А. Б. Мякина

# Задачи по математической статистике в применении к текстильным исследованиям

Ростехиздат
1960

*Мякина Анна Борисовна*

ЗАДАЧИ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ В ПРИМЕНЕНИИ К ТЕКСТИЛЬНЫМ ИССЛЕДОВАНИЯМ

Редактор *И. И. Аксенова*
Техн. редактор *М. Т. Кнакнин*
Переплет художника *Л. М. Самариной*
Корректор *М. Н. Чистяков*

---

Т-06618. Сдано в набор 17/I 1960 г.
Подписано к печати 19/V 1960 г.
Формат $60 \times 92^1/_{16}$. Физ. п. л. $9^1/_4$.
Уч.-изд. л. 8,26. Тираж 2200 экз.
Цена 4 р. 15 к. Изд. № 17. Заказ 341.

---

Типография № 7 УПП ЛСНХ
Ленинград, Ф-68, Садовая ул., 55/57

А. Б. МЯКИНА

# ЗАДАЧИ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ В ПРИМЕНЕНИИ К ТЕКСТИЛЬНЫМ ИССЛЕДОВАНИЯМ

Под редакцией проф. *А. В. Терюшнова*
и доц. *В. П. Левинского*

***Допущено***
*Министерством высшего и среднего специального образования РСФСР в качестве учебного пособия для технических и инженерно-экономических специальностей текстильных высших учебных заведений*

ИЗДАТЕЛЬСТВО НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ РСФСР
Москва · 1960

*В книге в основном изложен краткий курс практических занятий по математической статистике и теории вероятностей в применении к текстильным исследованиям.*

*Задачи составлены на основе обширного материала, полученного из фабричных лабораторий, лабораторий Московского текстильного института и лабораторий научно-исследовательских институтов, и методически расположены с постепенным нарастанием числа методов исследования.*

*Книга является учебным пособием к курсу математической статистики и теории вероятностей для студентов текстильных институтов.*

*Пособие может быть использовано и в фабричных лабораториях при обработке результатов текстильных исследований.*

*Все задачи имеют ответы, а некоторые и решения, поэтому задачник может быть использован и при самостоятельном изучении математической статистики в текстильных институтах и на предприятиях.*

*Автор выражает благодарность за полученные ценные указания при просмотре пособия заведующему кафедрой математики Московского текстильного института профессору С. С. Ковнеру, доценту кафедры В. П. Левинскому и заведующему кафедрой хлопкопрядения профессору А. В. Терюшнову.*

# ВВЕДЕНИЕ

Статистическая обработка результатов массовых наблюдений над каким-нибудь явлением имеет целью дать оценку этой совокупности наблюдений при помощи сводных статистических характеристик (показателей).

Число, характеризующее отдельное наблюдение, называется статистической датой ($v$)*. Совокупность статистических дат характеризуется прежде всего средней величиной и оценкой рассеяния. В статистике изучают различные виды средних и оценок рассеяния. Наиболее распространенной является средняя арифметическая

$$M = \frac{\Sigma v}{n}, \tag{1}$$

где $n$ — число дат совокупности;

$\Sigma v$ — сумма статистических дат.

Однако в отдельных случаях приходится пользоваться и другими средними, в частности средней гармонической

$$M_h = \frac{n}{\sum \frac{1}{v}}. \tag{2}$$

Оценка рассеяния дается или в тех же единицах измерения, что и даты, или в относительных числах (в %). Наиболее распространенной и наиболее обоснованной в математическом смысле оценкой рассеяния является среднее квадратичное, или стандартное отклонение

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (v - M)^2}{n}}. \tag{3}$$

* В некоторых руководствах вместо термина «дата» применяется термин «варианта» и обозначается $x$. В настоящем пособии обозначение $x$ отнесено к случайным переменным величинам (см. гл. III § 2), а отдельная дата обозначается $v$. В связи с этим и средняя арифметическая обозначается $M$, как это принято в литературе по текстильным исследованиям.

Для обработки статистические даты располагают в порядке возрастания или убывания, составляется так называемый ранжированный ряд (см. главу I, § 1). При большом числе наблюдений из совокупности дат образуют интервальный вариационный ряд, или ряд распределения (см. главу I, § 2).

Среднее квадратичное отклонение $\sigma$ — именованное число, выраженное в тех же единицах измерения, что и даты.

Для оценки относительного рассеяния дат употребляется отношение среднего квадратичного отклонения к средней арифметической, выраженное в процентах.

Этот показатель называется коэффициентом вариации и обозначается буквой $C$. По формуле (8)

$$C = \frac{\sigma}{M} \cdot 100[\%].$$

Глава I

# ЗАДАЧИ ПО ОСНОВНЫМ СТАТИСТИЧЕСКИМ ВЫЧИСЛЕНИЯМ

## § 1. РАНЖИРОВАННЫЙ РЯД

### Формулы и примеры расчетов

Основным методом обработки ранжированного ряда (определения средней арифметической $M$ и среднего квадратичного отклонения $\sigma$) является метод «условного нуля» или метод «произвольного среднего».

Этот метод заключается в следующем: после того как ряд статистических дат расположили в порядке возрастания или убывания, т. е. ранжировали, выбирают любое число $A$ (для удобства вычисления, близкое к середине этого ряда), которое считают произвольным средним ряда или условным нулем.

Вместо самих дат $v$ при вычислении $M$ и $\sigma$ пользуются их отклонениями от условного нуля:

$$a = v - A. \qquad (4)$$

По этим отклонениям вычисляют поправку

$$b_1 = \frac{\Sigma a}{n}, \qquad (5)$$

а посредством поправки определяют среднюю арифметическую

$$M = A + b_1. \qquad (1')$$

Средний квадрат отклонения от условного нуля выразится формулой

$$b_2 = \frac{\Sigma a^2}{n}. \qquad (6)$$

По формуле (3)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (v - M)^2}{n}}.$$

При использовании условного нуля $A$ среднее квадратичное отклонение $\sigma$ выразится формулой:

$$\sigma = \sqrt{b_2 - b_1^2}\ , \tag{3'}$$

так как средний квадрат отклонения

$$\frac{\Sigma (v - M)^2}{n} = b_2 - b_1^2\,. \tag{7}$$

Это соотношение показывает, что для любого ряда сумма квадратов отклонений дат от их средней арифметической меньше суммы квадратов отклонений от всякого иного числа.

Приведем пример вычисления средней арифметической $M$ и среднего квадратичного отклонения $\sigma$ методом условного нуля $A$.

**Пример 1.** Прочность льняной пряжи в *кг* задана рядом:

$v$: 1,6; 1,0; 1,9; 2,2; 1,4; 1,7; 2,3; 1,4; 1,7; 1,8.

Определить $M$ и $\sigma$.

Ранжируем ряд:

1,0; 1,4; 1,4; 1,6; 1,7; 1,7; 1,8; 1,9; 2,2; 2,3.

За условный нуль выбираем $A = 1{,}5$.

Составляем следующую таблицу для вычисления $M$ и $\sigma$ (табл. 1).

Таблица 1

| $v$ | $a$ | $a^2$ |
|---|---|---|
| 1,0 | −0,5 | 0,25 |
| 1,4 | −0,1 | 0,01 |
| 1,4 | −0,1 | 0,01 |
| 1,6 | +0,1 | 0,01 |
| 1,7 | +0,2 | 0,04 |
| 1,7 | +0,2 | 0,04 |
| 1,8 | +0,3 | 0,09 |
| 1,9 | +0,4 | 0,16 |
| 2,2 | +0,7 | 0,49 |
| 2,3 | +0,8 | 0,64 |
| | $\Sigma a = +2{,}0$ | $\Sigma a^2 = 1{,}74$ |

$$b_1 = \frac{2{,}0}{10} = 0{,}20\ \textit{кг};$$

$$M = 1{,}5 + 0{,}2 = 1{,}7\ \textit{кг};$$

$$b_2 = \frac{1{,}74}{10} = 0{,}17\ \textit{кг};$$

$$b_2 - b_1^2 = 0{,}17 - 0{,}04 = 0{,}13\ \textit{кг};$$

$$\sigma = \sqrt{0{,}13} = 0{,}36\ \textit{кг}.$$

Ранжированный ряд можно исследовать при помощи медианы и квартилей.

Медиана ($Me$) — дата, которая делит ряд на две равные по числу дат совокупности, это срединная дата.

**Пример 2.** Плотность по основе хлопчатобумажной ткани задана рядом ($n = 11$ дат):

$v$: 139, 140, 143, 140, 142, 141, 139, 141, 142, 138, 143.

Ранжируем ряд:

138, 139, 139, 140, 140, 141, 141, 142, 142, 143, 143.

$$Me = 141.$$

**Пример 3.** Определить медиану в ряду дат, представляющем совокупность плотностей по утку хлопчатобумажной ткани ($n = 10$ дат):

$v$: 122, 120, 122, 124, 127, 125, 123, 125, 122, 121.

Ранжируем ряд:

120, 121, 122, 122, 122, 123, 124, 125, 125, 127.

Медиана разделит ряд на две совокупности по пяти дат. В этом ряду медианой может служить любое число, не большее 123 и не меньшее 122. Например, $Me = 122{,}5$.

В ряду, который мы исследуем по медиане, рассеяние измеряем квартилями.

Квартиль — дата, которая отсекает четвертую часть совокупности. В ряду две квартили: верхняя — $Q_3$ и нижняя — $Q_1$; медиану можно считать второй квартилью. Так, в примере 3 нижняя квартиль $Q_1 = 122$, верхняя квартиль $Q_3 = 125$.

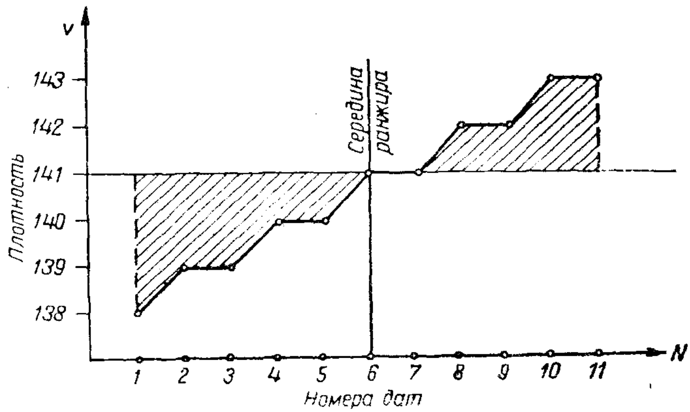


Рис. 1. Эмпирическая огива плотности хлопчатобумажной ткани по основе

Нижняя квартиль $Q_1 = 122$ и верхняя $Q_3 = 125$ определяют границы изменения половины числа дат, группирующихся около медианы. Эта часть дат может быть определена неравенством $122 \leqslant v \leqslant 125$.

Исследование ранжированного ряда часто завершают его графическим изображением. На оси абсцисс наносят номера дат ранжированного ряда, на оси ординат — значения этих дат.

Каждая точка графика определяется порядковым номером даты и самой датой. В результате построения и соединения точек получается ломаная линия — график ранжированного ряда.

Полученная ломаная линия называется эмпирической огивой.

На рис. 1 представлена эмпирическая огива плотности хлопчатобумажной ткани по основе (по примеру 2).

Пользуясь рисунком, можно графически найти медиану. Для этого в конце перпендикуляра, построенного на срединном номере, надо провести прямую, параллельную оси абсцисс. Эта линия на оси ординат слева отметит медиану $Me$.

Особенности изменения дат влево и вправо от медианы можно отметить графически, заштриховав площади, заключенные между ломаной линией и прямой, параллельной оси абсцисс.

В примере 2 на рис. 1 можно отметить больший размах кривой в стороне меньших значений.

## Задачи

**1.** Для определения прочности партии хлопкового волокна взята проба. После 17 испытаний были получены следующие результаты (в *г*):

$v$: 4,85; 4,93; 5,82; 5,04; 5,48; 5,23;
5,15; 4,92; 4,55; 4,75; 4,80; 5,20;
4,66; 4,60; 5,40; 4,71; 5,10.

Ранжировать ряд.
Построить эмпирическую огиву.
Найти $Me$, $Q_1$ и $Q_3$, $M$ и $\sigma$.

**2.** Партия хлопчатобумажной ткани была подвергнута при приемке испытанию на прочность. Для этого в случайном порядке были отобраны 25 полосок (50 *мм* шириной и 200 *мм* длиной) и измерена их прочность. Испытания дали следующие результаты (в *кг*):

$v$: 88, 87, 91, 90, 91, 94, 82, 92, 90, 84, 89,
87, 88, 81, 89, 84, 79, 87, 78, 87, 82, 88,
84, 86, 87.

Найти $Me$, $Q_1$ и $Q_3$, $M$ и $\sigma$.
Построить эмпирическую огиву.

**3.** При изготовлении в лаборатории миткаля (основа № 54, уток № 60) была исследована прочность одиночной нити основы (число замеров $n=32$); при этом были получены следующие результаты (в *г*):

$v$: 220, 207, 217, 208, 190, 201, 211, 216,
238, 206, 204, 208, 211, 208, 237, 221,
228, 219, 218, 226, 236, 242, 242, 198,
235, 251, 254, 239, 251, 250, 234, 247.

После выработки ткани была измерена прочность суровой ткани на одну нить по основе (число замеров $n=32$); при этом измерения дали следующие результаты (в *г*):

$v$: 221, 216, 243, 222, 199, 220, 219, 188, 249,
216, 194, 212, 214, 197, 237, 202, 251, 222,
235, 254, 242, 246, 232, 220, 261, 262, 247,
226, 271, 256, 257, 252.

Найти $M$ и $\sigma$.
Найти $Me$, $Q_1$ и $Q_3$ той и другой совокупности.
Построить эмпирические огивы.

**4.** Для миткаля, указанного в задаче 3, было исследовано удлинение основы № 54 (число замеров $n=32$); результаты замеров (в %) были следующие:

$v$: 6,8; 6,8; 6,1 6,4; 7,7; 6,3; 6,3; 6,0; 6,8;
7,2; 6,6; 7,7; 6,7; 7,2; 6,7; 6,9; 6,3; 6,7;
7,7; 5,9; 6,8; 6,5; 6,9; 7,8; 6,9; 6,7; 7,9;
6,9; 7,8; 7,7; 7,2; 7,8.

После выработки ткани было измерено удлинение суровой ткани по основе (число замеров $n=32$); испытания дали следующие результаты (в %):

$v$: 7,1; 7,2; 6,8; 8,4; 7,9; 7,5; 7,0; 6,7;
7,7; 8,1; 8,3; 6,4; 8,0; 9,9; 9,7; 7,7;
7,4; 8,0; 7,7; 7,3; 7,5; 8,9; 9,1; 6,2;
6,7; 9,5; 10,3; 7,1; 7,8; 7,2; 8,0; 7,5.

Для той и другой совокупности:
построить эмпирические огивы;
найти $Me$, $Q_1$, $Q_3$, $M$ и $\sigma$;
сравнить ряды по $Me$ и по $M$.

**5.** Даны линейные размеры (в *см*) чулок арт. 104 с круглой пяткой из капроновой пряжи № 300 ($n=18$):
по снятии с машины

$u$: 84, 84, 85, 85, 85, 86, 86, 86, 86, 86, 86,
86, 86, 87, 88, 89, 90, 90;

в готовом виде (после формировки)

$v$: 76, 78, 78, 78, 80, 80, 80, 80, 80,
81, 81, 81, 81, 82, 82, 83, 83, 83.

Для той и другой совокупности:
построить эмпирические огивы;
найти $Me$, $Q_1$, $Q_3$, $M$ и $\sigma$;
сравнить ряды и технологически объяснить разницу между ними.

**6.** Два параллельных ряда дают соответственно длину чулок в готовом виде ($v$) и длину чулок по снятии с машины ($u$) в *см*:
а) для первой машины и первой паковки ($n=17$):

$v$: 70, 73, 75, 75, 75, 76, 76,5; 77, 77, 77, 77,
77,5; 78, 78, 79, 82, 86;

$u$: 84, 82, 83, 84, 86, 84, 85, 86, 84, 86,
84, 84, 87, 85, 85, 87, 87;

б) для второй машины и второй паковки ($n=19$):

$v$: 70, 73, 73, 74, 75, 75, 75, 75, 76, 77, 77,
78, 78, 79, 79, 80, 80, 80, 80;

$u$: 82, 81, 82, 82, 83, 83, 82, 83, 81, 83, 82,
85, 88, 86, 85, 86, 86, 85, 85;

в) для третьей машины и третьей паковки ($n=20$):

$v$: 71, 71, 72, 73, 73, 73, 73, 75, 75, 75,
75, 76, 76, 76, 77, 77, 78, 80, 80, 81;

$u$: 82, 80, 80, 83, 81, 81, 81, 81, 83, 83,
80, 82, 83, 81, 83, 81, 82, 84, 84, 82.

Составить ряд усадки длины чулок при их формировке для каждой из трех машин и исследовать его, определив: $M$, $\sigma$, $Me$, $Q_1$ и $Q_3$.

Построить эмпирические огивы.

Сравнить результаты, полученные по трем машинам, и сделать технологические выводы.

## § 2. РЯДЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ, ИЛИ ИНТЕРВАЛЬНЫЕ РЯДЫ И ИХ ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ

### Формулы и примеры расчетов

Если совокупность содержит большое число дат (примерно не меньше 40), мы разбиваем ее на интервалы. Число дат в интервале называется частотой, а ряд, представленный таблицей из двух столбцов (границы интервалов, частота), называется вариационным интервальным рядом, или рядом распределения.

Таблица 2

| Число дат | Число интервалов |
|---|---|
| 40—60 | 5—7 |
| 60—100 | 7—10 |
| 100—200 | 10—14 |
| 200—500 | 14—17 |

Обработку такого ряда начинают с того, что намечают величину интервала $\Delta$. Число интервалов по рекомендации В. П. Левинского можно ориентировочно связать с числом наблюдений следующим образом (табл. 2).

Наметив число интервалов ($k$), можно найти примерную величину интервала $\Delta$ по формуле

$$\Delta = \frac{v_{\max} - v_{\min}}{k},$$

где $v_{\max}$ — наибольшая дата;

$v_{\min}$ — наименьшая дата.

Величина интервала берется округленным числом.

После определения величины интервала намечаем границы интервалов так, чтобы крайние даты приходились примерно на середину крайних интервалов.

После разметки интервалов путем штрихелевания (табл. 3) определяем частоты интервалов. В результате получаем таблицу из двух столбцов: $v$ (даты, интервалы); $z$ (частота).

Основным методом определения средней арифметической $M$

и среднего квадратичного отклонения $\sigma$ в интервальном ряду является метод условного нуля. Середину интервала, близкого к середине исследуемого ряда, мы выбираем за условный нуль $A$. При вычислении мы используем отклонения середин каждого из интервалов от условного нуля, выраженные в интервалах. Обозначим их через $\alpha$. Последовательно используем следующие рабочие формулы для определения $M$ — средней арифметической, $\sigma$ — среднего квадратичного отклонения и коэффициента вариации $C$.

$$C = \frac{\sigma}{M} \cdot 100\ [\%]. \tag{8}$$

$$M = A + m_1\Delta, \tag{1''}$$

где

$$m_1 = \frac{\Sigma z\alpha}{n} \text{ —} \tag{9}$$

поправка к условному нулю, выраженная в интервалах, и

$$m_2 = \frac{\Sigma z\alpha^2}{n} \text{ —} \tag{10}$$

средний квадрат отклонений от условного нуля (в интервалах).

$$\sigma_1^2 = m_2 - m_1^2.$$

$$\sigma_1 = \sqrt{m_2 - m_1^2} \text{ —} \tag{11}$$

среднее квадратичное отклонение (в интервалах), и

$$\sigma = \Delta\sqrt{m_2 - m_1^2} \text{ —} \tag{12}$$

среднее квадратичное отклонение (в единицах измерения).

Ниже приводим пример обработки интервального ряда.

**Пример 4.** При испытании партии пряжи на прочность были получены следующие результаты в *г* ($n = 200$):

$v$: 205, 150, 215, 200, 190, 215, 190, 190, 240,
280, 240, 280, 240, 250, 230, 250, 280, 375,
260, 290, 234, 126, 206, 270, 232, 226, 285,
230, 272, 252, 210, 242, 242, 242, 252, 216,
210, 216, 208, 222, 302, 250, 290, 250, 270,
174, 258, 242, 232, 212, 266, 260, 272, 266,
270, 310, 334, 260, 270, 216, 302, 228, 264,
258, 252, 290, 250, 252, 252, 250, 273, 204,
227, 210, 260, 200, 216, 240, 220, 270, 242,
258, 262, 300, 310, 250, 262, 206, 252, 230,
250, 270, 251, 220, 292, 240, 300, 245, 215,
290, 234, 235, 234, 259, 226, 250, 300, 302, 326,
238, 392, 250, 272, 256, 234, 262, 219, 269, 236,
259, 231, 199, 234, 192, 144, 207, 292, 219, 210,
219, 300, 226, 246, 241, 206, 278, 227, 234, 215,
246, 219, 238, 272, 340, 254, 238, 227, 230, 300,
251, 227, 226, 207, 194, 214, 231, 210, 243, 230,
292, 292, 278, 270, 244, 241, 218, 294, 300, 297,
292, 230, 234, 230, 259, 246, 226, 292, 234, 288,
254, 238, 300, 278, 210, 286, 272, 231, 269, 259,
242, 312, 259, 231, 276, 262, 222, 259, 278, 200, 270.

Определим размах изменения дат:

$v_{max} = 392$ *г*;

$v_{min} = 126$ *г*;

$R = 392 - 126 = 266$ *г*.

Число интервалов $k$ можно принять 14; тогда величина интервала $\Delta = \frac{266}{14} \approx 20$ *г*, и мы получим следующий столбец интервалов, в котором прямыми черточками будем отмечать при последовательном просмотре ряда наблюдений каждую дату в том или ином интервале (табл. 3).

**Таблица 3**

| *V в г* | *Штрихелевание* | *Z (частота)* |
|---|---|---|
| 116-135 | ǀ | 1 |
| 136-155 | ǀǀ | 2 |
| 156-175 | ǀ | 1 |
| 176-195 | 𝍸 | 5 |
| 196-215 | 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ǀǀǀǀ | 24 |
| 216-235 | 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 | 45 |
| 236-255 | 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ǀǀǀǀ | 44 |
| 256-275 | 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ǀ | 36 |
| 276-295 | 𝍸 𝍸 𝍸 𝍸 ǀǀǀ | 23 |
| 296-315 | 𝍸 𝍸 ǀǀǀǀ | 14 |
| 316-335 | ǀǀ | 2 |
| 336-355 | ǀ | 1 |
| 356-375 | ǀ | 1 |
| 376-392 | ǀ | 1 |

Прочность пряжи задана с точностью до 1 *г*, поэтому предложена разбивка интервалов не точно 115—135, 135—155 и т. д., а с допуском в 1 *г* на одной из границ (116—135, 136—155, ...), чтобы с уверенностью можно было отнести граничную дату в тот или другой интервал. Можно было бы разметить интервалы и так: 115—134, 135—154 и т. д.

После разметки интервалов путем штрихелевания подсчитываем число дат для каждого интервала и определяем частоты (см. табл. 3).

Определение статистических характеристик: средней арифметической $M$, среднего квадратичного отклонения $\sigma$ для интервальных рядов проводим по следующей схеме (табл. 4)..

Обычно при обработке ряда условный нуль выбирают в интервале, близком к середине и равным средней арифметической границ интервала.

$$A = 245{,}50 \text{ г}.$$

Для этого интервала условное значение отклонения (в интервалах) $\alpha = 0$. В графе $\alpha$ против выбранного произвольного среднего ставим нуль.

В этой же графе, считая от условного нуля, отмечаем отклонения $\alpha$ в интервалах в сторону убывания дат со знаком минус и в сторону возрастания со знаком плюс. Их легко получить, нумеруя интервалы вверх и вниз от условного нуля.

Таблица 4

| $v$ | $z$ | $a$ | $za$ | $za^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 116—135 | 1 | —6 | — 6 | + 36 |
| 136—155 | 2 | —5 | —10 | + 50 |
| 156—175 | 1 | —4 | — 4 | + 16 |
| 176—195 | 5 | —3 | —15 | + 45 |
| 196—215 | 24 | —2 | —48 | + 96 |
| 216—235 | 45 | —1 | —45 | + 45 |
| 236—255 | 44 | 0 | 0 | 0 |
| 256—275 | 36 | +1 | +36 | + 36 |
| 276—295 | 23 | +2 | +46 | + 92 |
| 296—315 | 14 | +3 | +42 | +126 |
| 316—335 | 2 | +4 | + 8 | + 32 |
| 336—355 | 1 | +5 | + 5 | + 25 |
| 356—375 | 1 | +6 | + 6 | + 36 |
| 376—395 | 1 | +7 | + 7 | + 49 |
| | 200 | | +22 | +684 |

Вычисляем $za$.

Для вычисления $za^2$ умножаем каждое произведение $za$ на $a$.

Вычисляем $M$ и $\sigma$ по вышеприведенным формулам:

$$m_1 = \frac{+22}{200} = +0{,}11 \text{ интервала};$$

$$\Delta m_1 = 20 \cdot 0{,}11 = 2{,}20 \ г.$$

$$M = A + \Delta m_1 = 245{,}50 + 2{,}20 = 247{,}70.$$

$$m_2 = \frac{684}{200} = 3{,}4200;$$

$$- \quad m_1^2 = (0{,}11)^2 = 0{,}0121;$$

$$m_2 - m_1^2 = 3{,}4079; \quad \sigma_1 = \sqrt{3{,}4079} = 1{,}85 \text{ интервала}.$$

$$\sigma = 20 \cdot 1{,}85 = 37{,}00 \ г.$$

$$C = \frac{37{,}00}{247{,}70} \cdot 100 = 14{,}94\%.$$

Значения $M$ и $\sigma$ позволяют судить о средней прочности всей партии и о степени рассеяния дат около средней арифметической. Посредством $\sigma$ можно наметить границы типических дат

$$M - \sigma \leqslant v_{тип} \leqslant M + \sigma.$$

$$247{,}70 - 37{,}00 \leqslant v_{тип} \leqslant 247{,}70 + 37{,}00.$$

$$210{,}70 \leqslant v_{тип} \leqslant 284{,}70.$$

Интервальные ряды можно представить графически двумя способами. И в том и в другом способе по оси абсцисс откладываются значения дат $v$.

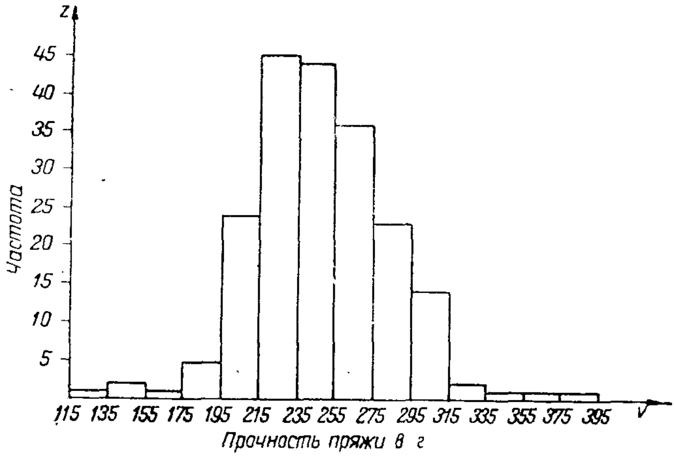


Рис. 2. Гистограмма ряда прочности пряжи

По первому способу интервальный ряд можно представить ступенчатой линией — **гистограммой**, полученной построе-

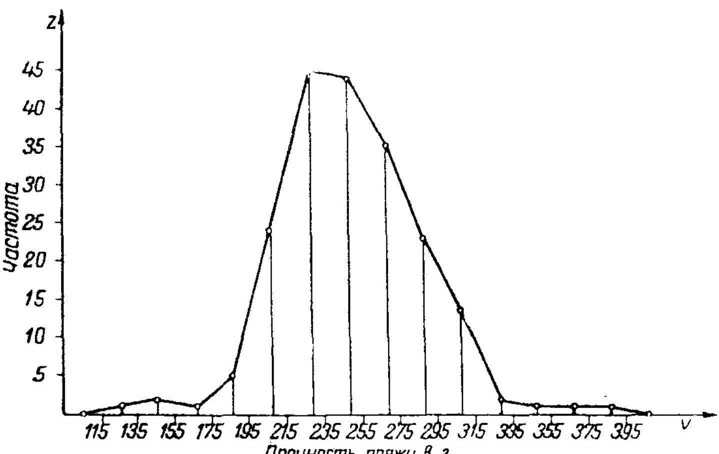


Рис. 3. Многоугольник распределения прочности пряжи

нием прямоугольников на каждом интервале с высотой, равной частоте интервала.

Представим приведенный выше ряд прочности пряжи гистограммой (рис. 2).

По второму способу при обработке интерва… нимают, что различные даты $v$, попавшие при штр… в тот или иной интервал, в среднем дают дату, равную серед… интервала. Поэтому ряд можно графически представить многоугольником распределения (или полигоном): в середине каждого интервала, в масштабе строят ординату, равную соответствующей частоте, а верхние концы ординат соединяют прямыми. Крайние вершины многоугольника соединяют с серединами соседних интервалов, для которых нет дат.

На рис. 3 представлен многоугольник распределения прочности пряжи по примеру 4.

## Задачи

**7.** Для определения прочности партии пряжи, сработанной из перегонной ровницы № 1,4, были отобраны в случайном порядке 40 нитей ($n=40$ дат). Испытания дали следующие показания (в *г*):

$v$: 100, 197, 229, 120, 198, 231, 130, 199,
239, 140, 200, 201, 240, 150, 203, 241,
160, 210, 250, 161, 210, 260, 169, 211,
285, 170, 209, 171, 211, 189, 212, 180,
215, 181, 220, 188, 219, 189, 221, 190.

Построить многоугольник распределения и гистограмму.

Найти $M$, $\sigma$, $C$.

**8.** Для определения прочности партии пряжи № 2,2 были отобраны в случайном порядке 40 одиночных нитей ($n=40$ дат). Испытания дали следующие результаты (в *г*):

$v$: 130, 140, 149, 151, 159, 177, 177, 178, 180,
182, 189, 190, 190, 191, 189, 199, 200, 199,
208, 200, 203, 201, 201, 203, 210, 230, 211,
231, 210, 241, 209, 240, 218, 220, 190, 220,
180, 221, 220, 229.

Построить многоугольник распределения и гистограмму.

Найти $M$, $\sigma$ и $C$.

Сравнить ряды по задачам 7 и 8.

**9.** Гребенная лента из смеси следующего состава: полугрубая шерсть 50%, штапельное волокно 50%, испытывалась по весу (вес 1 *м* ленты в *г*). Испытания дали следующие результаты:

$v$: 22,0; 20,5; 21,5; 20,5; 21,5; 21,0; 21,0;
22,0; 20,5; 23,0; 22,5; 22,5; 23,0; 21,5;
22,5; 23,0; 21,5; 22,0; 21,5; 22,0; 22,5;