経済数学入門

奥口孝二・西村和雄
藤本喬雄・丸山　徹　著

近代経済学の学習に必要な数学の基礎知識を，最新のレベルでていねいにわかり易く解説したテキストブック。現代の経済分析に応用される数学的方法を具体的に明らかにする。

有斐閣双書

経済数学入門

奥口孝二
西村和雄
藤本喬雄
丸山　徹　著

有斐閣双書

＊入門・基礎知識編＊

有斐閣双書

経済数学入門　　定価 1,700円

昭和55年11月20日　初版第1刷印刷
昭和55年11月30日　初版第1刷発行

著　者　奥口孝二（おくぐちこうじ）
西村和雄（にしむらかずお）
藤本喬雄（ふじもとたかお）
丸山徹（まるやまとおる）

発行者　江草忠允（えぐさただあつ）

東京都千代田区神田神保町 2～17
発行所　株式会社　有斐閣
電話 東京 (264) 1311 (大代表)
郵便番号〔101〕振替口座東京 6-370 番
本郷支店〔113〕文京区東京大学正門前
京都支店〔606〕左京区田中門前町 44

印刷 秀好堂印刷・製本 高陽堂製本

1333-056160-8611

はしがき

現在では経済学，とくにいわゆる近代経済学を学ぶためには，数学をある程度知っていることが必要不可欠である。経済数学とは経済分析において用いられる数学を総称する。わが国の大学の経済学部では，最近経済数学が必須または選択科目としてカリキュラムにとりいれられているのが普通である。そのため経済数学のテキストはすでにいくつか出版されている。本書は経済数学の入門的テキストであり，予備知識として高校程度の数学および大学の教養課程程度の経済学が前提されている。しかし，経済数学でとりあげられる数学の種類はかならずしも確定していない。

本書は全5章からなり，第1章は主として多数の産業部門間の相互依存関係を分析するために必要な線形代数の基礎的事項を説明する。第2章では類書よりは体系的な観点から多変数の微分法を解説する。一般的に個人および企業等の経済主体は，それらがおかれる条件のもとでなんらかの目標値を最大化または最小化しようとつとめる。したがって，第3章では前2章までに学んだことをもとにして，そのような経済主体の最大化または最小化行動にかかわる数学的手法の主要なものをいくつかとりあげて解説する。さまざまな経済変数——たとえば国民所得，財の価格および生産量等——は時間とともに変化する。経済変数の時間的動きは通常微分方程式または定差方程式によって表現される。第4章および第5章はそれぞれ微分方程式および定差方程式の基礎的事項を解説する。

以上が本書のアウトラインである。本書は入門書とはいえ，いた

るところに類書には見られないアップ・ツー・デートな内容がもりこまれている。読者は本書により専門課程の経済学の理解に必要な数学的知識を身につけることができよう。しかし，本書でとりあげられる数学は基礎的事項にのみかぎられているので，経済数学のより進んだ勉強をしたいと思われる読者は，線形代数，微分方程式，定差方程式および数理計画法の体系的著書を読まれるようおすすめしたい。それらの著書名については各章末の参考文献を参照していただきたい。

経済数学の講義は大学によっては通年のところもあるが，半年の講義のところもある。通年の講義の場合には本書の全5章をカバーできるが，半年の講義では第1章から第3章までをとりあげるか，第4章と第5章をとりあげることができよう。また，第1章と第3章は数理経済学の教材として用いることもできよう。

最後に，本書の出版にあたりさまざまな御配慮をいただいた編集部の石塚務氏に御礼を申し上げたい。

1980 年 10 月

執筆者を代表して

奥 口 孝 二

目　　次

著者紹介

奥口孝二（おくぐちこうじ）

昭和10年北海道に生まれる。昭和34年一橋大学経済学部卒業。
現在，東京都立大学経済学部教授。

西村和雄（にしむらかずお）

昭和21年北海道に生まれる。昭和43年東京大学農学部卒業。
現在，東京都立大学経済学部助教授。

藤本喬雄（ふじもとたかお）

昭和21年香川県に生まれる。昭和44年東京大学理学部卒業。
現在，香川大学経済学部助教授。

丸山　徹（まるやま　とおる）

昭和24年東京に生まれる。昭和47年慶應義塾大学経済学部卒業。
現在，慶應義塾大学経済学部専任講師。

第 *1* 章　線形代数

§1　ベクトル

1.1　ベクトル空間

本章では線形代数のポイントを述べるのであるが，なるべく経済学の方から具体例を借りてきて，数学的概念を説明していこう。また，種々の命題も経済学的にはどういう意味を持つのか，解釈を試みる。まず，1つの経済を想定しよう。そして，その経済にはm種類の財（あるいは商品）があるとする。すると次のような財のバスケット $\boldsymbol{c}$ を考えることができる。

$$\boldsymbol{c}\equiv\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{pmatrix}$$

（≡は等号ではなく，定義を意味する)。すなわち，このバスケット $\boldsymbol{c}$ は第1財を c_1，第2財を $c_2, \cdots$，第 m 財を c_m だけ含んだものである。印刷スペースの都合上，$\boldsymbol{c}$ は

$$\boldsymbol{c}\equiv(c_1, c_2, \cdots, c_m)'$$

のように横に書いて ′（プライム）を付加して表わす。′ は**転置符号**と呼ばれ，縦のものを横にし，横のものを縦にする記号である。さて，c_1 から c_m がいろいろな実数値をとるに従って，$\boldsymbol{c}$ はいろい

ろなバスケットを示しうる（c_i が負値の時は借入財と解釈すればよい)。このようなバスケット全体の集合を $\boldsymbol{R}^m$ と表わす。すなわち

$$\boldsymbol{R}^m \equiv \{\boldsymbol{c} \equiv (c_1, c_2, \cdots, c_m)' \mid \text{各 } c_i \text{ は実数}\}$$

ここで $\{\cdots\}$ 内の | より右側は左側を規定し，右側の条件を満たす左側の要素全体の集合という意味である。この $\boldsymbol{R}^m$ が以下で述べる和とスカラー積を備えているとき，**m 次元(実)ベクトル空間**と呼ぶ。$\boldsymbol{R}^m$ の要素 $\boldsymbol{c}$ は **m 次元列ベクトル**（あるいは**縦ベクトル**）と呼ぶ。また，c_i を $\boldsymbol{c}$ の第 i 要素（あるいは成分）という。$\boldsymbol{c}$ を転置したもの，すなわち

$$\boldsymbol{c}' \equiv (c_1, c_2, \cdots, c_m)$$

は**行ベクトル**（あるいは**横ベクトル**）という。本章では $'$ を付けるのをなるべく省くため，$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}$ などで列ベクトルを，$\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q}, \boldsymbol{y}$ などで行ベクトルを表わすことにする。

さて，ベクトル同士の演算，数との演算を次のように約束する。

(1)　**和**：$\boldsymbol{a} \equiv (a_1, a_2, \cdots, a_m)'$，$\boldsymbol{b} \equiv (b_1, b_2, \cdots, b_m)'$ に対して
$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b} \equiv (a_1+b_1, a_2+b_2, \cdots, a_m+b_m)'$。

(2)　**スカラー積**：$\boldsymbol{a} \equiv (a_1, a_2, \cdots, a_m)'$，数 k に対して
$k\boldsymbol{a} \equiv (ka_1, ka_2, \cdots, ka_m)'$。

和は2個のバスケットを各財ごとに加えたもの，スカラー積はすべての財の量が k 倍になったバスケットを表わす。(2)をスカラー積というのは，数のことをスカラーともいうからで，k は実数だけでなく複素数のこともありうる（しかし，経済学では，安定性の議論を除いては，たいていの場合，実数のみを考慮すればよい)。

行ベクトル $\boldsymbol{p} \equiv (p_1, p_2, \cdots, p_m)$，$\boldsymbol{q} \equiv (q_1, q_2, \cdots, q_m)$ に対しても，和，スカラー積が定義できる。行ベクトルの場合は，財の量というより，p_i, q_i を第 i 財の価格あるいは価額と解釈すると，以下の理

解に便利である。

行ベクトル $\boldsymbol{p}$ と列ベクトル $\boldsymbol{c}$ との間に次の内積を定義する。p, c 共に m 次元ベクトルとする。

(3) **内積：**

$$\boldsymbol{pc} \equiv (p_1, p_2, \cdots, p_m)\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{pmatrix} \equiv \sum_{i=1}^{m} p_i c_i = p_1 c_1 + p_2 c_2 + \cdots + p_m c_m.$$

内積が2個のベクトルから，1個の実数をつくることに注意されたい。$\boldsymbol{p}$ を p_i が第 i 財の価格を表わす価格ベクトル，$\boldsymbol{c}$ を前出のように財のバスケットとすると，内積 $\boldsymbol{pc}$ はこのバスケットの価額を意味する。

1.2　ベクトル演算の性質

ベクトルの和や積の性質の説明に先立って，記号を説明しておく。まず，m 次元列ベクトルに対し

$$-\boldsymbol{a} \equiv (-1)\boldsymbol{a} = (-a_1, -a_2, \cdots, -a_m)'$$

$$\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b} \equiv \boldsymbol{a} + (-1)\boldsymbol{b} = (a_1 - b_1, \cdots, a_m - b_m)'$$

$$\boldsymbol{o} \equiv (o, o, \cdots o)' \text{（あるいは } \boldsymbol{o} \equiv (o, o, \cdots, o)\text{）}$$

と記号を約束する。また，等号・不等号を

(1)　$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b} \Longleftrightarrow a_i = b_i,\ \ i = 1, 2, \cdots, m$

(2)　$\boldsymbol{a} \geqq \boldsymbol{b} \Longleftrightarrow a_i \geqq b_i,\ \ i = 1, 2, \cdots, m$

(3)　$\boldsymbol{a} \geq \boldsymbol{b} \Longleftrightarrow \boldsymbol{a} \geqq \boldsymbol{b}$ で，かつ $\boldsymbol{a} \neq \boldsymbol{b}$

(4)　$\boldsymbol{a} > \boldsymbol{b} \Longleftrightarrow a_i > b_i,\ \ i = 1, 2, \cdots, m$

と定める。記号 $\Longleftrightarrow$ はその左右が同じものであることを示す。(1) は財バスケット $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ とが完全に一致する場合と解釈できる。(2) は $\boldsymbol{a}$ が各財において，$\boldsymbol{b}$ より大きいか等しいことを示す。(3) は (2)

の条件を満たし，しかもどれか少なくとも1つの財において $\boldsymbol{a}$ が $\boldsymbol{b}$ より大きいことを示す。(4) は全ての財において $\boldsymbol{a}$ が $\boldsymbol{b}$ より大きいことを意味する。もちろん，(4) を満たす $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ は (3) を満たすし，(1) や (3) を満たす $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ は (2) を満足する。

さて，ベクトルの演算が次の性質を持つことは，その定義から容易にわかる。読者はその経済学的意味を連想してもらいたい。$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ は m 次元ベクトル，k, h は任意の実数である。

〔ベクトル演算の性質〕

(1)　$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$　（結合則）

(2)　$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$　（交換則）

(3)　$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{o}=\boldsymbol{o}+\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}$

(4)　$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{a}=\boldsymbol{o}$

(5)　$k(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=k\boldsymbol{a}+k\boldsymbol{b}$　（ベクトルに関する分配則）

(6)　$(k+h)\boldsymbol{a}=k\boldsymbol{a}+h\boldsymbol{a}$　（スカラーに関する分配則）

(7)　$(kh)\boldsymbol{a}=k(h\boldsymbol{a})$　（結合則）

(8)　$1\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}$

(9)　$0\boldsymbol{a}=k\boldsymbol{o}=\boldsymbol{o}$

(10)　もし，$\boldsymbol{a}\geqq(\geq)\boldsymbol{b}$ なら，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}\geqq(\geq)\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

(11)　もし，$\boldsymbol{a}\geqq\boldsymbol{b}$ で $k\geqq0$ なら，$k\boldsymbol{a}\geqq k\boldsymbol{b}$

以上の性質は，行ベクトルに対しても同様に成立する。さて次に，$\boldsymbol{a}$ を列ベクトル，$\boldsymbol{p}$ を行ベクトル，k を数とする。

〔内積の性質〕

(1)　$\boldsymbol{pa}=\boldsymbol{a}'\boldsymbol{p}'$　（対称性）

$$\left.\begin{array}{ll}(2) & \boldsymbol{p}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\boldsymbol{pa}+\boldsymbol{pb} \\ (3) & k\boldsymbol{pa}=\boldsymbol{p}(k\boldsymbol{a})\end{array}\right\}\text{（線形性）}$$

(4)　$\boldsymbol{a}'\boldsymbol{a}\geqq0$　（定符号性）

(4) は，定義より $\boldsymbol{a}'\boldsymbol{a}=\sum_{i=1}^{m} a_i^2 \geqq 0$ ということからわかるし，また，0 になるのは $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{o}$ の場合のみである。ベクトル $\boldsymbol{a}$ の**ノルム**（あるいは**長さ**）$\|\boldsymbol{a}\|$ は

$$\|\boldsymbol{a}\| \equiv \sqrt{\boldsymbol{a}'\boldsymbol{a}} \equiv \sqrt{a_1{}^2+a_2{}^2+\cdots+a_m{}^2}$$

と定義される。$\boldsymbol{R}^2$ や $\boldsymbol{R}^3$ では，ノルム $\|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}\|$ は普通の意味での線分 $\boldsymbol{ab}$ の長さを表わす。これにより，ベクトル解析と座標上のユークリッド幾何学を対応させる可能性がでてくる。

例題　もし，$\boldsymbol{a} \geqq \boldsymbol{b}$ で $\boldsymbol{p} \geqq \boldsymbol{o}$ ならば，$\boldsymbol{pa} \geqq \boldsymbol{pb}$。

解　$\sum_{i=1}^{m} p_i a_i \geqq \sum_{i=1}^{m} p_i b_i$，$\because$ $a_i \geqq b_i$，$p_i \geqq 0$　$(i=1,\cdots,m)$。

〔**注意**〕 ベクトル演算の性質 (1) の結合則により，$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}$ を $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$ と書いても問題ない。4 個以上のベクトルの和も同様である。

1.3　1 次独立

n 個の m 次元ベクトル $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\cdots,\boldsymbol{a}_n$ が，もしある実数 $k_1,k_2,\cdots,k_n$ に対して

$$k_1\boldsymbol{a}_1+k_2\boldsymbol{a}_2+\cdots+k_n\boldsymbol{a}_n=\boldsymbol{o} \tag{1}$$

ならば，必ず

$$k_1=k_2=\cdots=k_n=0$$

でなければならないとする。このとき，$\boldsymbol{a}_1,\cdots,\boldsymbol{a}_n$ は **1 次独立**であるという。1 次独立でないとき，すなわち，k_1 から k_n のうちどれかが 0 でないのに上式 (1) が成立しうるときは，**1 次従属**といわれる。

次に，ベクトル $\boldsymbol{a}$ が $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\cdots,\boldsymbol{a}_n$ と実数 $k_1,\cdots,k_n$ によって

$$\boldsymbol{a}=k_1\boldsymbol{a}_1+k_2\boldsymbol{a}_2+\cdots+k_n\boldsymbol{a}_n$$

と表わせるとき，$\boldsymbol{a}$ を $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\cdots,\boldsymbol{a}_n$ の **1 次結合**と呼ぶ。$\boldsymbol{a}_1,\cdots,\boldsymbol{a}_n$ を固定して，$k_1,\cdots,k_n$ をいろいろ変えることにより表わしうる 1 次

結合全体 W, すなわち

$$W \equiv \{\boldsymbol{a} | \boldsymbol{a} = k_1\boldsymbol{a}_1 + \cdots + k_n\boldsymbol{a}_n,\ k_1, \cdots, k_n \text{ は実数}\}$$

を，m 次元ベクトル空間 $\boldsymbol{R}^m$ の $\boldsymbol{a}_1, \cdots, \boldsymbol{a}_n$ の張る**部分空間**という。特に，$\boldsymbol{a}_1, \cdots, \boldsymbol{a}_n$ が1次独立のとき，W は **n 次元部分空間**という。もっと一般的に $\boldsymbol{R}^m$ の部分集合 S が次の2条件を満たすとき，S を $\boldsymbol{R}^m$ の部分空間という。

（I）$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ が S に含まれれば，$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ も S に含まれる。

（II）$\boldsymbol{a}$ が S に含まれれば，任意の実数 k に対して $k\boldsymbol{a}$ も S に含まれる。

上の W は明らかに（I),（II）の性質をもっている。

例題　$\boldsymbol{a}_1, \cdots, \boldsymbol{a}_n$ が1次従属ならば，これらのうちどれか1個の $\boldsymbol{a}_j$ は，他の1次結合になる。

解　上記 (1) 式が成立して，いま k_j が0でないとすると，$\boldsymbol{a}_j = -k_1/k_j\,\boldsymbol{a}_1 - \cdots - k_n/k_j\,\boldsymbol{a}_n$。

第 j 成分だけが1で，他の成分がすべて0である m 次元ベクトルを $\boldsymbol{e}_j$ で表わす。すなわち

$$\boldsymbol{e}_1 \equiv (1, 0, \cdots, 0)'$$
$$\boldsymbol{e}_2 \equiv (0, 1, \cdots, 0)'$$
$$\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot$$
$$\boldsymbol{e}_m \equiv (0, 0, \cdots, 1)'$$

これらを m 次元**単位ベクトル**という。

例題　$\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \cdots, \boldsymbol{e}_n (n \leqq m)$ は1次独立である。

解　$k_1\boldsymbol{e}_1 + k_2\boldsymbol{e}_2 + \cdots + k_n\boldsymbol{e}_n = (k_1, k_2, \cdots, k_n) = 0$ とする。これより，$k_1 = k_2 = \cdots = k_n = 0$ が出てくる。

上の例題の経済学的意味は明らかであろう。バスケット $\boldsymbol{e}_j$ は第 j 財のみを1単位含みあとは全て0である。同様に $k_j\boldsymbol{e}_j$ は第 j 財のみを k_j 単位含む（k_j が負値のときは借入財と考える)。このよ

うな $k_j\boldsymbol{e}_j(j=1,2,\cdots,n)$ を加え合わせて，すべての財が0になるのは，すべての k_j が0の時だけである。次に，$\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\cdots,\boldsymbol{e}_n$ $(n<m)$ の1次結合全体による部分空間 W は，最後の第 $(n+1)$ 財から第 m 財までがすべて0であるバスケットの全体と解しうる。

1.4 凸結合と凸集合

m 次元ベクトル $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\cdots,\boldsymbol{a}_n$ の1次結合

$$k_1\boldsymbol{a}_1+k_2\boldsymbol{a}_2+\cdots+k_n\boldsymbol{a}_n$$

における係数 k_j が条件

$$k_j\geqq 0(j=1,2,\cdots,n),\ k_1+k_2+\cdots+k_n=1$$

を満たすとき，この1次結合を**凸結合**という。凸結合の幾何学的説明を与えておく。2 次元空間 $\boldsymbol{R}^2$ において，$\boldsymbol{a}_1\equiv(3,1)$ と $\boldsymbol{a}_2\equiv(1,2)$ という2個のベクトルを考えよう(図 1-1)。まず，$\boldsymbol{b}=1/4\,\boldsymbol{a}_1+3/4\,\boldsymbol{a}_2$ という凸結合による点を調べる。線分 $\boldsymbol{a}_1\boldsymbol{a}_2$ の中点 $\boldsymbol{M}$ が $1/2\,\boldsymbol{a}_1+1/2\,\boldsymbol{a}_2$ となることは良く知られている。次に $\boldsymbol{a}_2$ の係数は $\boldsymbol{b}$ の方が $\boldsymbol{M}$ より大きいので，さらに $\boldsymbol{M}$ と $\boldsymbol{a}_2$ の中点をとると $1/2\,\boldsymbol{M}+1/2\,\boldsymbol{a}_2=(1/2+0)/2\,\boldsymbol{a}_1+(1/2+1)/2\,\boldsymbol{a}_2=1/4\,\boldsymbol{a}_1+3/4\,\boldsymbol{a}_2=\boldsymbol{b}$ となるので，$\boldsymbol{b}$ は線分 $\boldsymbol{M}\boldsymbol{a}_2$ の中点の表わすベクトルということがわかる。一般に凸

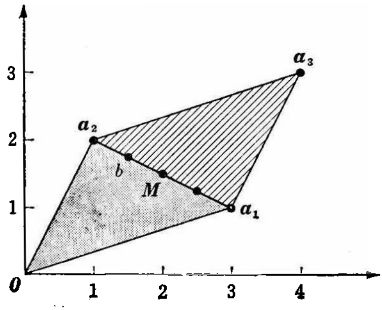

図 1-1

結合 $\boldsymbol{b}=k_1\boldsymbol{a}_1+k_2\boldsymbol{a}_2$ は上述のように次々と適当な中点をとっていけば，$\boldsymbol{b}$ にいくらでも近づけることができる（k_1, k_2 を 2 進数近似することになる)。すなわち，$\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2$ の凸結合の全体は線分 $\boldsymbol{a}_1\boldsymbol{a}_2$ となる。あるいは次のようにも考えうる。凸結合 $k_1\boldsymbol{a}_1+k_2\boldsymbol{a}_2$ は $k_1+k_2=1$ なので

$$\boldsymbol{a}_1+k_2\boldsymbol{a}_2-(1-k_1)\boldsymbol{a}_1=\boldsymbol{a}_1+k_2(\boldsymbol{a}_2-\boldsymbol{a}_1)$$

と書き変えられる。このベクトルは $\boldsymbol{O}$ 原点から $\boldsymbol{a}_1$ まで進み，さらにベクトル（$\boldsymbol{a}_2-\boldsymbol{a}_1$）の方向へ，その長さの k_2 倍 ($0\leqq k_2\leqq 1$) だけ進んだ点を表わすものである。よって，凸結合の全体はやはり線分 $\boldsymbol{a}_1\boldsymbol{a}_2$ となる。同様に，$\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3\equiv(4,3)$ という 3 個のベクトルによる凸結合 $k_1\boldsymbol{a}_1+k_2\boldsymbol{a}_2+k_3\boldsymbol{a}_3$ の全体は図の斜線を施した三角形 $\boldsymbol{a}_1\boldsymbol{a}_2\boldsymbol{a}_3$ となる（k_1, k_2, k_3 の 3 進数近似を考える)。

3 個のベクトル $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{O}$ による凸結合全体は図の三角形 $\boldsymbol{a}_1\boldsymbol{a}_2\boldsymbol{O}$ だが，これが

$$\{k_1\boldsymbol{a}_1+k_2\boldsymbol{a}_2 | k_1, k_2\geqq 0, k_1+k_2\leqq 1\}$$

とも表わしえることは，定義よりわかる。

さて，一般に $\boldsymbol{R}^m$ の部分集合 K があって，$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}\in K$ で実数 k が $0\leqq k\leqq 1$ ならば

$$k\boldsymbol{a}+(1-k)\boldsymbol{b}\in K$$

という条件を満たすとき，K を**凸集合**という（ここで $\in$ は左側のベクトルが右側の集合に含まれることを示す記号である)。すなわち，K に属する 2 点を結ぶ線分全体もまた K に属するような集合である。$\boldsymbol{R}^2$ の円板や $\boldsymbol{R}^3$ の球は凸集合である。

さて，$\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \cdots, \boldsymbol{a}_n$ の凸結合で，$k_1+k_2+\cdots+k_n=1$ の条件をおとしたものの全体，すなわち

$$\{k_1\boldsymbol{a}_1+k_2\boldsymbol{a}_2+\cdots+k_n\boldsymbol{a}_n | k_1, k_2, \cdots k_n\geqq 0\}$$