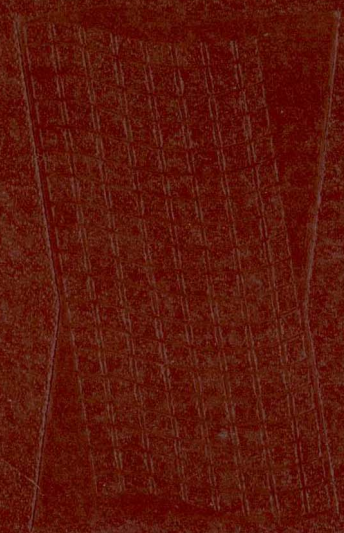


ВЫСШЕЕ
ОБРАЗОВАНИЕ



П. А. Степин

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

ИЗДАНИЕ СЕДЬМОЕ

Допущено
Министерством высшего
и среднего специального
образования СССР
в качестве учебника
для студентов
немашиностроительных
специальностей вузов



МОСКВА «ВЫСШАЯ ШКОЛА» 1983

ББК 30.121

С79

539.38

Степин П. А.

С79 Сопротивление материалов: Учебник для немашиностроительных специальностей вузов. — 7-е изд. — М.: Высш. школа, 1983. — 303 с., ил.

В пер.: 90 к.

В учебнике изложены основы сопротивления материалов в соответствии с программой курса в объеме 80—120 часов.

Рассмотрен новый способ определения перемещений при изгибе (при сложной нагрузке и переменном сечении балок).

В книге используется Международная система единиц (СИ). Обозначения приняты в соответствии с международными рекомендациями ИСО и стандартом СЭВ 1565-79.

С $\frac{2105000000-062}{001 (01)-83}$ 96—83

ББК 30.121
605

© Издательство «Высшая школа», 1979
© Издательство «Высшая школа», 1983, с изменениями

ПРЕДИСЛОВИЕ

Во многих высших учебных заведениях, в том числе в горно-металлургических, инженерно-экономических, химико-технологических, электромашиностроительных и др., курс сопротивления материалов изучается по сокращенной программе, рассчитанной на 80—120 часов.

При такой программе целесообразно иметь краткий учебник, в котором содержался бы основной материал изучаемой дисциплины.

Настоящий курс, написанный в соответствии с программой для указанных выше специальностей, имеет целью восполнить недостаток в кратких руководствах по сопротивлению материалов.

Основные вопросы курса иллюстрированы примерами, однако число их невелико и они несложны. Имеется в виду, что студенты параллельно с изучением теоретического материала посещают практические занятия, на которых приобретают навыки и в решении более сложных задач, а также выполняют домашние задания, пользуясь специальными руководствами.

В учебнике изложен новый, простой и весьма эффективный способ определения перемещений при изгибе.

В книге используется Международная система единиц (СИ). Обозначения величин приняты в соответствии с международными рекомендациями ИСО и стандартом СЭВ (СТ СЭВ 1565—79).

Для студентов, одновременно изучающих сопротивление материалов и иностранные языки, полезно рекомендовать данный учебник, изданный на английском, арабском и испанском языках, а также на армянском и эстонском.

Автор выражает благодарность преподавателям кафедры сопротивления материалов Московского авиационного института им. С. Орджоникидзе за полезные замечания по рукописи 6-го издания учебника и особенно д-ру техн. наук, проф. И. И. Трапезину, канд.

техн. наук, доц. В. Ф. Караванову и и. о. доц.
М. Н. Михайлову.

* * *

В 7-е издание внесены небольшие изменения принципиального характера, устранены опечатки, замеченные в 6-м издании, а также изменены буквенные обозначения согласно СТ СЭВ 1565—79.

Автор заранее благодарит читателей за все пожелания и замечания по учебнику, которые просит направлять ему через издательство «Высшая школа».

Автор

Глава I

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

§ 1. Задачи курса «Сопротивление материалов»

Различные сооружения и машины, проектированием и строительством которых занимается инженер в своей практической деятельности, помимо других качеств должны обязательно обладать прочностью, т. е. способностью сопротивляться разрушению под действием приложенных к ним внешних сил (нагрузок). Для этого элементы (детали) сооружений и машин должны быть изготовлены из соответствующего материала и иметь необходимые размеры.

Изложение методов расчета элементов конструкций на прочность и составляет *первую задачу* курса сопротивления материалов.

Помимо этого, во многих случаях приходится определять те изменения формы и размеров (деформации), которые возникают в элементах конструкций при действии нагрузок.

Дело в том, что абсолютно твердых, недеформирующихся тел, которые изучаются в теоретической механике, в действительности не существует. Конечно, деформации, возникающие при действии обычных эксплуатационных нагрузок, невелики и их можно обнаружить лишь с помощью специальных приборов (тензометров).

Небольшие деформации не оказывают существенного влияния на законы равновесия и движения тела, вследствие чего в теоретической механике ими пренебрегают. Однако без изучения этих деформаций невозможно решить очень важную для практики задачу о том, при каких условиях может произойти разрушение детали и, наоборот, при каких условиях деталь может безопасно работать.

Кроме того, во многих случаях величину деформаций, несмотря на их малость по сравнению с размерами самой детали, приходится ограничивать, так как в противном случае нормальная эксплуатация конструкции может стать невозможной. Например, при механической обработке детали на станке вследствие деформации самой детали и элементов станка может произойти снижение точности обработки, что недопустимо.

Способность элемента конструкции сопротивляться деформации называется жесткостью.

Отсюда *вторая задача* курса: изложение методов расчета элементов конструкций *на жесткость*.

Следующая задача сопротивления материалов связана с изучением устойчивости форм равновесия реальных (т. е. деформирующихся) тел.

Под устойчивостью понимают способность элемента сопротивляться возникновению больших отклонений от невозмущенного равновесия при малых возмущающих воздействиях.

В качестве возмущающего воздействия можно, разумеется, принять малое изменение нагрузки.

Поэтому понятие устойчивости может быть сформулировано также следующим образом.

Равновесие элемента устойчиво, если малому изменению нагрузки соответствует малое изменение деформаций.

Наоборот, равновесие неустойчиво, если ограниченный рост нагрузки сопровождается неограниченным ростом деформаций.

Признаком *потери устойчивости* является также *внезапная смена одной формы равновесия другой*.

В качестве примера приведем случай сжатия тонкого элемента силой, действующей вдоль его оси. До какого-то определенного (критического) значения сжимающей силы, зависящего от материала, размеров и условий закрепления элемента, он устойчиво сохраняет прямолинейную форму.

При достижении же силой критического значения наряду с прямолинейной становится возможной и искривленная форма равновесия, более опасная для элемента.

Потеря устойчивости может иметь место при значениях нагрузок, совершенно безопасных с точки зрения прочности или жесткости элемента.

Изложение методов расчета элементов конструкций *на устойчивость* составляет *третью задачу* курса.

При выполнении указанных видов расчета необходимо стремиться к максимальной *экономии материалов*, т. е. к достаточным, но не завышенным размерам деталей машин и сооружений. Очевидно, что для этого необходимо возможно более полное и глубокое изучение свойств применяемых материалов и характера действующих на рассчитываемую деталь нагрузок. Это достигается всесторонними экспериментальными исследованиями и внимательным изучением накопленного опыта проектирования и эксплуатации конструкций.

С другой стороны, при выводе основных расчетных зависимостей сопротивления материалов приходится вводить различные гипотезы и упрощающие допущения. Справедливость этих гипотез и допущений, а также степень погрешности, вносимой ими в расчетные формулы, проверяется путем сравнения результатов расчета по этим формулам с экспериментальными данными.

Конструкции, с которыми инженеру приходится встречаться на практике, имеют в большинстве случаев сложную форму, отдельные элементы которой можно свести к следующим простейшим типам:

1. Б р у с — тело, у которого два размера малы по сравнению с

третьим (рис. 1.1, а). В частном случае брус может иметь постоянную площадь поперечного сечения и прямолинейную ось. Брус с прямолинейной осью часто называют **стержнем**. Ось бруса — это линия, соединяющая центры тяжести его поперечных сечений.

Плоская фигура, имеющая свой центр тяжести на оси и нормальная к ней, называется его **поперечным сечением**.

2. **П л а с т и н к а** — тело, ограниченное двумя плоскими поверхностями, расстояние между которыми мало по сравнению с прочими размерами (рис. 1.1, б).

3. **О б о л о ч к а** — тело, ограниченное двумя криволинейными поверхностями, расстояние между которыми мало по сравнению с прочими размерами (рис. 1.1, в).

4. **М а с с и в** — тело, у которого все три размера одного порядка.

В курсе «Сопротивление материалов» рассматриваются преимущест-

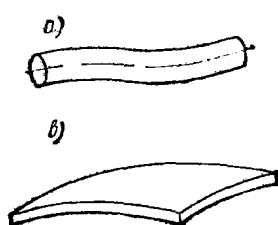


Рис. 1.1

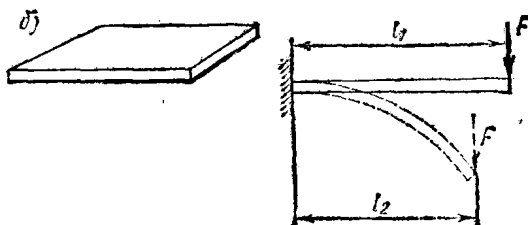


Рис. 1.2

венно тела, имеющие форму брусьев постоянного сечения, и простейшие системы, состоящие из них. При этом имеются в виду брусья, обладающие достаточной жесткостью, т. е. не претерпевающие значительных деформаций при нагрузке.

В очень же гибких стержнях (рис. 1.2) возникают столь значительные деформации, что с этим нельзя не считаться даже при определении опорных реакций. Определение же нового расстояния l_2 , значительно отличающегося от первоначального l_1 , представляет собой довольно сложную задачу.

Методы расчета гибких брусьев, пластинок, оболочек и массивных тел рассматриваются в курсе «Прикладная теория упругости», свободном от тех упрощающих гипотез, которые вводятся в курсе «Сопротивление материалов». Методы теории упругости позволяют получить как точные решения задач, рассматривающихся в курсе «Сопротивление материалов», так и решения более сложных задач, где нельзя высказать приемлемые упрощающие гипотезы.

Способы расчета стержневых систем изучаются в курсе «Теория сооружений» (называемом также «Строительной механикой»).

Развитие науки о сопротивлении материалов, равно как и перечисленных смежных дисциплин, неразрывно связано с развитием техники.

Зарождение науки о сопротивлении материалов относится к XVII в. и связано с работами Галилея. Значительный вклад в развитие науки

о сопротивлении материалов и теории упругости сделан выдающимися учеными Гуком, Бернулли, Сен-Венаном, Коши, Ламэ и др., которые сформулировали основные гипотезы и дали некоторые расчетные уравнения.

Особо следует отметить замечательные исследования (XVIII в.) знаменитого ученого Л. Эйлера, члена Петербургской Академии наук. Его работа, посвященная расчету сжатых стержней на устойчивость, широко используется и в настоящее время.

В XIX в. мировую известность приобретают работы русских ученых Д. И. Журавского, Х. С. Головина и др. Формулой Журавского для определения касательных напряжений при изгибе пользуются и поныне.

Важные и интересные исследования по расчету сжатых стержней на устойчивость, не потерявшие значения и до настоящего времени, выполнены в конце XIX в. Ф. С. Ясинским.

С начала XX в. роль русских ученых в науке о сопротивлении материалов еще более возрастает. Появляются замечательные работы проф. И. Г. Бубнова, акад. А. Н. Крылова и др. посвященные дальнейшему развитию и совершенствованию методов сопротивления материалов. Метод Бубнова для решения сложных задач сопротивления материалов пользуется мировой известностью.

Весьма большой вклад в развитие «Сопротивления материалов» внес С. П. Тимошенко, автор первоклассных учебников и многочисленных научных работ по вопросам расчета сооружений на прочность, устойчивость и колебания.

В период Советской власти в нашей стране создана большая сеть научно-исследовательских институтов, работающих в области расчета конструкций. Работниками этих институтов наряду с работниками высшей школы решено много важных для развития новой техники задач, созданы новые эффективные методы расчета деталей сложной формы, находящихся под воздействием различных нагрузок.

Здесь следует упомянуть работы акад. Н. Н. Давиденкова по теориям прочности, работы акад. С. В. Серенсена по изучению прочности деталей при переменных нагрузках, акад. А. Н. Динника — по устойчивости, и др.

Особо следует отметить выдающиеся работы проф. В. З. Власова по расчету тонкостенных стержней и оболочек, имеющих широкое применение в современной технике.

Важные исследования выполнены Ю. Н. Работновым, А. А. Ильюшиным, Э. И. Григолюком, В. В. Болотиным, А. Ф. Смирновым, В. И. Феодосьевым, Н. И. Безуховым, А. Р. Ржаницыным, С. Д. Пономаревым, И. И. Трапезиным и другими советскими учеными.

§ 2. Допущения, принимаемые в курсе «Сопротивление материалов»

Из-за сложности задачи расчета элементов конструкций в сопротивлении материалов принимаются некоторые упрощающие допущения относительно свойств материала, нагрузок и характера взаимодействия детали и нагрузок.

Экспериментальная проверка расчетных зависимостей, полученных на основе приведенных ниже допущений, показала, что погрешность, вносимая ими, очень незначительна и для практических целей ею можно пренебречь.

1-е допущение. *Материал тела имеет сплошное (непрерывное) строение.* Таким образом, здесь не принимается во внимание дискретная, атомистическая структура вещества. Это допущение вполне оправдано с практической точки зрения, так как большинство строительных материалов имеет настолько мелкозернистую структуру, что без заметной погрешности можно считать их строение сплошным, непрерывным. Даже для таких материалов, как дерево, бетон и камень, расчеты, основанные на допущении о сплошности строения, дают практически удовлетворительные результаты.

Это объясняется тем, что размеры реальных деталей во много раз больше межатомных расстояний.

Сделанное допущение дает возможность в дальнейшем использовать математический аппарат непрерывных функций.

2-е допущение. *Материал детали однороден, т. е. обладает во всех точках одинаковыми свойствами.* Металлы обладают высокой однородностью, т. е. имеют во всех точках детали практически одинаковые свойства. Менее однородными являются дерево, бетон, камень, пластмассы с наполнителем. Например, бетон содержит в себе в качестве наполнителя небольших размеров камни, гравий, щебень, свойства которых отличаются от свойств цемента. В дереве имеются сучки, свойства которых также сильно отличаются от свойств остальной массы дерева. В пластмассах свойства смолы отличаются от свойств наполнителя.

Тем не менее, как показывает опыт, расчеты, основанные на допущении об однородности материала детали, дают удовлетворительные результаты для основных конструктивных материалов.

3-е допущение. *Материал детали изотропен, т. е. обладает во всех направлениях одинаковыми свойствами.*

Исследования показывают, что кристаллы, из которых состоят многие материалы, обладают в различных направлениях весьма различными свойствами. Например, для меди прочность кристаллов в разных направлениях различается более чем в три раза.

Однако у материалов, имеющих мелкозернистую структуру, благодаря большому количеству кристаллов, расположенных в беспорядке, свойства в разных направлениях выравниваются, «осредняются», и можно считать эти материалы практически *изотропными*.

Для таких материалов, как дерево, железобетон, пластмассы, указанное допущение выполняется лишь приблизительно.

Материалы, свойства которых в разных направлениях различны, называются *анизотропными*.

4-е допущение. *В теле до приложения нагрузки нет внутренних (начальных) усилий.* Изменению формы и размеров тела под нагрузкой сопротивляются силы взаимодействия между частицами материала, называемые *силами упругости*. В дальнейшем, говоря о

внутренних силах, будем иметь в виду именно эти силы упругости, не принимая во внимание молекулярные силы, имеющиеся и в ненагруженном теле.

Это допущение полностью не выполняется ни для одного материала. В стальных деталях имеются внутренние силы, вызванные неравномерностью остывания, в дереве — неравномерностью высыхания, в бетоне — в процессе твердения.

Значение этих сил конструктору обычно неизвестно. В тех случаях, когда есть основания предполагать, что эти силы значительны, стараются определить их экспериментальным путем.

Следует отметить, что вопрос о начальных усилиях в конструкциях и их элементах изучен совершенно недостаточно.

5-е допущение, или принцип независимости действия сил. *Результат воздействия на тело системы*

сил равен сумме результатов воздействия тех же сил, прилагаемых к телу последовательно и в любом порядке. Под словами «результат воздействия» в зависимости от конкретной задачи следует понимать деформации, внутренние силы, возникающие в теле, и перемещения отдельных точек.

Необходимо иметь в виду, что действие отдельных сил системы

должно рассматриваться вместе с соответствующими им реакциями связей.

Принцип независимости действия сил, широко применяемый в теоретической механике для абсолютно твердых тел, к деформируемым телам применим лишь при следующих двух условиях:

1. Перемещения точек приложения сил малы по сравнению с размерами тела.

2. Перемещения, являющиеся результатом деформации тела, линейно зависят от действующих сил. Такие тела (системы) называют *линейно деформируемыми* или *подчиняющимися закону Гука*.

В обычных конструкциях оба эти условия выполняются, и поэтому принцип независимости действия сил при силовом расчете конструкций используется широко.

6-е допущение, или принцип Сен-Венана. *В точках тела, достаточно удаленных от мест приложения нагрузок, внутренние силы весьма мало зависят от конкретного способа приложения этих нагрузок.*

Этот принцип во многих случаях позволяет производить замену одной системы сил другой системой, статически эквивалентной, что может упростить расчет.

Например, при расчете рельса (рис. 1.3) как стержня, опирающегося на многие опоры (шпалы), можно фактическую нагрузку от колеса, распределенную по площадке контакта по некоторому закону (опреде-

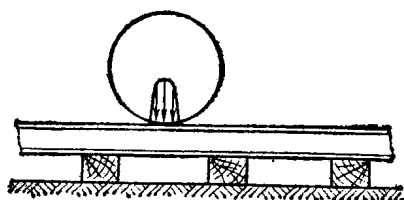


Рис. 1.3

лить который довольно сложно), заменить сосредоточенной (равнодействующей) силой.

О некоторых других допущениях и гипотезах будет сказано далее в соответствующих местах курса.

§ 3. Внешние силы (нагрузки)

Нагрузки, действующие на сооружения и их элементы, представляют собой силы или пары сил (моменты), которые могут рассматриваться как *сосредоточенные* или *распределенные*.

Правда, в природе сосредоточенных сил не бывает. Все реальные силы — это силы, распределенные по некоторой площади или объему. Например, давление колеса на рельс практически передается через небольшую площадку, получающуюся в результате деформации рельса и колеса (рис. 1.3). Однако для определения внутренних сил, возникающих в рельсе и колесе на некотором расстоянии от площади передачи давления, можно (на основании сформулированного выше принципа Сен-Венана) распределенную нагрузку заменить сосредоточенной равнодействующей силой, что упростит расчет.

Сосредоточенные нагрузки выражаются в ньютонах, килоньютонах или меганьютонах (Н, кН, МН).

Распределенные нагрузки могут быть *поверхностными* (например, давление ветра или воды на стенку) и *объемными* (например, сила тяжести тела, силы инерции).

Силу тяжести стержня, учитывая небольшие размеры его поперечного сечения по сравнению с длиной, рассматривают обычно не как объемную нагрузку, а как нагрузку, распределенную по длине стержня.

Распределенные нагрузки выражаются в единицах силы, отнесенных к единице длины, или к единице поверхности, или к единице объема. И сосредоточенные, и распределенные нагрузки могут быть как статическими, так и динамическими.

Статическими называются нагрузки, которые изменяют свою величину или точку приложения (или направление) с очень небольшой скоростью, так что возникающими при этом ускорениями можно пренебречь. При действии таких нагрузок колебания сооружений и их частей пренебрежимо малы.

Динамическими называются нагрузки, изменяющиеся во времени с большой скоростью (например, ударные нагрузки). Действие таких нагрузок сопровождается возникновением колебаний сооружений. При колебании же вследствие изменения скорости колеблющихся масс возникают силы инерции, пропорциональные (по второму закону Ньютона) колеблющимся массам и ускорениям. Эти силы инерции могут во много раз превосходить те же нагрузки, приложенные статически.

Законы изменения нагрузок во времени могут иметь весьма сложный характер.

В частном случае изменение нагрузки F^* может носить периоди-

* Force (англ.) — сила.

чески повторяющийся характер, так что через одни и те же промежутки времени t максимальные значения нагрузки будут повторяться.

Нагрузки такого типа называются *нагрузками с установившимся режимом* или *повторно-периодическими* (рис. 1.4). Расчеты на прочность при действии таких нагрузок рассматриваются в гл. XII.

Однако во многих других случаях изменение нагрузки во времени не имеет установившегося характера (рис. 1.5). Таковы нагрузки, действующие на детали автомобилей, тракторов, станков, а также нагрузки, действующие на сооружения (дома, мачты и т. п.) от давления вет-

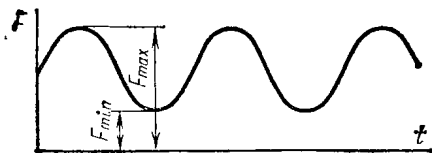


Рис. 1.4

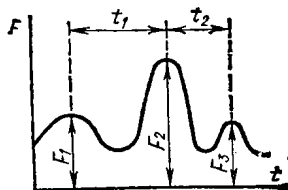


Рис. 1.5

ра, снега и т. п. Эти нагрузки называются *повторными нагрузками не установившихся режимов*.

Более глубокое изучение таких нагрузок возможно лишь с помощью методов статистики и теории вероятности, которые применяются для изучения случайных величин.

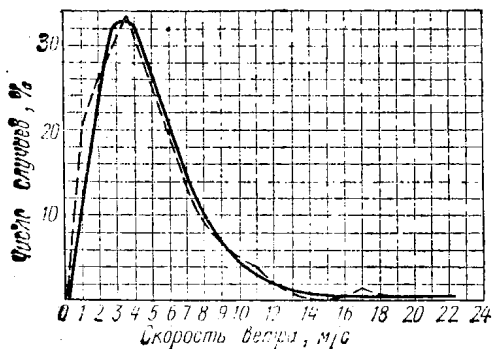


Рис. 1.6

В качестве примера рассмотрим нагрузку от действия ветра, на которую рассчитываются башенные краны, мосты, дома и другие сооружения.

Известно, что скорость ветра, от которой зависит ветровая нагрузка, в одном и том же географическом пункте непрерывно изменяется. Например, для Московской области, по наблюдениям за длительный

период, скорость ветра изменялась в очень широких пределах (рис. 1.6).

Наиболее часто (33% всех случаев) наблюдалась скорость ветра 3,5 м/с. Но были случаи, когда скорость ветра достигала 12 м/с (2% всех случаев) и более. С другой стороны, были случаи, когда скорость ветра была меньшей, иногда равнялась нулю (крайне редко).

Кривые, подобные рассмотренной, называются *кривыми распределения*. Они дают наглядное представление о степени рассеяния (изменчивости) данной величины.

Какую же скорость ветра нужно принять для расчета?

В качестве первого напрашивается предложение принять наибольшую зарегистрированную скорость ветра. Однако, во-первых, нет никакой гарантии, что за время службы сооружение не подвергнется действию более сильного ветра, чем зарегистрированный ранее. Во-вторых, очевидно, что принимать для расчета сооружения с небольшим сроком службы (например, деревянного) скорость ветра с повторяемостью один раз в 200 или 100 лет неэкономично. Следовательно, величина расчетной нагрузки должна быть тесно увязана со сроком службы сооружения и со степенью его ответственности.

Все, что сказано о ветровой нагрузке, относится в равной мере и к большинству других нагрузок.

При расчете строительных сооружений величины расчетных нагрузок регламентируются техническими условиями и нормами проектирования.

В машиностроении расчетные нагрузки определяются в зависимости от конкретных условий работы машины: по номинальным значениям мощности, угловой скорости отдельных ее деталей, силы тяжести, сил инерции и т. п. Например, при расчете деталей трехтонного автомобиля учитывают номинальный полезный груз, равный 3 т. Возможность же перегрузки автомобиля учитывают тем, что размеры сечения деталей назначают с некоторым запасом прочности.

О величине этого запаса прочности подробнее будет сказано в § 11.

§ 4. Деформации и перемещения

Как было отмечено ранее, все тела под действием приложенных к ним внешних сил в той или иной степени деформируются, т. е. изменяют свои размеры или форму либо и то и другое одновременно.

Изменение линейных размеров тела или его частей называется *линейной*, а изменение угловых размеров — *угловой деформациями*.

При этом увеличение размеров тела называется *удлинением*, а уменьшение размеров — *укорочением*.

Если деформации изменяются по объему тела, то говорят о деформации в данной точке тела, в определенном направлении.

Если на поверхности тела, вблизи исследуемой точки, нанести весьма малый прямоугольник 1234 (рис. I.7, а), то в результате деформации этот прямоугольник в общем случае примет вид параллелограмма 1' 2' 3' 4' (рис. I.7, б).

Длины сторон прямоугольника изменятся (увеличатся или уменьшатся), а стороны повернутся по отношению к первоначальному положению.

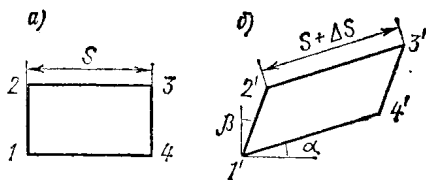


Рис. I.7

Если, например, длина стороны 23 изменится на величину Δl , то отношение

$$\epsilon_{cp} = \Delta s / s$$

называется *средней линейной деформацией* (в данном случае средним удлинением) в точке 2.

При уменьшении отрезка s в пределе получим

$$\lim_{s \rightarrow 0} \Delta s / s = \epsilon,$$

где величина ϵ называется *истинной линейной деформацией* в точке 2 в направлении 23.

Изменение первоначального прямого угла между сторонами рассматриваемого прямоугольника $\gamma = \alpha + \beta$ будет характеризовать угловую деформацию (или угол сдвига) в данной точке.

Опыт показывает, что деформации, как линейные, так и угловые, могут после снятия нагрузки или полностью исчезнуть, или исчезнуть лишь частично (в зависимости от материала и величины нагружения).

Деформации, исчезающие после разгрузки тела, называются *упругими*, а свойство тел принимать после разгрузки свою первоначальную форму называется *упругостью*.

Деформации же, сохраняемые телом и после удаления нагрузки, называются *остаточными* или *пластическими*, а свойство материалов давать остаточные деформации называется *пластичностью*.

Зная деформации тела во всех его точках и условия закрепления, можно определить перемещения всех точек тела, т. е. указать их положение (новые координаты) после деформации. Для нормальной эксплуатации сооружения деформации его отдельных элементов должны быть, как правило, упругими, а вызванные ими перемещения не должны превосходить по величине определенных допускаемых значений. Эти условия, выраженные в форме тех или иных уравнений, называются *условиями жесткости*. В некоторых случаях допускаются небольшие пластические деформации (для конструкций из железобетона, пластмасс и для конструкций из металла при действии высоких температур).

§ 5. Метод сечений

Внутренние силы (силы упругости), возникающие в теле под действием нагрузки, — силы непрерывно распределенные (в соответствии с принятым допущением о непрерывности материала тела).

Как определяются эти силы в любой точке тела, будет показано ниже.

Теперь же займемся определением тех равнодействующих усилий (в том числе и моментов), к которым приводятся в сечении эти силы упругости. Эти равнодействующие усилия представляют собой не что

инное, как составляющие главного вектора и главного момента внутренних сил.

Для определения внутренних усилий (или внутренних силовых факторов) применяется метод сечений, заключающийся в следующем.

Для тела, находящегося в равновесии (рис. I.8), в интересующем нас месте мысленно делается разрез, например по $a-a$. Затем одна из частей отбрасывается (обычно та, к которой приложено больше сил).

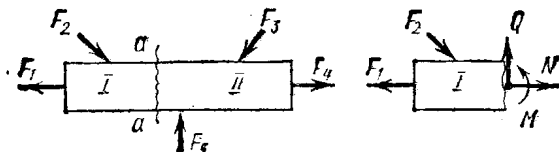


Рис. I.8

Взаимодействие частей друг на друга заменяется внутренними усилиями, которые уравнивают внешние силы, действующие на отсеченную часть. Если внешние силы лежат в одной плоскости, то для их уравнивания необходимо в общем случае приложить в сечении три внутренних усилия: силу N , направленную вдоль оси стержня и называемую *продольной силой*; силу Q , действующую в плоскости поперечного сечения и называемую *поперечной силой*, и момент M , плоскость действия которого перпендикулярна плоскости сечения. Этот момент возникает при изгибе стержня и называется *изгибающим моментом*.

После этого составляют уравнения равновесия для отсеченной части тела, из которых и определяются N , Q , M . Действительно, проецируя силы, действующие на отсеченную часть, на направление оси стержня и приравнявая сумму проекций нулю, найдем N ; проецируя силы на направление, перпендикулярное оси стержня, определим Q ; приравнявая нулю сумму моментов относительно какой-либо точки, определим M .

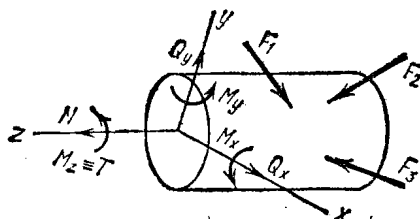


Рис. I.9

Если же внешние силы, к которым относятся также реакции опор, не лежат в одной плоскости (пространственная задача), то в поперечном сечении в общем случае могут возникать шесть внутренних усилий, являющихся компонентами главного вектора и главного момента системы внутренних сил (рис. I.9); продольная сила N , поперечная сила Q_y , поперечная сила Q_x и три момента: M_y , M_x и M_z , причем первые два являются изгибающими, а третий M_z , действующий в плоскости сечения, называется *крутящим* T^* , так как он возникает при

* Torsion (англ.) — кручение.

закручивании стержня. Для определения этих шести усилий необходимо использовать шесть уравнений равновесия: приравнять нулю суммы проекций сил (приложенных к отсеченной части) на три оси координат и приравнять нулю суммы моментов сил относительно трех осей, имеющих начало в центре тяжести сечения.

На рис. 1.9 и в последующих принята правовинтовая система координат, причем ось z будем совмещать с осью стержня.

Итак, для нахождения внутренних усилий необходимо: 1) разрезать стержень или систему стержней; 2) отбросить одну часть; 3) приложить в сечении усилия, способные уравновесить внешние силы, действующие на отсеченную часть; 4) найти значения усилий из уравнений равновесия, составленных для отсеченной части.

В частном случае в поперечном сечении стержня могут возникать:

1. Только продольная сила N . Этот случай нагружения называется *растяжением* (если сила N направлена от сечения) или *сжатием* (если продольная сила направлена к сечению).

2. Только поперечная сила Q_x или Q_y . Это случай *сдвига*.

3. Только крутящий момент T . Это случай *кручения*.

4. Только изгибающий момент M_z или M_y . Это случай *изгиба*.

5. Несколько усилий, например изгибающий и крутящий моменты. Это случаи *сложных деформаций* (или *сложного сопротивления*), которые будут рассмотрены в конце курса.

Если число неизвестных усилий равно числу уравнений равновесия, задача называется *статически определимой*, если же число неизвестных усилий больше числа уравнений равновесия — *статически неопределимой*.

Для статически неопределимых задач кроме уравнений равновесия необходимо использовать еще дополнительные уравнения при рассмотрении деформации системы (см. § 20).

Рассмотрим на двух примерах применение метода сечений.

Пример 1.1. Определить усилия в стержнях AB и BC системы, изображенной на рис. 1.10.

Решение. Для определения усилий в стержнях AB и BC применим метод сечений. Проведем сечение $a-a$ по стержням, отбросим левую часть и рассмотрим равновесие правой части.

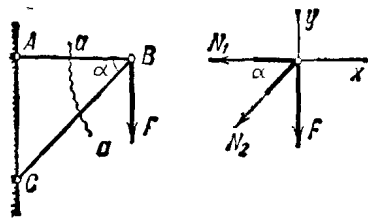


Рис. 1.10

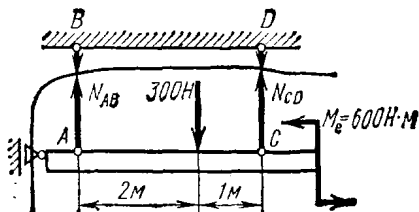


Рис. 1.11