

༡༣༡ ། ལྷོ་བ་འདྲིང་དགེ་ལྷན་ཟབ་མྱུང་ལྷོ་བ་དེས།

དབྱེད་པ་རིམ་ཞིབ་ཡི་གེ།

ཅུང་ཙམ་

ཡུལ་ལྷན་མི་དཔལ་དཔེ་ལྷན་ཟབ་མྱུང་།

སྒྲིབ་འབྲིང་དག་གན་ཟབ་སྒྲིབ་སྒྲིབ་དེ་བ།

དབྱིབས་རིག་ཞིབ་འགྲེལ།

ལྷ་ཆ།

ཁྲུང་ཉེའི་སྒྲིབ་གསའི་སྒྲིབ་ལྷ་ཆེན་མོས་བཙམས།

དབྱིབས་རིག་ཞིབ་འགྲེལ།

ཚུད་ཆ།

སངས་རྒྱལ་རྒྱལ་གྱིས་བསྐྱར།

དཔེ་མཛོག་འགན་འཁུར་པ། ཡི་འཕྲིན་བྱུང།

*

མཚེ་ཚུན་མི་རིགས་དཔེ་མཛོག་ཁང་གིས་པར་བྱ་བསྐྱར།

མཚེ་ཚུན་ཞིང་ཆེན་ཞིན་གྲ་དཔེ་ཁང་གིས་བཀྲམ།

མཚེ་ཚུན་མི་རིགས་པར་ཁང་གིས་དཔར།

1986ལོའི་ཟླ12པར་པར་གཞི་དང་པོ་བསྐྱུགས།

1986ལོའི་ཟླ12པར་པར་ཐང་གི་དང་པོ་དཔར།

དཔེ་རིས་ཤིང་2.95

解析几何

上册

桑吉加译

*

青海民族出版社出版

(西宁市西关大街96号)

责任编辑:李成文 封面设计:光绍天

青海省新华书店发行 青海民族印刷厂印刷

*

开本: 787×1092毫米 1/32 印张: 18

1986年12月第1版 1986年12月第1次印刷

印数: 1—2500

统一书号: MK7181.187 定价2.95元

ཐེང་གཞི།

༡༡། །དེ་ཡང་ཁ་བ་རི་བོས་ཡོངས་སུ་བསྐྱར་བའི་རང་རེ་བོད་གངས་
ཅན་གྱི་ཐེངས་འདི་ཉིད་ལ། ཐུན་གྱི་མ་རྩ་བ་དང་མཁས་པའི་དབང་
པོ་རིམ་བྱོན་ན་མས་ཀྱི་སྒྲ་ན་མེད་པ། བརྗོད་ལས་འདས་པའི་བཀའ་
རིན་ལ་བརྟེན། གངས་ཅན་རིག་གཞུང་ཞེས་མཚན་སྟན་འཛིན་མའི་
ཁྱོད་ལ་བྱབ་པའི་ཕྱི་ནང་རིག་པའི་གཞུང་ལུགས་ཀྱི་བརྟན་བཙས་བཟང་
ལས་འདས་པ་ཞིག་བོད་ཀྱི་ཕྱི་རབས་པ་རྣམས་ལ་དཔྱད་འདོད་འཛོམས་
པའི་ནོར་བུ་རིན་པོ་ཆེ་ཞིག་དང་འདྲ་བར་དད་པའི་སྦྱོང་ལུའ་ཏུ་བཞག་
པ་ལགས་ལ། དེང་ཡང་། ཏང་གི་སྲིད་ཅུས་གསར་པའི་གཟི་བུན་
ལ་བརྟེན་ནས། མི་རིགས་མོ་མོའི་རིག་གནས་ཀྱི་ལང་ཆ་སྤྲར་ཡང་
རྒྱས་ཏེ། མི་རིགས་རང་རང་གི་ཁ་མས་དང་མཐུན་པའི་དེང་རབས་
ཅན་བཞི་མངོན་ཏུ་གྱུར་པར་རང་རྩ་འབྲུལ་བཞིན་པའི་སྐར་འདིར།
སྤྱོད་ཀྱི་འདི་གའི་འགོ་བྱིད་པ་ཨ་གིན་ཏུ་སྐྱབས་ཀྱིས་རྒྱབ་སྦྱོར་མཛད་
པར་བརྟེན་ནས། རང་ཉིད་ཀྱིས་སྤུ་མོ་ནས་ཡིད་ལ་བྱེད་པའི་དོན་ཏེ་
གངས་རིག་པ་རང་སྐད་ཀྱིས་བྲིད་པའི་གོ་སྐབས་ལེགས་པོ་འདི་མོབ་པ་
ཡིན། གཞན་ཡང་། རང་རིགས་ཀྱི་རིག་གནས་ལ་སྤྱུགས་བྱུང་
བཞེས་པའི་རིག་གནས་པ་དང་། སྤྱོད་མ་དོན་གཉེར་ཅན་ཏུ་མས་

བསྐྱེད་པ་དང་། དེར་རབས་འཛམ་གླིང་གི་ཡུལ་གྱི་ཀུན་རྒྱུ་དར་རྒྱས་
 ཆེ་བའི་ཐུན་མོང་གི་རིག་གནས་འདི་ཉིད་མི་རིགས་རང་གི་རིག་གནས་
 གི་ཐུན་རྒྱུ་སྤར་ན་ཅི་མ་ཅུང་སྟེ་པའི་ཀུན་སྤར་དང་བཅས་ཏེ། རང་
 གི་སྤྱོད་ཁྱིད་ཀྱི་འགན་ཁུར་དང་འབྲེལ་བའི་གྲངས་རིག་པའི་ཡན་ལག་
 «དབྱིབས་རིག་ཞིབ་འགྲེལ»ཞེས་བྱ་བ་འདི་མོད་ཡིག་རྒྱ་བསྐྱར་བ་.....
 ལགས། འདིའི་བྱད་ཚོས་གཙོ་བོ་ནི། (1) སྤྱོད་འབྲིང་དག་གི་
 ཐུན་རྒྱལ་གྱིས་སྤྱོད་འབྲིང་གི་སྤྱོད་གཞི་གཏིང་ཟབ་ཀྱི་སྒྲིག་སྒྲུབ་རྒྱུ་གས་
 ཆེད། སྤྱོད་འབྲིང་དབྱིབས་རིག་ཞིབ་འགྲེལ་གྱི་སྤྱོད་དེབ་ལས་བརྒྱུད་
 བྱའི་ཆ་ནས་ཁ་བསྐྱངས་གིང་། རྒྱུད་བྱེད་ཀྱི་ཐད་ནས་ཇི་ཟབ་རྒྱ་བཏང་
 བ་དང་། འགོ་མཁུག་ཀུན་རྒྱུ་ཆོག་པ་སྤྱི་བསམ་སྒྲིག་བྱེད་འདུག
 (2) སྤྱོད་འབྲིང་བསྐྱེད་གཞི་དང་མཐུན་ཆེད། དཔེ་དེབ་ཀྱི་ཕྱི་ག་
 ཉུང་ས་ཚུགས་ཀྱང་སྤྱོད་འབྲིང་གི་སྤྱོད་གཞི་དང་ཀུན་ནས་མཐུན།
 (3) དཔེ་དེབ་ཉིད་རྒྱ་བཙུག་རིགས་མི་འདྲ་བ་དང་དཔེར་བརྒྱུད་མང་
 བོ་བཞོན་ཡོད་པས། ཟབ་སྦྱོང་དང་སྤྱོད་ཁྱིད་ཀྱི་སྐབས་ཀྱི་འདེམ་
 སྤྱོད་དང་། སྤྱོད་འབྲིང་གྲངས་རིག་པའི་རྒྱར་རྒྱ་བྱེད་ཚོགས་ (4)
 ལེབ་རེའི་མཁུག་རྒྱ་སྒྲིལ་ཆུང་ཡོད་པས། བསྐྱེད་སྦྱོང་བྱེད་པར་ཉུང་ས་
 བདེ། (5) བར་སྤྱང་གི་དབྱིབས་རིག་ཁག་གི་མེས་བྱ་སྒྲིག་འགྲོ་
 ཅམ་རོ་སྦྱོང་བྱས་ཡོད་པས། སྤྱོད་འབྲིང་གི་དག་ཐུན་རྒྱལ་གྱི་ཟབ་
 སྦྱོང་དང་རང་སྦྱོང་བྱེད་པར་མཁོ་ཆེ་བའི་སྤྱོད་དེབ་ཞིག་རྒྱ་སྤྱང་།
 གཞན་ཡང་། དཔེ་དེབ་ཁྱིད་རྒྱ་སྤྱང་ * འདི་བཞོན་པ་རྣམས་ནི།

དཔུང་གཞིར་བཞུགས་པ་ཅམ་མོ།

དཔེ་དེ་བ་འདི་པར་སྐྱེན་ཕྱེད་པར་མཚོ་སྐྱོན་ཞིང་ཆེན་མི་རིགས་དོན་
སྐྱེད་ཕྱེད་ཡོན་ལྷན་ཁང་དང་མཚོ་སྐྱོན་མི་རིགས་དཔེ་སྐྱེན་ཁང་སྐྱེད་ཀྱིས་
རིགས་སྐྱོར་དང་སྐྱེད་ཀྱིས་ཆེན་པོ་གནང་བས་དེ་བ་འདི་པར་སྐྱེན་ཕྱེད་
པའི་ལོ་སྐབས་སྐོབ་ནའང་། སྤྱིར་རང་ཉིད་ཤེས་རབ་རྒྱུད་ཞིང་། ཕྱི་
ནང་རིག་གནས་ཀྱང་ལ་སྐྱེད་པ་ཞན་པ་དང་། རྒྱུད་པར་བྱ་གཞུང་
འདིའི་ནང་དོན་རི་བཞིན་བྱ་རྒྱུ་གས་དཀའ་བ་དང་། བོད་ཀྱི་སྐུ་
སྐྱོར་སྐྱེད་ལའང་སྐྱེད་པ་ལེགས་པོ་མེད་ཕྱིར། ཆོག་དོན་གང་གི་
ཆ་ནས་ཀྱང་ཞོད་པ་ཡོད་མིད་པས། མཁྱེན་ལྡན་རྣམས་ཀྱིས་གཟིགས་
རྒྱུ་དག་བཅས་ཀྱི་བསམ་འཆར་དེ་གནང་རྒྱུའི་དེ་བ་སྤྱིར་ནས་ལྟ།

འདི་ལ་འབད་པར་དགེ་བ་ཕྲ་མོ་དེ་མིད་ན་དེ་ནི་གངས་ཅན་རིག་
པའི་གཞུང་ལྷགས་ཆེན་པོ་སྐྱེད་ཀྱིས་ཀྱང་ཉམས་པ་མེད་པར་དར་
ཞིང་རྒྱས་པའི་རྒྱར་ཐུར་ཅིག་ལ།

མཚོ་སྐྱོན་སྐྱོབ་གསའི་སྐྱོབ་སྐྱེད་ཆེན་མོ་ནས་རབ་རྒྱལ་མེ་ལྷག་པའི་...
ཕྱི་ཟླ་༡༩༩༩་ལོ་ཉིན་རྒྱུར་པ་པོས།

དཀར་ཆག

སྒྲིབ་གཞི།	 (1)
ལེའུ་དང་པོ། དྲང་བྱུར་གནས་ཚད་མ་ལག་	 (1)
§ 1. 1 མྱུགས་ལྡན་ཐིག་རུམ། དྲང་ཐིག་ཉིང་གི་	
གནས་ཚད་མ་ལག་	 (2)
§ 1. 2 རོས་མཉམ་ནང་གི་དྲང་བྱུར་གནས་ཚད་མ་	
ལག་	 (10)
§ 1. 3 མདའ་ཐིག་ཉིང་གི་མྱུགས་ལྡན་ཐིག་རུམ་གྱི་	
འཕྲོ་གྲིབ།	 (15)
§ 1. 4 རོས་མཉམ་ནང་གི་གནས་གཉིས་ཀྱི་བར་ཐག་	... (26)
§ 1. 5 ཐིག་རུམ་གྱི་གཏན་བསྐྱར་བཞུགས་གནས།	 (27)
§ 1. 6 རྒྱར་གསུམ་དབྱིབས་ཀྱི་ཐུ་བྱོན།	 (36)
* § 1. 7 རོས་མཉམ་ནང་གི་ཉིས་མིང་གསེག་རྒྱར་གནས་	
ཚད་མ་ལག་	 (46)
ཐོམ་ཆུང་།	 (50)
ལེའུ་གཉིས་པ། འབྲོག་ཐིག་དང་མཉམ་བུའི་ཆུལ།	 (59)

- § 2. 1 འཕྱོག་ཐིག་དང་མཉམ་བུའི་ཚུལ་གྱི་
 རྣམ་བཤག་..... (59)
- § 2. 2 འཕྱོག་ཐིག་གི་རང་བཞིན་ལྟར་འཕྱོག་ཐིག་གི་
 མཉམ་བུའི་ཚུལ་དབྱུང་བ། (64)
- § 2. 3 མཉམ་བུའི་ཚུལ་ལྟར་འཕྱོག་ཐིག་(རྗེས་སམ་རི་
 མོ) འབྲི་བ། (72)
- § 2. 4 འཕྱོག་ཐིག་གཉིས་ཀྱི་བརྒྱལ་གནས། (83)
- སྐྱེ་རྒྱུ་། (86)

ལེའུ་གསུམ་པ། དྲང་ཐིག་ (92)

- § 3. 1 དྲང་ཐིག་གི་གསལ་ཟུར་དང་གསལ་ཚད། (92)
- § 3. 2 དྲང་ཐིག་གཉིས་མཉམ་འགྲོ་དང་དྲང་འབྱུང་གི་
 ཆ་ལྟེན། (95)
- § 3. 3 དྲང་ཐིག་གི་མཉམ་བུའི་ཚུལ། (99)
- § 3. 4 དྲང་ཐིག་དང་རྒྱ་གཉིས་ཐེངས་གཅིག་མཉམ་
 བུའི་ཚུལ། (107)
- § 3. 5 དྲང་ཐིག་མཉམ་བུའི་ཚུལ་གྱི་གཏན་
 ཐིག་ཚུལ། (110)
- § 3. 6 གནས་དང་དྲང་ཐིག་གི་གོ་སའི་འབྲེལ་བ། ... (118)
- § 3. 7 དྲང་ཐིག་གིས་ངོས་མཉམ་གྱི་མཚམས་ཁོངས་བཞོ་

བ། (127)

§ 3. 8 དང་ཐིག་གཉིས་ཀྱི་མོ་སའི་འབྲེལ་བ། (133)

§ 3. 9 དང་ཐིག་མ་ལག (140)

སྐྱེ་ཆུང་། (156)

ཤེའུ་བཞི་བ། ལྷུ་མ་འབྲུག་འཁྱོག་ཐིག..... (165)

§ 4. 1 སྐོར་དབྱིབས། (165)

§ 4. 2 འཛོང་དབྱིབས། (201)

§ 4. 3 འཁྱོག་ཐིག་ཟུང་། (217)

§ 4. 4 དེོས་འཕངས་ཐིག (235)

§ 4. 5 འཛོང་དབྱིབས་དང་འཁྱོག་ཐིག་ཟུང་གི་ཆད་
ཐིག..... (246)

§ 4. 6 འཛོང་དབྱིབས་དང་འཁྱོག་ཐིག་ཟུང་། དེོས་
འཕངས་ཐིག་བཅས་ཀྱི་ཕྱད་ཐིག་དང་གཏན་
ཐིག..... (253)

§ 4. 7 འཛོང་དབྱིབས་དང་འཁྱོག་ཐིག་ཟུང་། དེོས་
འཕངས་ཐིག་བཅས་ཀྱི་ཆངས་ཐིག (275)

* § 4. 8 ལྷུ་མ་འབྲུག་འཁྱོག་ཐིག (286)
སྐྱེ་ཆུང་། (297)

ཤེའུ་ཐུ་བ། གནས་ཆད་བརྟེན་རིས་དང་ཐེངས་གཉིས་འཁྱོག་

ཐིག་ལ་ཞིབ་འཇུག་བྱེད་པ། (321)

§ 5. 1 མཉམ་བཟུང་བརྟེན་རེས། (322)

§ 5. 2 བསྐྱར་ཏེ་བརྟེན་རེས་བྱེད་པ། (329)

§ 5. 3 སྤྱིར་བཏང་གི་གནས་ཚད་བརྟེན་རེས། (337)

* § 5. 4 གནས་བརྟེན་རེས། (349)

§ 5. 5 གནས་ཚད་བརྟེན་རེས་བྱས་པའི་འག་གི་ཐེངས་
གཉིས་འཁྱོག་ཐིག་གི་མི་འགྱུར་བའི་ཚད། ... (362)

§ 5. 6 ཐེངས་གཉིས་འཁྱོག་ཐིག་གི་དབྱེལ་ཞེ། (370)

§ 5. 7 ཐེངས་གཉིས་འཁྱོག་ཐིག་གི་མཉམ་བྱའི་ཚུལ་
སྤྱད་པ། (374)

§ 5. 8 ཐེངས་གཉིས་འཁྱོག་ཐིག་གི་དབྱེལ་ཚུགས་ཀྱི་
དབྱེ་འབྱེད་དང་གོ་མའི་ཐིག་གཙང་། (391)

§ 5. 9 རྒྱུ་འབྲུག་འཁྱོག་ཐིག་མ་ལག (415)

རྒྱུ་རྒྱུད། (429)

ཞེ་བྱེད་པ། ཞུགས་གྲངས་མཉམ་བྱའི་ཚུལ། (441)

§ 6. 1 འཁྱོག་ཐིག་གི་ཞུགས་གྲངས་མཉམ་བྱའི་
ཚུལ། (441)

§ 6. 2 འཁྱོག་ཐིག་གི་ཞུགས་གྲངས་མཉམ་བྱའི་ཚུལ་
དང་སྤྱིར་བཏང་གི་མཉམ་བྱའི་ཚུལ་པད་ཚུན་

བརྒྱུད་པ། (447)

§ 6.3 བྱགས་གངས་མཉམ་བུའི་ཚུལ་གྱི་རི་མོ་འབྲི་

བ། (456)

§ 6.4 རྒྱན་རྩ་མཐོང་བའི་འཁྱོག་ཐིག་གི་བྱགས་གངས་

མཉམ་བུའི་ཚུལ་འགའ། (465)

§ 6.5 བྱགས་གངས་མཉམ་བུའི་ཚུལ་གྱི་བཀོལ་

སྤྱད། (480)

ཐོམ་ཚུང་། (493)

ཁྱེ་ཐིག་གནས་ཚད། (504)

§ 7.1 ཁྱེ་ཐིག་གནས་ཚད་མ་འག..... (504)

§ 7.2 ཁྱེ་ཐིག་གནས་ཚད་དང་དྲང་བྱུར་གནས་ཚད་

ཕན་ཚུན་རྩ་བརྒྱུད་པ། (510)

§ 7.3 ཁྱེ་ཐིག་གནས་ཚད་གྱི་མཉམ་བུའི་ཚུལ་ལྟར་

འཁྱོག་ཐིག་(རི་མོ)འབྲི་བ། (516)

§ 7.4 དྲང་ཐིག་དང་རྒྱལ་འབྲུག་འཁྱོག་ཐིག་གི་ཁྱེ་ཐིག་

གནས་ཚད་མཉམ་བུའི་ཚུལ། (526)

§ 7.5 རྒྱན་མཐོང་འཁྱོག་ཐིག་འགའི་ཁྱེ་ཐིག་གནས་

ཚད་མཉམ་བུའི་ཚུལ། (537)

ཐོམ་ཚུང་། (550)

ལེའུ་དང་པོ། དྲང་བྱུང་གནས་

ཚད་མ་ལག་

དབྱིབས་རིག་ཞིབ་འགྲེལ་ནི་གྲངས་ཚབ་ཐབས་ཀྱིས་དབྱིབས་རིག་
ལ་དབྱད་པ་ཡིན་པས། གྲངས་དང་དབྱིབས་རིག་གྲུབ་བྱེད་ཀྱི་གཞི་
ཙམ་གྱར་པའི་རྒྱ་རྟེན་གནས་བར་དུ་འབྲེལ་བ་འདྲིན་དགོས་ལ། གནས་
ཚད་མ་ལག་བཅུགས་པས་གནད་དོན་དེ་ཐག་བཅད་པ་ཡིན།

ལེའུ་ཉིད་དུ། ཐོག་མར་ང་ཚོས་སྡོག་ལྡན་ཐིག་རྒྱུ་ལ་དབྱད་
པ་དང་། དེ་གཞི་བྱས་ཏེ་གནས་ཚད་མ་ལག་བཅུགས་ནས། གྲངས་
ཐིག་སྟངས་གི་རྟེན་གནས་དང་དངོས་གྲངས་བར་གྱི་ཁ་ཡའི་འབྲེལ་བ།
དངོས་མཉམ་ནང་གི་རྟེན་གནས་དང་རིམ་ལྡན་དངོས་གྲངས་ཆའི་བར་གྱི་
ཁ་ཡའི་འབྲེལ་བ་བཅས་གཏན་ལ་ཐབ། དེ་ནས་མདའ་ཐིག་སྟངས་གི་
ཐིག་རྒྱུ་ལ་གྱི་འཕྲོ་གྲིབ་ནས་བཞག་དོ་སྡོད་བྱེད་པ་དང་། དེ་སྟུང་དེ་
གནས་གཉིས་ཀྱི་བར་ཐག་བཅས་ཙམ་བར་གྱར་པའི་སྡོམ་ལྡན་གསུམ་ལ་.....
སྟུབ་བྱེད་བཞོད་པ་བཅས་ཡོད། འདི་དག་ནི་དབྱིབས་རིག་ཞིབ་འགྲེལ་
ཁོད་ཀྱི་མང་གཞིར་གྱར་པའི་རིགས་པའི་གཞུང་ལུགས་ཡིན་ལ་བཞོལ་.....

མཐུན་པར་བཞུགས་པའི་གཞི་ཆའི་ཤེས་བྱའང་ཡིན།

§ 1. 1 རྒྱུགས་ལྡན་ཐིག་རྒྱུ། དང་ཐིག་ཉིད་གི་གནས་ ཆད་པ་ལག

1. རྒྱུགས་ལྡན་ཐིག་རྒྱུ།

དམའ་རིམ་དབྱིབས་རིག་རྒྱ། དང་ཐིག་དང་ཐིག་རྒྱུ་ལ་ནི་
ཁ་རྒྱུགས་གཏན་འཁེལ་མི་བྱེད་མོད། རོན་དངོས་སྤྱུ་རྒྱུ་པར་དང་
ཐིག་དང་ཐིག་རྒྱུ་གི་ཁ་རྒྱུགས་ལ་གཞིག་དགོས།

དང་ཐིག་གང་རུང་ཞིག་ལ། སུ་རྒྱུན་ཞེས་པའི་རྒྱུགས་གཉིས་
ཡོད་པར་བརྟམ་ཆོག གལ་ཏེ་དེ་ལས་རྒྱུགས་གཅིག་ནོར་གྱི་རྒྱུགས་
སྤྱ་བ་དམས་པ་ན། དེ་ལས་ཞེས་པའི་རྒྱུགས་ནི་བྱ་ _____!
མུན་རྒྱུགས་ཡིན།

རིམ་1-2

མཆན་ཉིད 1. 1 རོར་གྱི་རྒྱུགས་གཏན་འཁེལ་བྱས་ཡོད་པའི་
དང་ཐིག་ལ་རྒྱུགས་ལྡན་དང་ཐིག་གམ་མདའ་ཐིག་ཟེར།

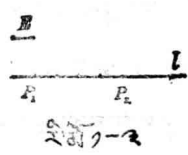
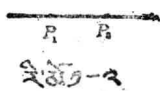
རྒྱུགས་ལྡན་དང་ཐིག་གི་རོར་གྱི་རྒྱུགས་ནི་མདའ་ཆའི་རྒྱགས་ཀྱིས་
མཆན་དགོས་ཏེ། རིམ་1—1 ལྟར།

དང་ཐིག་ཉིད་གི་རྟེན་གནས་གང་རུང་གཉིས་ P_1 དང་ P_2 གླངས་
པ་ལས། ཐིག་རྒྱུ $P_1 P_2$ གཏན་འཁེལ་བྱས་ལ། ཁ་རྒྱུགས་བྱུང་ལྟར།

གལ་ཏེ P_1 གི་དེའི་ཐོག་གནས་དང་། P_2 གི་དེའི་མཐའ་གནས་ཡིན་
 པར་བྱས་ན། P_1 བྱས་ P_2 ཡི་ཚུགས་ནི་ཐིག་རུམ་ P_1P_2 ཡི་ཚུགས་ཡིན།

མཆོད་ཉིད 1. 2 ཐོག་གནས་དང་མཐའ་གནས་གཏན་མཐ་
 བྱས་པའི་ཐིག་རུམ་ཡི་ཚུགས་ལྡན་ཐིག་རུམ་ཟེར།

ད་ཆོས་རྟགས་ P_1P_2 ཡིས་གནས་ P_1 བྱས་ P_2 ཡི་ཚུགས་ལྡན་ཐིག་
 རུམ་མཆོད། ཚུགས་ལྡན་ཐིག་རུམ་གྱི་ཚུགས་དང་དེ་གནས་པའི་དྲང་
 ཐིག་གི་ཚུགས་མཐུན་པ་ཡིན་ན། དེའི་ཚུགས་ནི་ནོར་(དངོས་མ)
 དང་། ཅིག་ཤིས་ནི་སྟལ་(ཐོག་མ) ཡིན། རི་མོ་1—2 ལས།
 P_1P_2 ཡི་ཚུགས་ནི་ནོར་དང་། P_2P_1 ཡི་ཚུགས་ནི་སྟལ་ཡིན་པ་ལྟ་
 བ།



ཐིག་རུམ་ཞིག་བདམས་ཏེ་དེའི་རིང་ཆད་ཅི་གཞི་བྱས་ནས།
 ཚུགས་ལྡན་ཐིག་རུམ་གྱི་རིང་ཆད་འང་ལ་ཆོག་རྟགས་ P_1P_2 བཞོལ་ཏེ་
 ཚུགས་ལྡན་ཐིག་རུམ་གྱི་རིང་ཆད་མཆོད་ལ། $|P_1P_2|$ ཡི་ཚུགས་
 ལྡན་ཐིག་རུམ་གྱི་ཚུགས་མཆོད་ཟེར། དཔེར་ན་རི་མོ་1—3
 ཁོད་རུ། E ཅི་གཞིའི་ཐིག་རུམ་བྱས་ན། $|P_1P_2| = 4$ ཡིན་ལ།
 $|P_2P_1| = 4$ ཡིན་པ་ལྟ་བུ།

གྲུགས་ལྡན་ཐིག་རྒྱུ་རིང་ཆད་དང་། དེའི་ཁ་གྲུགས་མཚན་
 ཟུང་གི་ནོར་དང་བྱ་ལྡན་གྱི་རྟགས་དང་བཅས་པ་ལ་གྲུགས་ལྡན་ཐིག་...
 རྒྱུ་གྱི་གྲངས་ཆད་ཟེར། ང་ཚོས P_1P_2 ཡིས་གྲུགས་ལྡན་ཐིག་རྒྱུ་
 གྱི་གྲངས་ཆད་མཚན་པ་ཉི། དཔེར་ན་རི་མོ་ $1-3$ བློད་གྱི་ $P_1P_2 =$
 $|P_1P_2| = 4$ དང་། $P_2P_1 = -|P_2P_1| = -4$ ཡིན་པ་ལྟ་བུའོ།

ཐིག་གནས་དང་མཐའ་གནས་འབྲེས་པའི་ཐིག་རྒྱུ་ལ་ཐིག་ལེ་...
 ཐིག་རྒྱུ་ཟེར། ཐིག་ལེ་ཐིག་རྒྱུ་གྱི་ཁ་གྲུགས་མ་དེས་ལ། དེའི་
 རིང་ཆད་དང་གྲངས་ཆད་ནི་ཐིག་ལེ་ཡིན།

དམའ་རིམ་དབྱིབས་རིག་རྒྱ། ཐིག་རྒྱུ་ P_1P_2 དང་ P_2P_1 ཡིས་
 ཐིག་རྒྱུ་གཅིག་མཚན་ལ། འདིར $\overline{P_2P_1}$ དང་ $\overline{P_1P_2}$ ཡིས་མི་མཐུན་
 པའི་གྲུགས་ལྡན་ཐིག་རྒྱུ་མཚན་པ་དང་། དེ་དག་གི་རིང་ཆད་འདྲ་
 ལ་ཁ་གྲུགས་ལྡན་པ་ཡིན།

གྲུགས་ལྡན་ཐིག་རྒྱུ་དང་གྲུགས་ལྡན་ཐིག་རྒྱུ་གྱི་གྲངས་ཆད་གྱི་
 མཚན་ཉིད་ལྟར་ན། $\overline{P_1P_2}$ དང་ $\overline{P_2P_1}$ P_1P_2 དང་ P_2P_1 བཅས་
 གྱི་བར་རྒྱ་གཤམ་གྱི་འབྲེལ་བ་ཡོད་དེ།

$\overline{P_1P_2} = -\overline{P_2P_1}$ $P_1P_2 = -P_2P_1$ (1. 1) ཐོབ་ལ།
 དེ་ནི་ $\overline{P_1P_2} + \overline{P_2P_1} = 0$ དང་ $P_1P_2 + P_2P_1 = 0$ ཡིན་པའི་དོན་ནོ།
 རིང་ཆད་འདྲ་ལ་ཁ་གྲུགས་མཐུན་པའི་གྲུགས་ལྡན་ཐིག་རྒྱུ་.....

གཉིས་ལ་འདྲ་མཚུངས་གྲུགས་ལྡན་ཐིག་རྒྱུ་ཟེར། གྲུགས་
 ལྡན་ཐིག་རྒྱུ་ཞིག་དེ་དང་འདྲ་མཚུངས་ཡིན་པའི་གྲུགས་ལྡན་ཐིག་རྒྱུ་

གཞན་གྱིས་ཚབ་བྱེད་ཆོག

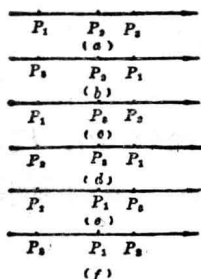
གལ་ཏེ P_1, P_2, P_3 བཅས་ནི་མདའ་ཐིག་ཉིད་གི་རྟེན་གནས་གང་ཅང་གསུམ་ཡིན་ན། སྟུགས་ལྡན་ཐིག་རྩམ་ $\overline{P_1 P_2}$ ཡི་མཐའ་གནས་ནི་ནམ་ཡང་སྟུགས་ལྡན་ཐིག་རྩམ་ $\overline{P_2 P_3}$ གྱི་ཐོག་གནས་ཡིན། དེའི་སྟེར་གནས་གསུམ་ཀ་མདའ་ཐིག་ཉིད་རྩམ་གནས་སྒྲངས་ཇི་འདྲ་ཡིན་..... ཅུང་། ནམ་ཡང་ཐིག་རྩམ་དང་པོའི་ཐོག་གནས་ནི་ཐོག་གནས་དང་། ཐིག་རྩམ་གཉིས་པའི་མཐའ་གནས་ནི་མཐའ་གནས་བྱས་པའི་ཐིག་རྩམ་གསུམ་པ་ $\overline{P_1 P_3}$ ཡོད་དེས། ང་ཚོས་ $\overline{P_1 P_3}$ ལ་ཐིག་རྩམ་ $\overline{P_1 P_2}$ དང་ $\overline{P_2 P_3}$ ཡི་སྟུང་ཐེར་ཞིང་། དེ་ནི་ $\overline{P_1 P_2} + \overline{P_2 P_3} = \overline{P_1 P_3}$ ལྟར་འབྲི་དགོས།

གཤམ་རྩུ་ཁ་ཡའི་སྟུགས་ལྡན་ཐིག་རྩམ་གྱི་གངས་ཚད་བར་རྩའང་གོང་གི་འབྲེལ་བ་ཡོད་པ་བསྟུང་བར་བྱ་རྒྱེ།

ངེས་ཤིང་ལ 1. 1 P_1, P_2, P_3

ནི་མདའ་ཐིག་ཉིད་གི་གནས་གང་ཅང་..... གསུམ་ཡིན་པར་བྱས་ན། དེ་དག་གནས་པའི་གོ་རིམ་ཇི་འདྲ་ཡིན་ཅུང་། ཚང་མར་གཤམ་གྱི་འབྲེལ་བའི་ཚུལ་གྲུབ་རྒྱེ།

$$P_1 P_2 + P_2 P_3 = P_1 P_3 \quad (1. 2)$$



རིམ་(c)

སྟུང་བྱེད། ཐོག་མར་གནས་ P_1, P_2, P_3 གསུམ་ཀ་མི་འདྲེས་པའི་གོ་གནས་རིགས་རྩལ་གི་གནས་ཚུལ་ཚང་མར་གྲུབ་པ་བསྟུང་བར་བྱ་རྒྱེ།