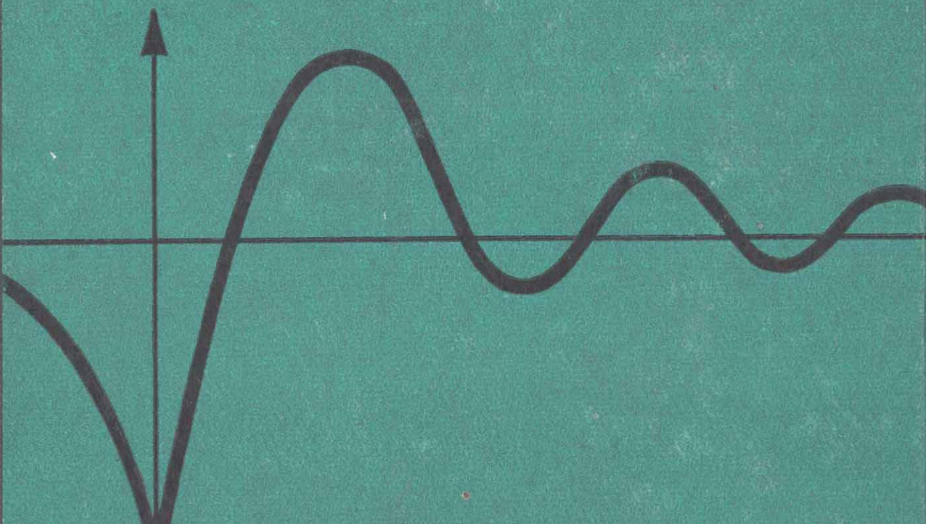
ТИПОВЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ МОДЕЛИ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ



ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ

ТИПОВЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ МОДЕЛИ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

Под редакцией
Н. С. Райбмана

МОСКВА
ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ 1983

ББК 32.965
Т43
УДК 681.5.015

Рецензент Ш. Е. Штейнберг

Типовые линейные модели объектов управления/
Т43 С. А. Анисимов, И. С. Зайцева, Н. С. Райбман, А. А. Яралов; Под ред. Н. С. Райбмана, — М.: Энергоатомиздат, 1983. — 264 с., ил.
В пер.: 90 к.

Дано систематизированное изложение разработанных авторами **методов типовой идентификации**, на базе которых составлены таблицы типовых моделей объектов управления. Описываемые методы дают возможность получить с минимальными временными затратами математическую модель объекта (структуру и параметры) в классе **линейных стационарных моделей**.

Для инженерно-технических и научных работников, занимающихся решением задачи идентификации в различных областях управления: технике, медицине, биологии, экономике, экологии и др.

$\text{Т43}\frac{1502000000\text{-}449}{051(01)\text{-}83}$ 195-83 ББК 32.965
6Ф6.5

Сергей Александрович Анисимов, Ирина Семеновна Зайцева, Наум Самойлович Райбман, Абел Абелович Яралов

ТИПОВЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ МОДЕЛИ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

Редактор Р. Е. Кузин
Редактор издательства Л. Д. Никулина
Переплет художника В. Я. Батищева
Художественный редактор А. А. Белоус
Технический редактор Г. С. Соловьева
Корректор З. Б. Драновская
ИБ № 2757

Сдано в набор 09.02.83 Подписано в печать 01.06.83 Т-12854
Формат $84\times108^1/_{32}$ Бумага типографская № 3 Гарнитура литературная
Печать высокая Усл. печ. л. 13,86 Усл. кр.-отт. 14,07 Уч.-изд. л. 14,99
Тираж 5500 экз. Заказ 3070 Цена 90 к.

Энергоатомиздат, 113114, Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Ордена Октябрьской Революции и ордена Трудового Красного Знамени Первая Образцовая типография имени А. А. Жданова Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, М-54, Валовая, 28

ПРЕДИСЛОВИЕ

На современном этапе развития народного хозяйства одним из основных путей повышения производительности труда и качества продукции является использование автоматического и автоматизированного управления технологическими процессами. Решение задач управления как в технических, так и в других областях человеческой деятельности, например в медицине, биологии, физиологии, сельском хозяйстве и др., тесно связано с вопросами математического моделирования, т. е. с построением модели и изучением на ней закономерности функционирования объекта. Исследователи часто проводят большой объем экспериментов, тратят средства и время в целях получения динамических характеристик изучаемого процесса или явления, при этом не всегда представляя себе, каков должен быть вид получаемых характеристик. Положение усложняется тем, что измеряемые входные и выходные сигналы являются случайными и обычно представляют собой смесь полезного сигнала и шума. В этих случаях использование детерминированных подходов корреляционной теории может не привести к цели из-за некорректной постановки задачи (см. приложение 1).

Данную книгу следует рассматривать как справочную книгу, в которой собраны простейшие динамические характеристики. Приведенные функции дают наглядное представление о том, как меняется форма характеристик даже при небольших изменениях параметров входных и выходных сигналов. Они разработаны и систематизированы впервые авторами и могут быть использованы исследователями для решения задач идентификации и определения динамических характеристик в качестве первого шага при решении задач управления. Здесь также будут рассмотрены вопросы, связанные с предварительной классификацией объектов и решением задачи построения модели на базе этой классификации: восстановление структуры и определение коэффициентов относительно простого класса линейных стационарных моделей.

Кроме того, книга может продемонстрировать даже для узкого класса линейных стационарных объектов исключительное разнообразие возможных реальных характеристик объектов.

Общая постановка задачи типовой идентификации и определение характеристик динамической системы рассмотрены в гл. 1. В этой главе вводится понятие метода типовой идентификации, сущность которого заключается в том, чтобы на базе накопленного опыта и теоретических исследований по наиболее часто встречающимся характеристикам входных и выходных сигналов выбрать оператор, близкий к истинному значению неизвестного оператора объекта. Метод построения типовых таблиц подробно рассматривается в гл. 2, где приводится один из аналитических методов решения задачи идентификации. По таблицам на основе полученных оценок корреляционной функции входной переменной и взаимной корреляционной функции входной и выходной переменных производится приближенное определение класса операторов, к которому может быть отнесен данный конкретный объект, т. е. определяется структура модели, описывающая данный объект. Даны примеры построения типовой таблицы и сама таблица для наиболее часто встречающихся видов корреляционных функций и взаимных корреляционных функций входной и выходной переменных.

В гл. 3 рассмотрены вопросы, касающиеся оценки параметров модели при типовой идентификации линейных объектов. Типовые таблицы, включенные в эту главу, построены с помощью моделирующей установки, на которой набирается схема решения дифференциального уравнения, составленного относительно удовлетворяющих ему корреляционных и взаимных корреляционных функций. Изменения коэффициентов дифференциального уравнения, а следовательно, и импульсных характеристик приводят к получению различных взаимных корреляционных функций — элементов типовой таблицы, построенной для экспоненциальной и экспоненциально-косинусной корреляционной функции входной переменной. (Изложены результаты, в разработке которых принимал участие В. А. Меняйленко.)

Здесь же приводится методика моделирования, поэтому использовать предлагаемые методы можно и в тех случаях, когда входные сигналы отличны от рассмотренных. В каждой из областей исследований при развитии предлагаемых методов могут быть созданы свои типовые таблицы для наиболее часто встречающихся характеристик и воздействий в данной конкретной области.

Прикладная направленность предлагаемой работы проявляется в характере изложения теоретических вопросов. Вводятся понятия и описываются проблемы, которые возникают в процессе решения задачи идентификации в реальных условиях, причем большое внимание уделяется методической стороне задачи. Авторы считают, что понимание проблем, возникающих в процессе решения задачи, уже наполовину способствует ее решению. В этой связи приложение следует рассматривать не как прикладное руководство по методам и алгоритмам, а как теоретическую часть, разъясняющую суть поставленной задачи и обосновывающую предлагаемый типовой метод ее решения. Это облегчает специалистам в области идентификации пользование методом типовой идентификации в задачах, характеристики которых не попадают в класс описанных в книге. Овладев общим методом, каждый разработчик может расширить эти таблицы. Разработанные методы решения легко позволяют сделать это, а исследования на некорректность и постановка задачи в минимаксном (игровом) виде страхуют от опасности ухода от реальности в процессе математической формализации задачи.

Поскольку таблицы составляются для некоторых типовых входных сигналов и специально варьируемых параметров моделей, данную задачу можно отнести к задачам планирования эксперимента. В условиях, когда допустим активный эксперимент, можно планировать случайный входной сигнал с заданными характеристиками.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность рецензенту Ш. Е. Штейнбергу, замечания и рекомендации которого позволили улучшить книгу.

Авторы

ГЛАВА 1

ЗАДАЧА ТИПОВОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ

1.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Проблема построения моделей объектов управления является одной из основных в теории и практике управления. В первую очередь это связано с ростом сложности объекта, для которого решение задач управления (выбор структуры и определение параметров управляющей части системы управления) осуществляется обычно на основе предварительного моделирования.

Первым этапом в общем комплексе работ по математическому моделированию является идентификация изучаемого объекта, т. е. построение его математической модели с учетом ее назначения. Например, построение гносеологической модели преследует познавательные цели — установление объективных законов природы, взаимодействия частиц, элементов и т. п. Целью построения информационной модели, описывающей поведение объекта-оригинала, является разработка методов управления или непосредственное использование модели в системе управления.

Во всех случаях моделирование требует знания математического описания (модели) объекта, т. е. идентификации последнего. Естественно, что при решении различных задач для одного и того же сложного объекта управления могут быть построены разные модели, во многих случаях и не связанные между собой. Следовательно, подход к идентификации объекта в большой степени определяется теми задачами, которые будут решаться на базе полученной математической модели.

Под идентификацией объекта будем понимать построение математической модели, устанавливающей закономерность между выходными и входными переменными объекта, которая дает возможность определить с заданной точностью выходную переменную объекта-оригинала по ее входным переменным. Основой для создания модели данного объекта служат результаты измерений входных и выходных переменных объекта, и решение задачи идентификации связано с получением этих экспериментальных (статистических) данных в условиях нормального функционирования объекта, охватывающих весь диапазон изменения входных сигналов и его состояния. При этом несущественно, какие сигналы (естественные или искусственные) вводятся в объект, важно лишь то, что измерения входных и выходных сигналов производятся синхронно при нормальной работе объекта. В первых работах по идентификации задача была связана с определением коэффициентов заданного уравнения объекта, однако в дальнейшем было установлено, что для многих типов объектов уравнения связи между выходными и входными переменными являются чрезвычайно сложными. Поэтому возникла задача определения структуры параметров модели объекта управления по данным вход-выход.

В общем случае построение модели для конкретного объекта требует по результатам измерений входного и выходного сигналов отнесения данного объекта к определенному классу объектов. При этом будем исходить из статистической постановки задачи идентификации, считая, что возмущение (входная переменная) $x(t)$ и реакция (выходная переменная) $y(t)$ представляют собой случайные функции или случайные величины.

Если динамические характеристики объекта описываются оператором A, то при наличии результатов измерений входной и выходной случайных функций (переменных) задача идентификации сводится к определению некой оценки $\tilde{A}$ оператора A, например к оценке коэффициентов в дифференциальном уравнении или к оценке импульсной характеристики по имеющейся статистике функций $x(t)$ и $y(t)$. Естественно требовать близости оценки $\tilde{A}$ к истинному значению оператора A, что равносильно требованию близости случайной функции на выходе модели

$$\tilde{y}(t)=\tilde{A}x(t) \tag{1.1}$$

к случайной функции $y(t)$, являющейся реакцией системы на входное возмущение $x(t)$.

Для количественной оценки степени близости $\tilde{A}$ и A вводится функция потерь $\rho[y_t, \tilde{y}_t]$, выбор которой зависит от принятого критерия оптимальности оценки $\tilde{A}$ неизвестного оператора A. Сама функция $\rho[y_t, \tilde{y}_t]$ не зависит от типа оператора, а является лишь функцией значений выходных переменных объекта и модели (1.1) в каждый момент времени t. При решении задачи идентификации минимизируется средний риск, т. е. математическое ожидание функции ρ:

$$M\{\rho[y_t, \tilde{y}_t]\} \to \min_{\tilde{A}}, \tag{1.2}$$

и близость оценки $\tilde{A}$ к истинному значению оператора A определяется по критерию минимума среднего риска. Условие (1.2) будет выполняться, если искать минимум $M\{\rho[y_t, \tilde{y}_t]\}$ при заданной реализации случайной функции $x(s)$

$$M\{\rho[y_t, \tilde{y}_t \mid x_s;\ t,\ s \in T]\} \to \min_{\tilde{A}}, \tag{1.3}$$

где T — область наблюдения случайных функций $x(t)$ и $y(t)$.

Самым распространенным критерием, по которому описывается оптимальный оператор, в задачах идентификации является критерий минимума среднего квадрата ошибки оценки оператора A. В этом случае за функцию потерь принимают

$$\rho[y_t, \tilde{y}_t] = (y_t - \tilde{y}_t)^2.$$

Из условия (1.3) вытекает уравнение, определяющее по критерию минимума среднего квадрата ошибки оптимальную оценку оператора A:

$$\tilde{y}(t) = \tilde{A}x(s) = M\{y(t) \mid x_s;\ t,\ s \in T\}. \tag{1.4}$$

Уравнение (1.4) дает оптимальный оператор объекта в классе всех возможных операторов по критерию минимума среднего квадрата ошибки. Этот оптимальный оператор называется оператором условного математического ожидания или регрессией выходной переменной $y(t)$ относительно входной переменной $x(t)$.

В данной работе мы ограничились рассмотрением класса линейных моделей и, следовательно, оптимальный оператор будем искать в классе линейных операторов. Умножим обе части уравнения (1.4) на входную случайную функцию

$$\tilde{A}x(\sigma)x(s) = M\{y(t) \mid x_s\}x(\sigma) \tag{1.5}$$

и найдем математические ожидания обеих частей (1.5)

$$M\{\tilde{A}x(\sigma)x(s)\} = M\{M\{y(t) \mid x(s)\}x(\sigma)\},$$

или

$$M\{\tilde{A}x(\sigma)x(s)\} = M\{y(t)x(\sigma)\}.$$

В классе линейных операторов при самых общих предположениях оператор математического ожидания M коммутативен с оператором $\tilde{A}$, и вследствие этого уравнение для определения оптимальной оценки оператора A (по критерию минимума среднего квадрата ошибки) запишется как

$$\tilde{A}\mathrm{M}\{x(\sigma)x(s)\}=\mathrm{M}\{y(t)x(\sigma)\}. \tag{1.6}$$

Не ограничивая общности, можно предположить, что $\mathrm{M}\{x(t)\}=0$ и $\mathrm{M}\{y(t)\}=0$, тогда уравнение (1.6) примет вид:

$$\tilde{A}r_{xx}(\sigma, s)=r_{yx}(t, \sigma), \tag{1.7}$$

где $r_{xx}(\sigma, s)$ — корреляционная функция случайного сигнала $x(t)$, а $r_{xy}(t, \sigma)$ — взаимная корреляционная функция случайных сигналов $y(t)$ и $x(t)$.

Уравнению (1.7) соответствует линейное интегральное уравнение, в котором свойства оператора описываются импульсной характеристикой $g(t, s)$:

$$r_{yx}(t, \sigma)=\int\limits_{t-T}^{t} g(t, s)\, r_{xx}(s, \sigma)\, ds, \tag{1.8}$$

где T — интервал времени наблюдения.

Таким образом, для модели линейного объекта оптимальная оценка импульсной характеристики по критерию минимума среднего квадрата ошибки определяется из уравнения (1.8).

В частном случае, когда случайные функции $x(t)$ и $y(t)$ являются стационарными и стационарно связанными, оптимальная оценка оператора определяется из уравнения

$$r_{yx}(t)=\tilde{A}r_{xx}(t-\tau),$$

импульсная характеристика стационарной линейной системы из интегрального уравнения Фредгольма первого рода

$$r_{yx}(t)=\int\limits_{0}^{\infty} g(\tau)\, r_{xx}(t-\tau)\, d\tau,\quad -\infty<t<\infty \tag{1.9}$$

или интегрального уравнения Винера — Хопфа

$$r_{yx}(t)=\int\limits_{0}^{\infty} g(\tau)\, r_{xx}(t-\tau)\, d\tau,\quad t\geqslant 0, \tag{1.10}$$

что непосредственно следует из уравнения (1.8).

1.2. ТИПОВЫЕ МОДЕЛИ СТАЦИОНАРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Важным классом динамических систем является класс стационарных систем. Система называется стационарной, если реакция ее $y(t)$ на любой заданный тип возмущения $x(t)$ зависит только от интервала времени между данным моментом времени и моментом начала действия этого возмущения $x(t)$. Если же для системы это условие не выполняется, то система называется нестационарной.

Относительная простота линейных стационарных систем позволила довольно полно исследовать этот класс систем. Заметим, что на основании определения стационарной системы импульсная характеристика стационарной линейной системы будет зависеть только от интервала времени между данным моментом t и моментом действия импульса σ. Уравнение для стационарной системы, описывающее реакцию физически возможной линейной системы на любое возмущение, имеет вид:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} g(t-\sigma)\, x(\ )\, d\sigma. \tag{1.11}$$

Предполагается общий случай, когда входные возмущения действуют на систему неограниченно долго. Если же возмущение начинает действовать в момент t_0, то при $\sigma < t_0$ получим $x(\sigma) = 0$.

Заменив переменную $\tau = t - \sigma$ в (1.11), имеем

$$y(t) = \int_{0}^{\infty} g(\tau)\, x(t-\tau)\, d\tau.$$

Определим характеристику реакции физически возможной стационарной линейной системы на показательные возмущения. Подставляя в правую часть уравнения (1.11) выражение импульсной характеристики стационарной линейной системы и произведя замену переменных $\tau = t - \sigma$, получаем

$$z(p) = \int_{0}^{\infty} g(\tau)\, e^{-p\tau}\, d\tau. \tag{1.12}$$

Легко заметить, что правая часть уравнения (1.12) не зависит от времени и, следовательно, частотная характеристика реакции стационарной линейной системы на входное воздействие в виде показательной функции представляет собой функцию только параметра p показательной функции. Эта функция называется передаточной функцией системы и обозначается как

$$G(p)=\int_{0}^{\infty} g(\tau)\, e^{-p\tau}\, d\tau. \tag{1.13}$$

Передаточные функции особенно удобны для исследования стационарных линейных систем, так как показательные функции являются инвариантными функциями для всех стационарных линейных систем.

Известно [1], что любая система, поведение которой описывается линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами

$$\sum_{i=0}^{n} a_i \frac{d^i y(t)}{dt^i}=\sum_{j=0}^{m} b_j \frac{d^j x(t)}{dt^j}, \quad n \geqslant m, \tag{1.14}$$

является стационарной линейной системой. Передаточная функция такой системы представляет собой дробно-рациональную функцию параметра p

$$G(p)=(b_m p^m+\ \dots\ +b_1 p+b_0)\,/\,(a_n p^n+\ \dots$$

$$\dots\ +a_1 p+a_0),\ n \geqslant m. \tag{1.15}$$

Поскольку передаточная функция линейной стационарной системы $G(p)$ представляет собой преобразование Лапласа ее импульсной характеристики $g(\tau)$, то для определения $G(p)$ по $g(\tau)$ и наоборот можно пользоваться таблицами формул операционного исчисления.

С практической точки зрения большой интерес представляют устойчивые системы. Линейная система является устойчивой, если ее выходная переменная остается ограниченной при любых ограниченных по абсолютному значению входных возмущениях. В общем, необходимое и достаточное условие устойчивости физически возможной линейной системы имеет вид:

$$\lim_{t\to\infty} \int_{t_0}^{t} |g(t,\ \tau)|\, d\tau < c,$$

где c — константа.

Формула (1.15) формально определяет передаточную функцию стационарной линейной системы, поведение которой описывается дифференциальным уравнением (1.14) при нулевых начальных условиях. Как известно [2], для устойчивости такой системы необходимо и достаточно, чтобы корни λ характеристического уравнения

$$a_n p^n + \ldots + a_1 p + a_0 = 0$$

имели отрицательные действительные части.

Задачи исследования устойчивости решаются по известным коэффициентам характеристического уравнения на основе критериев устойчивости [1]. Разработано большое число алгоритмов для ЭВМ, позволяющих автоматизировать исследование устойчивости.

1.3. ЗАДАЧА ТИПОВОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ ОБЪЕКТОВ

Решению прикладных задач при математическом описании технических, биологических, медицинских экологических и других систем обычно отводится ограниченное время на проведение научных исследований, поэтому необходимо максимально использовать уже разработанные средства, делая минимальные доработки для конкретной прикладной задачи. Это обусловливает спрос на типовые средства, охватывающие достаточно широкий круг реальных задач и обеспечивающие простую настройку на конкретные условия.

Уравнение (1.9) универсально для линейных стационарных динамических объектов и охватывает широкий круг задач идентификации. Однако его применение сопряжено с рядом математических и технических трудностей.

Для его численного решения необходимо использовать ЭВМ, при этом иногда операция по подготовке входных данных является трудоемкой. Кроме того, могут получиться результаты, которые нельзя использовать из-за их неточности и недостоверности, что вытекает из-за математической некорректности постановки задачи идентификации при использовании уравнения (1.9). Этот вопрос подробно рассмотрен в приложениях. Отметим, что так как в реальных условиях для решения используются приближенные данные, т. е. в уравнение (1.9) подставляются оценки $\tilde{r}_{xx}(t)$ и $\tilde{r}_{yx}(t)$ корреляционных функций, то некорректность может проявиться в отсутствии решения $g(\tau)$ или в значительном расхождении между оценкой $\tilde{g}(\tau)$ и истинной характеристикой объекта $g(\tau)$. Причем эти факты являются принципиально неустранимыми до тех пор, пока не будет использоваться дополнительная информация для решения задачи идентификации.

Таким образом, возникает необходимость неформального подхода к решению задачи идентификации с использованием априорной информации, имеющейся у исследователя. Часто априорная информация носит качественный характер, что затрудняет ее включение в процесс численного решения уравнения (1.9), который и без того достаточно сложен. В настоящей книге для решения задачи идентификации при использовании уравнения (1.9) производится классификация априорной информации, встречающейся на практике. Классы определяются качественным поведением корреляционных функций $r_{xx}(t)$ и $r_{yx}(t)$.

Для каждого из рассмотренных классов далее построены аналитически соответствующие классы характеристик линейных стационарных динамических моделей. Кроме того, в пределах каждого класса для различных численных значений параметров смоделированы корреляционные функции $r_{xx}(t)$ и $r_{yx}(t)$ и соответствующие импульсные характеристики $g(\tau)$.

Задача типовой идентификации состоит в том, что исследователь должен априорно отнести корреляционные функции $r_{xx}(t)$ и $r_{yx}(t)$ к некоторым из рассмотренных классов, затем в этих классах аппроксимировать функции $r_{xx}(t)$ и $r_{yx}(t)$, получить их оценки $\tilde{r}_{xx}(t)$ и $\tilde{r}_{yx}(t)$ и, наконец, определить соответствующую характеристику $\tilde{g}(\tau)$. Соответствие устанавливается с помощью типовых таблиц, приведенных в книге. При этом необходимо обратить внимание на получение данных, обеспечивающих корректность решения, как это описано в приложении.

Таблицы, приведенные в книге, допускают дальнейшее расширение их по мере накопления сведений о других классах корреляционных функций при решении конкретных прикладных задач.

ГЛАВА 2

ПОСТРОЕНИЕ ТИПОВЫХ ЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

2.1. МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ТИПОВЫХ МОДЕЛЕЙ В КЛАССЕ СТАЦИОНАРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

При рассмотрении общей постановки задачи идентификации было показано, что для определения оптимального оператора одномерного линейного динамического объекта по критерию минимума среднего квадрата ошибки необходимо знать корреляционную функцию входной переменной и взаимную корреляционную функцию входной и выходной переменных. Обычно априори при построении математической модели того или иного объекта управления корреляционные и взаимные корреляционные функции входных и выходных переменных объекта неизвестны и их оценки получают по данным, снятым с объекта в реальных условиях его функционирования.

Здесь исходим из того, что необходимые характеристики входных и выходных переменных получены (синхронная запись реализаций входных и выходных переменных статистически обработана и получены оценки корреляционной функции входа $\tilde{r}_{xx}(t)$ и взаимной корреляционной функции входа и выхода $r_{yx}(t)$), и математическая модель объекта строится по этим характеристикам. Полученные оценки $\tilde{r}_{xx}(t)$ и $\tilde{r}_{yx}(t)$ аппроксимируются соответствующими функциями $r_{xx}(t)$ и $r_{yx}(t)$, и по ним аналитически определяется импульсная характеристика объекта, а затем и другие характеристики. В этом случае на первом этапе решение задачи идентификации сводится к задаче аппроксимации корреляционных функций, определенных по результатам измерения $x(t)$ и $y(t)$.

Другой (не аналитический) путь определения импульсной характеристики заключается в численном решении уравнения Винера — Хопфа, когда по оценкам $\tilde{r}_{xx}(t)$ и $\tilde{r}_{yx}(t)$ получают оценки ординат импульсной характеристики $\tilde{g}(\tau)$ и представляют уравнение (1.10) системой линейных алгебраических уравнений. Этот метод широко исследован, имеются программы расчета на ЭВМ, однако в практическом применении необходима известная осторожность, так как при малых погрешностях в оценках корреляционных функций возможны большие отклонения в решении задачи идентификации.

И, наконец, метод типовой идентификации. Сущность этого метода заключается в том, чтобы на базе накопленного опыта и теоретических исследований по наиболее часто встречающимся характеристикам входных и выходных сигналов выбрать оператор, близкий к истинному значению неизвестного оператора объекта. Таким образом, речь идет о том, чтобы максимально использовать опыт теоретических и экспериментальных исследований и на его базе составить классификацию объектов управления, по которой можно было бы приближенно оценить структуру и параметры реального объекта. Практическая ценность такой типизации очевидна. Наличие таблиц типовой идентификации дает возможность значительно уменьшить затраты времени, необходимые для решения интегрального уравнения в целях определения характеристик многочисленных типов объектов, и, кроме того, в дальнейшем сможет служить основой для полной автоматизации процесса идентификации. Например, для случая одномерного стационарного линейного объекта процедура использования результатов типовой идентификации выглядит следующим образом: по реализациям входной и выходной переменных, полученным в реальных условиях функционирования объекта, определяют оценки функций $r_{xx}(t)$ и $r_{yx}(t)$; по виду этих функций производят приближенное определение класса оператора, к которому может быть отнесен данный конкретный объект, т. е. определяют структуру модели, описывающую данный объект; затем по виду полученных функций $r_{xx}(t)$ и $r_{yx}(t)$ определяют тип данного объекта и параметры модели.

Методы построения типовых таблиц не играют принципиальной роли в типовой идентификации. Они могут быть составлены и с помощью рассмотренных выше методов, и при помощи моделирования на аналоговых машинах, а также любыми аналитическими методами. Остановимся на одном из аналитических методов подробнее.

При определении импульсной характеристики путем решения интегрального уравнения (1.9) применим способ разбиения корреляционных функций $r_{xx}(t)$ и $r_{yx}(t)$, представив корреляционную функцию входа в виде

$$r_{xx}(t)=\begin{cases} r_{xx}^{+}(t) \text{ при } t\geqslant 0; \\ r_{xx}^{-}(t) \text{ при } t\leqslant 0 \end{cases} \tag{2.1}$$

и взаимную корреляционную функцию входа и выхода в виде

$$r_{yx}(t)=\begin{cases} r_{yx}^{+}(t) \text{ при } t\geqslant 0; \\ r_{yx}^{-}(t) \text{ при } t\leqslant 0. \end{cases} \tag{2.2}$$

Предположим теперь, что корреляционная функция входа $r_{xx}(t)$ и взаимная корреляционная функция $r_{yx}(t)$ при отрицательном значении аргумента t представляют собой аналитические функции и допускают продолжение на положительную полуось. В силу симметричности корреляционной функции

$$r^{+}_{xx}(t)\equiv r^{-}_{xx}(-t),$$

однако в связи с принятым предположением, например, когда в $r_{xx}(t)$ явно входит модуль t, возможно

$$r^{+}_{xx}(t)\not\equiv r^{-}_{xx}(t) \text{ при } t\geqslant 0.$$

Для $t \leqslant 0$ уравнение (1.9) примет вид:

$$r_{yx}^{-}(t) = \int_{0}^{\infty} g(\tau)\, r_{xx}^{-}(t-\tau)\, d\tau. \tag{2.3}$$

Уравнение (2.3) имеет место для всех t в силу единственности аналитического продолжения (если оно существует) функций $r^{-}_{yx}(t)$ и $r^{-}_{xx}(t)$.

Уравнение (1.9) для $t \geqslant 0$ с учетом разбиения корреляционной функции (2.1) и взаимной корреляционной функции (2.2) запишем следующим образом:

$$r_{yx}^{+}(t) = \int_{0}^{t} g(\tau)\, r_{xx}^{+}(t-\tau)\, d\tau + \int_{0}^{\infty} g(\tau)\, r_{xx}^{-}(t-\tau)\, d\tau.$$

Последнее уравнение представим в виде

$$r_{yx}^{+}(t) = \int_{0}^{t} g(\tau)\, r_{xx}^{+}(t-\tau)\, d\tau + \int_{0}^{\infty} g(\tau)\, r_{xx}^{-}(t-\tau)\, d\tau - \int_{0}^{t} g(\tau)\, r_{xx}^{-}(t-\tau)\, d\tau$$

и, учитывая (2.3), получаем

$$r_{yx}^{+}(t) - r_{yx}^{-}(t) = \int_{0}^{t} g(\tau)\, [r_{xx}^{+}(t-\tau) - r_{xx}^{-}(t-\tau)]\, d\tau, \quad t \geqslant 0. \tag{2.4}$$

Уравнения (2.3) и (2.4) эквивалентны (1.9). Если для рассматриваемых функций существует преобразование Лапласа, то решение уравнения (2.4) всегда существует и единственно. Из (2.4) следует, что передаточная функция объекта

$$G(p) = (R^{+}_{yx}(p) - R^{-}_{yx}(p)) / (R^{+}_{xx}(p) - R^{-}_{xx}(p)), \tag{2.5}$$

где большими буквами обозначены преобразования Лапласа от функций, обозначенных соответствующими малыми буквами.

Метод разбиения корреляционных функций используем также для решения интегрального уравнения (1.10), которое с учетом изложенного может быть представлено в виде

$$r_{yx}^{+}(t) - F(t) = \int_{0}^{t} g(\tau)\, [r_{xx}^{+}(t-\tau) - r_{xx}^{-}(t-\tau)]\, d\tau, \quad t \geqslant 0; \tag{2.6}$$

$$F(t) = \int_{0}^{\infty} g(\tau)\, r_{xx}^{-}(t-\tau)\, d\tau. \tag{2.7}$$