

数学概論

微分積分と線形代数

富山医科薬科大学教授 南部徳盛 著



現代数学
ゼミナール
9

近代科学社

現代数学ゼミナール

9

数学概論

微分積分と線形代数

富山医科薬科大学教授

南部徳盛 著

近代科学社

著者略歴

南部 徳盛 (なんぶ とくもり)

1963年 金沢大学理学部数学科卒業

1966年 九州大学大学院理学研究科修士課程修了

1985年 九州大学教養部教授

1989年 富山医科薬科大学教授,
現在にいたる。

現代数学ゼミナール 9

数学概論——微分積分と線形代数

©1989 南部徳盛

Printed in Japan

1989年 5月10日 初版発行

1993年 2月10日 初版第5刷発行

著者 南部 徳盛

発行者 櫻井 慧子

発行所 株式会社 近代科学社

定価 1648 円

〒162 東京都新宿区市ケ谷田町 2-7-15
電話 03(3260)6161 振替 (東京) 6-7625

大日本法令印刷

ISBN4-7649-1011-X

まえがき

本書は、大学初年級の文科系、生物・化学系、農学系および短大の学生諸氏を対象にして、高等学校における数学Ⅰ，基礎解析，代数・幾何の知識を前提とした延長線上での微分・積分と線形代数に関する基礎的な事柄をまとめたものである。

通常，教養課程の文科系の学生には線形代数の講義がよくなされているが，微分・積分に関してはそれほどふれられていないのが実情である。しかし，近頃の文科系，理科系における数学の応用，微分・積分の応用という点から見ると，高等学校の基礎解析，代数・幾何だけの知識では不十分と思われる。

この本の原稿作成の動機は，九州大学における文科系学生に対する「一般数学」の講義において，いくつかの社会的現象，たとえば，絵の真贋鑑定，成長曲線，ランチェスターの2次法則，異なる2種の個体の生存競争等を微分方程式を使って解説した折，高等学校の基礎解析の知識だけでは不十分であることを痛感し，1変数関数の微分・積分と線形代数の基本的な事柄を準備したところにある。その草案のもとでの本書の構成は次の通りである。1章においては，準備としての基礎事項をのせ，2章において，1変数関数と2変数関数の微分・積分の基本的事項をとりあげ，3章において，はき出し法を中心とした行列，行列式に関する事柄を取り扱う。最後の4章において，2章と3章の応用としていくつか代表的な微分方程式をとりあげて説明する。

教科書としてこの本を使用される場合，本書全般を終了する必要はない。適当に選択され，利用されることを希望する。ちなみに著者は第4章を講義することを目的としたので，約30回の講義では2章の1部である1変数関数の微分・積分と3章，4章を解説した。

最後に，この本の執筆を薦められた矢ヶ部巖教授に深く感謝の意を表します。さらに，出版に際し終始いろいろとお世話になった近代科学社編集部の牧

ii まえがき

野末喜氏に心からお礼を申し上げます。

1989年1月

南部 徳盛

目 次

1. 基礎編	1
1.1 基礎事項	1
1.2 数列と級数	10
1.3 基礎的な関数	17
2. 微分と積分	27
2.1 1変数関数の連続性	27
2.2 1変数関数の微分	36
2.3 多変数関数とその連続性	49
2.4 偏微分	55
2.5 テイラーの定理	62
2.6 関数の極値	68
2.7 不定積分	77
2.8 定積分	83
2.9 重積分	95
3. 線形代数	107
3.1 行列	107
3.2 はき出し法と行列の基本変形	120
3.3 行列式	128
3.4 数ベクトル空間	143
3.5 1次変換	150
3.6 行列の対角化	162
4. 微分方程式	173
4.1 1階の微分方程式	173
4.2 1階の連立微分方程式	181
あ と が き	197
ギリシャ文字	198

問および演習問題の略解とヒント.....	199
索 引.....	213

第 I 部 都市と臨海部開発をめぐる諸問題

第1章 都市と臨海部問題

1. 都市と臨海部

「都市問題」は今世紀後半の世界的課題ともいわれており、人類とともに長い歴史をもつ都市は、第二次大戦以降とくに人口の集中がはげしく“Explodin^g Metropolis”（爆発する都市）とさえいわれている。これは大都市のみならず中小都市においても土地・公害・住宅・交通・水・災害などの諸問題をめぐり、あらためて人間の生活の場が根本的に問われている。これらの問いに対しては、都市の財政や行政問題をはじめ、政治や経済の体制のあり方をも論じられるとともに、とくにわが国にあっては未熟であった市民意識の向上や市民社会化の進展がみられつつある。

したがって都市研究においても近年きわめて有意義な研究成果が幅広く登場し、「都市問題」の理論と政策、都市論（学）確立の方法論的な体系化もみられつつあることはよろこびに耐えない。もちろん、それら一連の業績が上記の「都市問題」解決にあたってきたきわめて有益な貢献を治めつつあることもうたがいの余地はない。

しかしながら、都市の形成・発展を歴史的にみると、周知のように、人口の集中、集落の形成、都市化のプロセスにおいて大きな要因となっているのは交通であり、交通が「孤立」をやぶることによって文化が発展するという意味から“Transportation is Civilization”⁽¹⁾（交通は文化である）ともいわれるように、交通は都市と文化をつくりあげたともいえる。しかも「都市は人類文化の粋、文明の象徴であったといわれ、civilization とは（civitas—都市の生活、市民の社会）の意である」という⁽²⁾。このように交通は都市・文化と一

体化したものであることと理解できる。

しかし、交通が人間・物・思想などをもちこび、交流を行うとしても、その成果が実る場合は主として交通におけるターミナル (terminal) においてであることに注意を要する⁽⁸⁾。集落や都市の多くが、海・陸交通におけるターミナルから発生していることは歴史的にも事実であろう。とくに世界史的にも古代から現代にいたる都市と文化の多くは河川交通や海上交通のターミナルに依存しているといっても過言ではない。とくにわが国においては次節に述べるように、ターミナルのもっとも代表的な海港によって現代都市や文化が形成されたともいえる一面をもち、それだけに都市の内面に港湾機能が深いかかわり合いをもっている。また言葉をかえていえば、ターミナルにせよ、海港にせよ、それは臨海部の問題であって、「都市問題」に臨海部の諸問題が本質的に重要な関係を有しているということを新しい認識としてうけとめなければならない。

そのような意味から、都市論の研究においても、海港やターミナルの機能が重要な席を占めるであろうし、臨海部の諸問題を忘れて、わが国の都市論の体系化はできず、また「都市問題」の解決も不可能であるとも考えられる。以上のような意味から、この章では「都市と臨海部」の問題提起を行おうとするもので、もとよりそれがただちに「都市問題」の解決に貢献しうるものでないにせよ、わが国における都市の理論と政策上大きな意味をもつものと思う。

(注) (1) C. Ernest; *A Short History of the World's Shipping Industry*

(佐々木誠治訳『世界海運業小史』日本海運集会所、昭和32年) 参照。

なお、詳細については、拙著『港湾総論』成山堂、昭和47年 第2章「経済文化と港湾」P.15～P.41の参照をのぞむ。

(2) 柴田徳衛著『現代都市論』(東大出版会、昭和43年) P.6

(3) 拙著『都市と港—港湾都市研究序説—』(同文館、昭和51年) 第1章「都市と港と『人間の問題』」P.24～P.36参照。

2. 臨海部の重要性和港湾都市

周知のようにわが国は数多い島によって成立している。その詳細は表1・1に示すように、全国の構成島嶼は3,922を数える。この全国面積は約3,800万 km^2 であり、その周囲は約3万 km あるとされている。したがって、この国土面

積に対する海岸線の比はきわめて長く、とくに大陸における欧米諸国とくらべてその感を強くする。しかも、北海道・本州・四国・九州などの各地域をみても、わが国の国土はいずれも島の中央部もしくは内陸地域が、山脈あるいは山岳地帯であるために、国土の有効面積比がきわめて低く（可住地面積は全体の約30%——総面積より森林面積、原野面積、湖沼面積をのぞいた比率を示す——）、可住地面積の多くは地勢上海岸線に面している。

こうした地理的事情はわが国経済・社会の性格が形成される上にきわめて大きな要因となっている。とくに重要資源に乏しいわが国は、人口が多く、国土

表1・1

地 域	構成島数	面 積 (km ²)	周 囲 (km)	本島面積 (km ²)	本島周囲 (km)	面積千分比 (%)
全 国	3,922	377,388.55	29,751	361,483.36	16,218	1,000.00
北 海 道	263	83,510.58	4,052	78,073.43	2,447	221.29
本 州	1,546	230,821.91	12,185	227,413.91	8,298	611.63
四 国	472	18,781.52	2,946	18,256.34	1,797	49.77
九 州	1,420	42,030.18	8,926	36,554.28	3,206	111.37
沖 縄	221	2,244.36	1,642	1,185.40	470	5.95

(注) 運輸省港湾局編『港湾計画資料集(改訂版)』(日本港湾協会、昭和49年12月)P.201による。(なお本表の算定基準もしくは算定方法などにおける詳細は上記同表の注記を参照されることがのぞましい。)

面積がせまいので、その国民経済は、きわめて高度な海外依存率をもっている⁽¹⁾。例えば、主要物資の輸入依存度をみると、昭和47年においては、綿花(100%)・羊毛(100%)・天然ゴム(100%)・燐鉱石(100%)・原油(99.7%)・鉄鉱石(99.1%)・塩(85.7%)・原料炭(80.5%)、等の状態である⁽²⁾。つまり、以上のように可住地面積が臨海部であり、また主要物資の輸入依存度がきわめて高いというわが国経済・社会の基盤は、当然加工貿易を主軸とする経済構造にたつ。このことは、さきに述べたように海岸線の長さが国土面積に対してきわめて大きいという事情からも、また臨海部が主要な可住地面積であるということからも臨海部が近代工業地帯であるとともに主要都市の地域ともなる。

そのように、わが国経済・社会における臨海部は、工業立地上きわめて有利な条件をもつものであり、また都市が臨海部に形成されるという相互関係を有

している。このように臨海部に工業や都市がベルト状に立地されるという理由
は以上に述べたわが国の地理的条件に依存するものではあるが、それだけの理
由ではなく、明治以降のわが国資本主義経済・社会の形成過程から生ずる一つ
の論理的側面がある。つまり、わが国経済社会の臨海部の重要性や意義は、経
済・社会の自然的（地理的）条件に資本の政策が加わった結果形成されたもの
である。この点については後述するとして、いずれにしても、以上に述べたよ
うな現象的な面からしても、わが国における臨海部の役割は経済・社会・文化
の各面から新しく見直されるべき重要な課題が山積みされているといわねばな
らない。

臨海部の重要性や役割が、わが国における主要な可住地域であるがためと
か、高度な海外依存率に立つ国民経済であるがためとか、さらに、臨海部にほ
とんどの近代工業や都市が立地するということのためであることにちがいはな
いが、それらを現実化させているものは港湾機能であるという点を忘れてはな
らない。港湾も島国であるわが国の自然的条件をその機能形成の背景にしなが
ら、わが国経済・社会・文化の形成機軸になっている。図1・1はわが国の港
湾分布を示すものであるが、昭和48年現在において、港湾法によって指定され
た港湾だけでも1,072港もあり、さらに昭和45年現在で、漁港法によって指定
された漁港は2,771港も存在する。これらの港湾は法律的に、一般港湾は港湾
法、漁港は漁港法によっているが、一般港湾では、特定重要港湾（重要港湾の
うち外国貿易の進展上とくに重要な港湾）が17港、重要港湾（国の利害に重要
な関係をもつ港湾）が97港、地方港湾（重要港湾以外の港湾）958港（その
うち避難港湾38港）で、こうした港湾数と分布の率はすでに述べた海岸線の長さ
とともにわが国特有の事情をものがたっている。このことはわが国の地理的事
情にもよるが、あとで述べるように、本質的にはわが国経済・社会の構造的性
格からくるものである。

わが国における主要都市や近代的工業地帯の殆んどが臨海部に立地されてい
ることはすでに述べたが、この点を港湾との関連でみるならば表1・2のよう
である。つまり全国都市数のうち、人口100万人以上の都市において港湾を有

する都市の比率は、92.9%であり、人口50万～100万人まででは76.5%，30万～50万人では58.1%，10万～30万人までにおいても43%と、全体で68.51%，と人口10万人の内陸都市をふくめてもなお大約70%の都市が港湾をもっていることになる。さらにこれを工業出荷額や商業販売額における港湾都市の比重をみるといずれもきわめて高度な比率を示している。さらに同表の注記にもあるように、これらの資料は昭和30年代末から40年にかけての実数であるので、こうした各表の港湾機能をもつ都市の比重は現在さらに高いことが予想されよう。

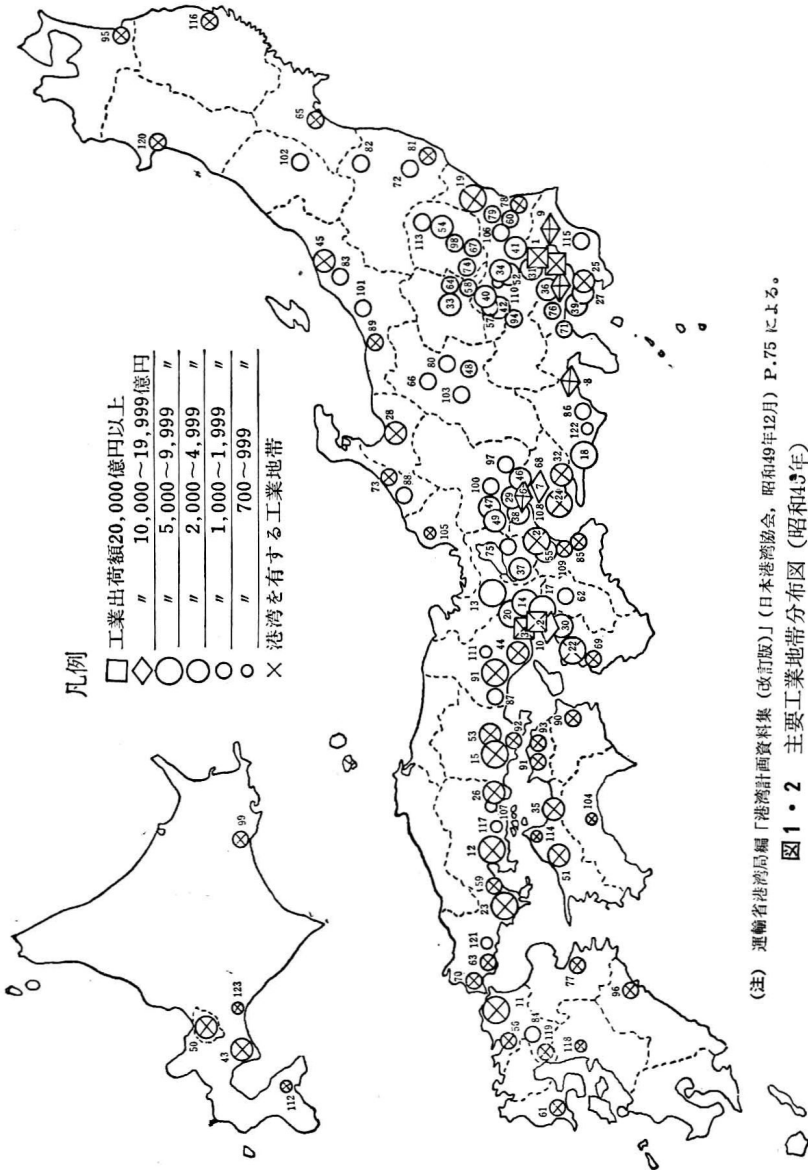
表1・2

人口区分	全 国		港湾を有する都市		港湾を有しない都市		(B) (A)	工業出荷額			商業販売額		
	都市数	人口(A)	都市数	人口(B)	都市数	人口		全 国 (C)	港湾都市 (D)	(D) (C)	全 国 (E)	港湾都市 (F)	(F) (E)
100万人以上	7	1,940	6	1,803	1	137	92.9	795	758	95.3	2,172	2,112	97.2
50～100万	5	341	4	261	1	80	76.5	156	148	94.9	165	109	65.7
30～50万	15	558	9	324	6	234	58.1	162	116	71.6	178	75	42.1
10～30万	104	1,734	39	746	65	988	43.0	478	208	43.5	425	214	50.4
計	131	4,573	58	3,134	73	1,439	68.53	1,591	1,230	77.3	2,940	2,510	85.3

(注) (1) 人口区分は国調(昭40)。工業出荷額は工業統計表(昭38)、商業販売額は商業統計表(昭39)に基づく。

(2) 運輸省港湾局編「港湾計画資料集」(日本港湾協会、昭和45年)による。

以上のように、わが国における臨海部は、たんに地理的な意味で「海に面する」地域よりも経済・社会・文化の各面からきわめて重要な中心地域である。くりかえすならば、その中心地域といえる理由が主要都市、主要工業地帯であり、それらがいずれも港湾機能を内在させているという意味で、都市はたんに臨海都市ではなく「港湾都市」として再認識されるべきであり、近代工業も、いわば港湾機能を軸として発展してきた事実を改めて自覚されるべきである⁽³⁾。図1・2は、すでに述べた港湾分布、港湾都市の比重、あるいはそれとの関係における工業出荷額などをまとめたものである。これによってわれわれは、すでに述べた臨海部の重要性和港湾都市との関係を新しい意味できわめて大きな



課題とせざるを得ないであろう。(図1・2における工業出荷額別の図示と、港湾機能との関連性、またそれらがいずれも主要都市であることなど、すでにあげた図1・1の港湾分布図、表1・2における港湾都市の比重を示す表などの関係が、ここに集約的に示される。)

- (注) (1) わが国では資源と製品市場の海外依存度率が工業化の進展とともに高まる傾向をもち、第二次大戦前の「1936年における日本の総輸出額が、その年の国民経済に対する比率は22.4%で、同年における合衆国3.7%、ドイツ6.0%、フランス13.4%、イギリス本土18.2%、に比して遙かに高く日本経済の高度の貿易依存性を示したのであるが、戦後に与えられた客観的条件は更に従前以上に高度の世界市場依存性を日本経済に不可避ならしめるであろうことが一応普通には帰結されるところである。」(名和統一著『日本資本主義と貿易問題』P.45)
- (2) 運輸省港湾局編『港湾計画資料集(改訂版)』(日本港湾協会、昭和49年12月)P.376
- (3) ここにおいてはまだ「港湾都市」の概念が必ずしも明確にはとらえられていない。しかしながら一般的に都市の分類上、特定の都市の性格を特徴づける機能からすると、本文(表1・2)に示したようにわが国の主要都市の殆んどは港湾機能をかなりの要因としており、海外諸国との比較においてきわめて比重が大きいの。しかし問題は、事実上港湾機能と都市機能がどのような相互関係をもっているかについてみるのが「港湾都市」を概念的に基礎づけるものであり、この点わが国のそれは種々な問題点が残されているが、都市論(学)においても以上述べた面からの問題意識がわが国の場合必要であろう。(詳細については拙著『港湾総論』第3部、地域(都市)と港湾、P.141~P.198、および拙稿『港湾都市への問題提起』関東都市学会編『関東都市学会年報』No.1.1974年、等の参照がのぞましい。)

3. 臨海部開発をめぐる構造的な諸問題

前節では、主としてわが国経済・社会における臨海部の位置なり、港湾によって特徴づけられる都市臨海部の重要性についての大要をみたにすぎない。ここでは主として、それらの地位や重要性が、どちらかというわが国の地理的、自然的な事情にアクセントをおいた説明のされ方であったと思われる。つまり、国土面積に比する海岸線の長さ、臨海部の土地利用上の価値の優位性、重要資源の海外依存度の高さ等々についてであった。四面環海という島国の経済・社会・文化の発展は、当然そのように港湾機能を媒介として都市臨海部が土地利用の面で重要性をもつものであることには変りはない。