростом запасов оборотных фондов данного вида во всех отраслях материального производства. Динамика производства в отраслях II подразделения в упомянутых выше работах моделируется методом «от достигнутого», т. е. через темпы роста валовых выпусков.

Методологической предпосылкой построения модели динамического межотраслевого баланса по материально-вещественному составу в данной монографии принимается интерпретация производства в отраслях материальной сферы как процесса расширенного воспроизводства запасов материальных средств соответствующего вида. Для описания этого процесса в математической форме введем следующие обозначения:

$x_i(t)$ — произведенный валовой продукт i -й отрасли в t -м году;

$z_i(t)$ — совокупный запас продукции i -й отрасли на конец t -го года;

$Э_i(t)$ — экспорт продукции i -й отрасли в t -м году;

$И_i(t)$ — импорт продукции i -й отрасли в t -м году;

$П_i^1(t)$ — потери продукции i -й отрасли в t -м году;

$П_i^2(t)$ — потери накопленных за предыдущие годы запасов продукции i -й отрасли, происшедшие в t -м году.

Содержание параметра $z_i(t)$ конкретизируется в зависимости от типа отраслей материальной сферы. Так, запас продукции фондосоздающих отраслей представляет собой продукцию незавершенного строительства соответствующего вида. Для нефондосоздающих отраслей I подразделения $z_i(t)$ обозначает запасы производственных материальных оборотных фондов, а для нефондосоздающих отраслей II подразделения — запасы продукции непроемственного потребления.

Ресурс продукции i -й отрасли $R_i(t)$, доступный к использованию в t -м году, через введенные параметры выражается следующим образом:

$$R_i(t) = z_i(t-1) + x_i(t) + I_i(t). \quad (1.1)$$

Этот ресурс в t -м году распределяется на экспортные поставки, возможные потери, формирование переходящих запасов и продукт, использованный в t -м году. Последнюю величину обозначим через $\bar{x}_i(t)$. Тогда будет справедливым следующее равенство:

$$R_i(t) = \bar{x}_i(t) + \mathcal{E}_i(t) + \Pi_i^1(t) + \Pi_i^2(t) + z_i(t). \quad (1.2)$$

Использованный в t -м году продукт выбывает из состава ресурсов и возмещается в них продуктом этого года. Обозначим через $u_i(t)$ объем продукта t -го года, направленного на возмещение в составе ресурса $R_i(t)$ использованного в этом году валового продукта $\bar{x}_i(t)$ и потерь запасов. Теперь из соотношений (1.1) и (1.2) легко выводится уравнение, описывающее произведенный продукт t -го года, т. е.

$$x_i(t) = u_i(t) + \Delta z_i(t) + \mathcal{E}_i(t) - I_i(t) + \Pi_i^1(t). \quad (1.3)$$

Здесь через $\Delta z_i(t) = z_i(t) - z_i^*(t-1)$ обозначен прирост запасов продукции i -й отрасли в t -м году, где $z_i^*(t-1)$ по величине равно $z_i(t-1)$, а по материально-вещественному составу вместо использованных запасов и потерь в запасах содержит их возмещение из продукта данного года.

Наряду с произведенным и использованным в t -м году валовым продуктом в экономическом анализе большую роль играет понятие использованного валового продукта t -го года [99, 144]. В рамках методологии описываемой модели использованный валовой продукт t -го года, который обозначим через $\bar{x}_i(t)$, представляет собой объем продукта t -года, использованного на расширенное воспроизводство запасов i -го вида в t -м году [99], так что справедливо равенство

$$\bar{x}_i(t) = u_i(t) + \Delta z_i(t). \quad (1.4)$$

Здесь $u_i(t)$ представляет собой возмещение выбывших запасов и по объему превосходит использованный в t -м году продукт $\bar{x}_i(t)$ на величину потерь в запасах $\Pi_i^2(t)$. Отметим различие между $u_i(t)$ и $\bar{x}_i(t)$ по материально-вещественному составу. Если $u_i(t)$ содержит продукт только t -го года, то в $\bar{x}_i(t)$ наряду с продуктом t -го года входит

продукт, находившийся в запасах $z_i(t-1)$ и использованный в t -м году. В связи с этим возникает проблема соизмерения величин $u_i(t)$ и $\bar{x}_i(t)$. В данной книге для такого соизмерения принята методология, разработанная Н. Ф. Шатиловым и В. К. Озеровым, которая основана на введении сопоставимых цен [54, 86, 99, 144].

Конкретизацию балансовых соотношений (1.3), (1.4) начнем с описания динамики производства в фондосоздающих отраслях I подразделения. В основе выбора номенклатуры этих отраслей и описания модели их динамики лежит дифференциация основных производственных фондов в t -м году по видам (i), отраслям (j) и возрасту (τ) и дифференциация материально-вещественных аналогов производственных капитальных вложений в t -м году также по видам (i), отраслям (j) и времени нахождения их в стадии незавершенного строительства (s). По материально-вещественному составу производственные капитальные вложения, соответствующие виду основных производственных фондов, представляют собой либо вид оборудования, либо вид строительно-монтажных работ, выделенных в номенклатуре модели в отдельную позицию. Параметр τ указывает, сколько лет назад был осуществлен ввод данных основных фондов, а параметр s — через сколько лет данный объем капитальных вложений будет введен в действие в виде основных производственных фондов.

Обозначим:

$F_{ij}(t, \tau)$ — объем основных производственных фондов i -го вида в j -й отрасли возраста τ на конец t -го года;

$\kappa_{ij}(t, \tau)$ — норму выбытия основных производственных фондов i -го вида возраста τ в j -й отрасли в t -м году;

$B_{ij}(t)$ — ввод основных производственных фондов i -го вида в j -й отрасли в t -м году;

$K_{ij}(t, s)$ — материально-вещественный аналог производственных капитальных вложений i -го вида, осуществленных в j -й отрасли в t -м году, которые будут введены в действие через s лет.

Капитальные вложения $K_{ij}(t, s)$ являются элементом использованного продукта t -го года i -й фондосоздающей отрасли $\bar{x}_i(t)$. Общий объем основных производственных фондов i -го вида в j -й отрасли на конец t -го года $F_{ij}^*(t)$ вычисляется по формуле

$$F_{ij}^*(t) = \sum_{\tau \geq 0} F_{ij}(t, \tau), \quad (1.5)$$

общий объем материализованных производственных капитальных вложений $K_{ij}^*(t)$ — по формуле

$$K_{ij}^*(t) = \sum_{s \geq 0} K_{ij}(t, s). \quad (1.6)$$

По содержательному смыслу при достаточно больших τ и s справедливы соотношения $F_{ij}(t, \tau) \equiv 0$ и $K_{ij}(t, s) \equiv 0$, так что количество ненулевых слагаемых в формулах (1.5) и (1.6) конечно. Взаимосвязь между материализованными капитальными вложениями и вводами основных производственных фондов характеризуется следующим соотношением:

$$B_{ij}(t) = \sum_{s \geq 0} K_{ij}(t - s, s). \quad (1.7)$$

Динамика основных производственных фондов описывается уравнениями

$$F_{ij}(t, 0) = B_{ij}(t), \quad F_{ij}(t, \tau) = F_{ij}(t - 1, \tau - 1)[1 - \kappa_{ij}(t, \tau)], \quad \tau > 0. \quad (1.8)$$

В составе незавершенного строительства i -го вида в j -й отрасли на конец t -го года $N_{ij}^*(t)$ находятся те материализованные капитальные вложения, которые осуществлены в году t и ранее, но момент ввода соответствующих производственных фондов будет в последующие годы, так что

$$N_{ij}^*(t) = \sum_{v > 0} \sum_{s \geq 0} K_{ij}(t - s, s + v). \quad (1.9)$$

Весь объем незавершенного строительства в году t можно разделить на слои $N_{ij}(t, v)$. Здесь параметр v указывает, через сколько лет будет осуществлен ввод данного слоя. Справедлива формула

$$N_{ij}^*(t) = \sum_{v > 0} N_{ij}(t, v), \quad (1.10)$$

где

$$N_{ij}(t, v) = \sum_{s \geq 0} K_{ij}(t - s, s + v). \quad (1.11)$$

Как видно из предыдущего текста, описываемая модель относится к классу моделей с годовым шагом. Однако если за единицу измерения времени принять не год, а квартал или месяц, то она без каких-либо изменений превращается в модель с поквартальным или месячным шагом соответственно. Изменение в этом случае коснется лишь способа формирования информационной базы. Поэтому в дальнейшем