

理論応用

物理学演習

③

電磁気学

三輪光雄編

理論応用

物理学演習

③

電磁気学

三輪光雄編

森北出版株式会社

理論・応用物理学演習 Ⅱ

© 三輪光雄 1964

1964年3月25日 第1版第1刷発行

1976年7月30日 第1版第7刷発行

定価はカバー・ケース

に表示してあります。

編者との協議
により検印は
廃止します。

編者	三	輪	光	雄
発行者	森	北	常	雄
印刷者	上	田	三	明

発行所 森北出版 株式
会社

東京都千代田区富士見 1-4-11
電話 東京 (265) 8341 (代表)
電替 東京 1-34757 郵便番号 102

日本書籍出版協会・自然科学書協会・工学書協会 会員

落丁・乱丁本はお取替えいたします

印刷 育英印刷／製本 石毛製本

3042-2333-8409

Printed in Japan

は し が き

実際の役に立つような生きた物理学の学習には、実験と演習とを十分にやることが大切である。実験は物理学の法則がどのようにして導かれたかを知り、あるいは法則を実地に適用したときの限界を知るなど物理学の本質を正しく把握するために不可欠であり、また演習は個々の法則をいろいろな場合に適用してそれを確実に理解修得するために必要欠くべからざるものである。しかし実験も演習も学ぶ側はもちろん教える側にとっても、多くの時間と労力とを必要とするので、わが国ではとかく閑却されがちである。そのためせっかくの学習も本当に身につけていない憾が大学・高校を通じて強く感じられる。

本演習書はこの欠陥の一半を補うために編まれたもので、物理学全体を4巻に分け、東京教育大学助教授 永田恒夫、東京理科大学教授・理学博士 鈴木良治、東京学芸大学助教授・理学博士 花輪重雄の3氏が分担執筆し、編者が統一編集したものである。本書では

- 1) 基本事項をこまかく章にわけ、基本事項から導かれる重要事項は例題として示して理解を深めるようにし、
- 2) 続いて平易な問題Aを挿入して基本事項の理解を確実にするようにはかった。

わが国ではやさしい問題は自明のこととして素通りしてしまうことが多いが、試験の結果から見ると一般に基礎の理解が不十分である。必ずAをすましてのちBに進んでいただきたい。

なおこの第3巻は第5編電磁気学で9章からなっている。内容は

- 1) 基本事項にあげたことでも、その前の基本事項から導かれることはできるだけ例題でとりあげて力を養い知識を確実にするように努めた。
- 2) 使用単位は最近の状況に合せて MKSA 単位を主にしたが、CGS 単位もまだ相当に流布しているので、おもなところにはこれも書き添え、さらに最後の章でいろいろな単位系相互の関係をわかりやすく1まとめた。

- 3) 基本事項も問題も平易なところから出発しているが、すでに力学を学んでいるので、次第に微積分やベクトルの考を多く使い、最後のマックスウェルの方程式ではこれを全面的に使用した。必要に応じてふたたび第1巻に立戻って確かめられたい。

同じ道を何回も往復し、同じ道具を何回も使って始めてその知識は確実になり、応用の力も身につく。読者諸君の努力を期待する。

昭和39年1月

編 者

目 次

第5編 電 磁 気 学 (花輪重雄)

§ 1. 電荷と電界	1
1. 電荷とクーロンの法則	1
電荷・クーロンの法則・電磁気の単位系	
2. 電界と電位	3
電界・電位・電位こう配と等電位面	
3. ガウスの定理と電気力線	8
ガウスの定理・電気力線	
例 題 (1)	10
[1・1] 点電荷が生ずる電位	10
[1・2] 電気双極子が生ずる電位と電界	11
[1・3] 電気二重層の外における電位, 電気二重層を横切るときの電位の不連続変化	12
[1・4] ガウスの定理の証明	14
[1・5] 円形電気一重層の中心軸上における電位と電界の強さ	15
[1・6] 一様な帯電球の内外の電界	16
[1・7] 無限にひろい電気一重層がつくる電界	17
問 題 (1)	18
§ 2. 導体と誘電体	22
1. 導 体	22
静電界における導体の性質・静電誘導と電気遮蔽・電気容量	
2. 誘 電 体	25
誘電体・誘電分極・電気感受率・真電荷・自由電荷・束縛電荷	
3. 電束密度	28
電束密度・誘電体があるときのガウスの定理・異種の物質の境界にお	

ける電界・くだあなの中の電界・ひびあなの中の電界

4. 静電エネルギーと静電応力 32

静電エネルギー・静電応力

例 題 (2) 33

[2・1] 導体壁の電気遮蔽効果の証明 33

[2・2] 同軸円柱コンデンサーの電気容量 33

[2・3] 同心球コンデンサーの電気容量, 異種誘電体境界面上の分極電荷 34

[2・4] コンデンサーの充電に要する仕事 35

[2・5] 静電張力の公式の導出 35

[2・6] 無限にひろい平面を表面とする導体への鏡像法の応用 36

問 題 (2) 37

§ 3. 定常電流 41

1. 電 流 41

電流の強さ・電流の連続の方程式・定常電流

2. オームの法則と電池の起電力 42

オームの法則・電池の起電力

3. キルヒホッフの定理 45

回路網・キルヒホッフの第1定理・キルヒホッフの第2定理・抵抗の連結

4. 電力とジュール熱 47

電力・ジュール熱

5. 電気分解の法則 48

6. 接触電位差と起電力 49

接触電位差・ボルタの法則・起電力と接触電位差

7. 熱電気現象 50

ペルチエ効果・トムソン効果・ゼーベック効果

例 題 (3) 53

[3・1] ホイートストーン電橋 53

[3・2] 端子電圧 53

[3・3] 円管状導体の横方向の電気抵抗 54

- [3・4] 梯子形抵抗接続回路 54
 [3・5] 電力整合 55
 [3・6] 熱起電力に関する中間物質の定理の証明 55

問 題 (3)56

§ 4. 磁石と磁界59

1. 磁 石59

磁極・クーロンの法則・磁気双極子・磁化と磁気分極・電気と磁気との対応 (1)

2. 磁 界62

磁界の強さ・磁極がつくる磁界・磁位・磁気二重層・ H に関するガウスの定理・地磁気

3. 磁 性 体66

常磁性体と反磁性体・強磁性体・磁化のエネルギー

4. 磁束密度68

磁束密度・磁束と B に関するガウスの定理・境界面における H , B , J の連続性と不連続性

5. 強磁性体内外の磁界70

永久磁石の内外の磁界・反磁界・磁気回路

例 題 (4)74

[4・1] 磁性体内で点磁極がつくる磁界 74

[4・2] 点磁極が磁気双極子に及ぼす合力と偶力 75

[4・3] 無限に長い棒磁石の内外の磁界 76

[4・4] 無限にひろい板磁石の内外の磁界 77

[4・5] 2つの半円環形磁石間の引力 77

問 題 (4)79

§ 5. 電流と磁界82

1. 電流がつくる磁界82

ビオサバールの法則・環状電流と板磁石の等価性(1)・アンペールの定理・真電流と分極電流・ソレノイド・コイルの起磁力

2. 磁界が電流に及ぼす力86

導線中の電流が受ける力・ロレンツの力・環状電流と板磁石の等価性
(2)・電流間の力

例 題 (5)89

[5・1] 微小長方形回路についての環状電流と板磁石の等価性の証明 89

[5・2] 一般の回路についての環状電流と板磁石の等価性の証明 90

[5・3] アンペールの定理の証明 91

[5・4] 無限に長いソレノイドがつくる磁界 92

[5・5] 無限に長い直線電流のまわりの磁界 93

[5・6] 電流素片が磁界から受ける力 93

[5・7] ロレンツの力の公式の導出 94

問 題 (5)94

§ 6. 電 磁 誘 導98

1. 電 磁 誘 導98

ロレンツの力と誘導起電力・誘導電界とクーロン電界・誘導電流・ファラデーの電磁誘導の法則・レンツの規則

2. 自己誘導と相互誘導 101

自己誘導・相互誘導

3. 静磁エネルギー 103

電流のエネルギー・静磁エネルギー・うず電流

4. 準定常電流 104

準定常電流と回路の方程式・過渡現象 (1. コンデンサーの放電)・過渡現象 (2. コンデンサーの充電)

例 題 (6) 109

[6・1] ロレンツの力の公式から誘導起電力の公式の導出 109

[6・2] アラゴの円板 110

[6・3] RL 回路の過渡電流 110

[6・4] 衝撃検流計を用いる磁束測定法の原理 112

[6・5] 相互インダクタンスに関する相反則の証明 112

[6・6] 1次回路を開いたとき2次回路を流れる全電荷 113

問 題 (6) 114

§ 7. 交 流	118
1. 正弦波交流	118
交流・インピーダンスと遅れ角・共振・リアクタンス・実効値と力率	
2. 交流のベクトル表示と複素数表示	121
ベクトル表示・複素数表示・複素数表示における時間平均・アドミタ ンス	
3. 交流電源	127
交流発電機・3相交流・直流発電機・変圧器	
例 題 (7)	130
[7・1] 平均電力の公式の導出	130
[7・2] 分相回路	131
[7・3] 回転磁界	132
[7・4] 誘導電動機の原理	133
[7・5] 並列共振	134
問 題 (7)	136
§ 8. 電 磁 波	139
1. 電束電流	139
アンペールの定理と電気量保存の法則の両立性・電束電流	
2. マックスウェル方程式	141
積分形の基礎方程式・発散とうず・ベクトル解析の公式・微分形の基 礎方程式・電気と磁気との対応(2)	
3. 電 磁 波	147
電磁界の波動方程式、電磁波の横波性、光の電磁波説	
例 題 (8)	150
[8・1] 一般化された電流の連続性の証明	150
[8・2] ベクトル場の発散の幾何学的定義から解析的表示を導くこ と	150
[8・3] ベクトル場のうずの幾何学的定義から解析的表示を導くこ と	151
[8・4] 電磁界の強さが波動方程式を満たすことの証明	152
[8・5] 異種絶縁体の境界面における電磁波の反射率と位相変化	152

問 題 (8)	154
§ 9. 電磁気の単位系	157
1. 単位系の分類	157
CGS 単位系と MKS 単位系・有理単位系と非有理単位系・3 次元単位系と 4 次元単位系・4 次元単位系	
2. MKSA 単位系とガウス単位系	160
MKSA 単位系における単位の次元・MKSA 単位系とガウス単位系の変換	
解 答	163

— 1・2・4 巻の主要内容 —

第 1 卷	第 1 編	力学
	第 2 編	振動と波動
第 2 卷	第 3 編	光
	第 4 編	熱と統計力学
第 4 卷	第 6 編	相対性理論
	第 7 編	原子物理学

第5編 電 磁 気 学

§ 1. 電 荷 と 電 界

基 本 事 項

1. 電荷とクーロンの法則

a) 電 荷 異種の2つの物体をこすり合せて引きはなすと、両物体が近くの軽い物を引きつけることがある。これは摩擦によって両物体がなにかある物を帯びたためであると考え、それを電気と呼ぶ。電気を帯びた物体を帯電体といい、これに接触させることにより、帯電していなかった他の物体に電気を与えることもできる。物体が帯電したときに引き起す特別な作用を電気作用という。帯電体にさらに電気を与えたとき、その物体の電気作用が強まる場合と弱まる場合とがある。また、帯電体どうしは互いに力を及ぼすが、その力が引力の場合と斥力の場合とがある。このようなことから電気には2種類あることがわかる (Ch. F. C. Dufay)。一方を正電気または陽電気、他方を負電気または陰電気と名づける。異種電気は互いに引きあい、同種電気はしりぞけあう。異種の電気がまじりあって、外部に対する電気作用を完全にうち消しあっているとき、両種電気は中和したといい、物体は電氣的に中性であるという。このとき電気は正負等量であると考え、帯電体の電気作用の強弱は帯びている電気の量の多少によると考えられる。物体の帯びている電気を量としてあつかうとき、これを電荷または電気量という。電気量には電気の種類に応じて正または負の代数符号をふくませる。空間の一部のせまい場所に電荷が集中していて、そのひろがりを見捨てる場合、これを点電荷という。

空間に電荷が連続的に分布していて点Pにおける微小体積 dv の中に電荷 dq がふくまれているとき

$$\rho = \frac{dq}{dv} \quad (5.1)$$

を点Pにおける電荷の体密度あるいは電荷密度という。電荷が曲面上に連続的に分布している場合には、微小面積 dS 上の電荷を dq として

$$\omega = \frac{dq}{dS} \quad (5.2)$$

を電荷の面密度あるいは表面電荷密度という。ただし、 dq としては dv 内または dS 上に存在する電荷の代数和をとる。

電荷に関しては電気量保存の法則が経験的に認められている。これは次のようにいい表わされる。“1つの閉曲面を通して電荷の移動がなければ、その閉曲面の内部に存在する電気量の総代数和は、ほかにどんな変化が起っても変わらない”。これは次のようにいいかえてもよい。“1つの閉曲面の内部における全電気量の増し高は、その閉曲面を通して外部からはいりこんだ全電気量に等しい”。ただし、全電気量というときには電荷の代数和をさす。

b) クーロンの法則 2つの点電荷の間の力については、キャベンディッシュ (H. Cavendish) とクーロン (Ch. A. de Coulomb) により最初の定量的実験が行なわれ、次のクーロンの法則が見い出されている。“力の方向は両電荷を結ぶ直線の方と一致し、その大きさ F は電気量 q, q' の積に比例し、距離 r の2乗に逆比例する”。式で書けば

$$F = k_e \frac{qq'}{r^2}. \quad (5.3)$$

比例定数 k_e の値は単位系により異なる。

クーロンの法則に従う電荷間の力をクーロンの力という。2個以上の電荷が存在する場合、そのうちの1個が受ける力は、他の電荷が個々に及ぼすクーロンの力をベクトルの平行四辺形の法則に従って合成したものに等しい。

c) 電磁気の単位系 電磁気学においては単位系がいくとおりもつくられている。従来理論方面では CGS ガウス単位系がよく用いられ、実用方面では実用単位系がおもに使われてきたが、近年 MKSA 有理単位系に統一しようという傾向にあるので、本書でもこの単位系を採用する。しかし、CGS ガウス単位系を用いた教科書もまだかなりあるので、重要な式の場合には注意事項に CGS ガウス単位系によるものも付記する。なお単位系については §9 にまとめて説明してあるから、随時参照のこと。

MKSA 有理単位系略して MKS 単位系 では、長さの単位としてメートル (metre, 略号 m), 質量の単位としてキログラム (kilogramme, 略号 kg), 時間の単位として秒 (second, 略号 s または sec), 電流の単位としてアンペア (ampere, 略号 A) を採用し, 他の量の単位は, その量の関係する法則または定義をとおして, 上の4つの基本単位から組立て単位としてつくられる. たとえば電荷の単位はクーロン (coulomb, 略号 C) と呼ばれ

$$1\text{C} = 1\text{A} \cdot \text{sec} \quad (5.4)$$

で定義される. 力学的量の組立て単位のうち特別な名称のついているのは, 力の単位の新トン (newton, 略号 N), 仕事の単位のジュール (joule, 略号 J), 仕事率の単位のワット (watt, 略号 W) である. 基本単位で表わせれば

$$\left. \begin{aligned} 1\text{N} &= 1\text{kg} \cdot \text{m}/\text{sec}^2, \\ 1\text{J} &= 1\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{sec}^2, \\ 1\text{W} &= 1\text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{sec}^3. \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

クーロンの法則の式に現われる比例定数 k_e の値は, MKS 単位系では

$$k_e = (2.998)^2 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \approx 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

で与えられる. この数値は真空中の光速 $2.998 \times 10^8 \text{ m}/\text{sec}$ と関係があることがわかる (§ 8. 3a).

(注意) 長さの単位としてセンチメートル (centimetre, 略号 cm), 質量の単位としてグラム (gramme, 略号 g), 時間の単位として秒をとり, クーロンの法則が比例定数 $k_e = 1$ の式

$$F = \frac{qq'}{r^2} \quad (5.3')$$

で表わされるように, 電荷の単位をえらぶこともできる. このようにして定めた電荷の単位を CGS 静電単位 (CGS esu) または略して静電単位 (esu) といい, 上の4つの単位を基本単位とする単位系を CGS 静電単位系という. CGS ガウス単位系では, 電気に関する諸量に対しては静電単位系を採用する. 電荷の MKS 単位と静電単位との換算式は,

$$1\text{C} \approx 3 \times 10^9 \text{ esu} \quad (5.6)$$

である.

2. 電 界 と 電 位

a) 電 界 帯電体の近くにおいた点電荷は力を受ける. この力は帯電体上の電荷が有限な距離をへだてながら点電荷に直接及ぼしているとも考えら

れる。しかし、ふつう物体間の力は、2つの物体が接触したときに、接触面に作用すると考えられる場合が多い。この考えをおし進めると、点電荷に力を作用するのは点電荷が位置を占めている空間の点ということになる。前者の考え方を遠隔作用説、後者の考え方を近接作用説という。ファラデーに始まる近接作用説に従えば、帯電体上の電荷の存在が原因となって、まわりの空間の性質が変わり、空間の各点がそこにきた電荷に力を作用するという性質を持つようになる。このような性質を持った空間を電界または電場と呼ぶ。上の例では、帯電体上の電荷が源となって電界が生じ、電界が点電荷に力を作用するということになる。また、点電荷もまわりに電界をつくり、その電界が帯電体上の電荷に力を及ぼす。

ある電界内の1点にいろいろな点電荷をおいて見ると、その電気量 q が十分小さければ、電界の源の電荷分布に与える影響は無視できるから、点電荷が受ける力 F はクーロンの法則により q に比例する。そこで

$$F = qE \quad (5.7)$$

とおけば、 E は、 q にはよらず、源の電荷分布と点の位置だけで定まるから、その点における電界の性質を記述する量になる。このベクトル E を電界の強さまたは電界強度、あるいは単に電界という。電界の強さのMKS単位はN/Cであるが、§1.2cに述べる理由から、これをボルト/メートル (volt/metre, 略号 V/m) と呼ぶ。

q が大きくて、電界の源の電荷分布に与える反作用が大きくなると、上の式の E は、点電荷 q がそこにあるときの電界を表わし、 q を持ちこむ前の電界とは一般には一致しない。もとの電界の強さを知るには、十分小さい点電荷に作用する力を測定し、それを q で割って単位正電気量あたりの大きさに換算しなければいけない。しかし、電界についてのいろいろな定理を導くさいに、いちいちこのような換算をするのはめんどろなので、単位正電気量を持ちながら反作用のない仮想的な点電荷を導入し、それを探り電荷と呼ぶ。探り電荷に作用する力ともとの電界の強さとは数値が一致するので、ぐあい

がよい。

ただ1個の点電荷 q が存在するとき、そこから引いた位置ベクトル r の点における電界の強さは、クーロンの法則により、

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r}, \quad (5.8)$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \equiv k_e = 8.998 \times 10^9 \text{ V} \cdot \text{m/C} \approx 9 \times 10^9 \text{ V} \cdot \text{m/C} \quad (5.9)$$

で与えられる。 $r \equiv |\mathbf{r}|$ で、 $\mathbf{r}/r$ は点電荷から観測点に向かう単位ベクトルを表わす。定数

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_e} = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m} \quad (5.10)$$

は真空の誘電率とも呼ばれる。

$$1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$$

は電気容量の MKS 単位である (§ 2.2c)。

2 個以上の点電荷 $q_1, q_2, \dots, q_n$ が同時に存在するときの空間の各点における電界の強さ $\mathbf{E}$ は、それぞれの点電荷が単独に存在するときの電界の強さ $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \dots, \mathbf{E}_n$ をベクトル的に合成したものに等しい。

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_n \quad (5.11)$$

これを重ね合せの原理という。これはクーロン力がベクトルの平行四辺形の法則に従うことに由来する。電荷が空間(曲面上)に体(面)密度 ρ (ω) で連続的に分布しているときの電界 $\mathbf{E}$ を求めるには、空間(曲面)を無数の微小体(面)積要素にわけて考え、各体(面)積要素 dv (dS) にふくまれる微小電荷 $dq = \rho dv$ ($dq = \omega dS$) を点電荷のようにあつかって、それを源とする電界 $d\mathbf{E}$ をすべての体(面)積要素について合成すればよい。点電荷の場合の和が積分になるだけである。

どの電荷も運動していなければ、電荷分布は時間的に変わらず、したがってそれを源とする電界も時間的に変化しない。このような電界を静電界という。

(注意) 静電単位系では、1 esu の電荷に 1 dyn の力を及ぼす電界の強さをその単位にとり、やはり 1 静電単位 (esu) と呼ぶ。点電荷 q がつくる電界の強さは

$$\mathbf{E} = \frac{q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}. \quad (5.8')$$

b) 電 位 電界内で探り電荷がある点 P からある点 Q まで変位する間に、電界が探り電荷に対してする仕事は線積分

$$V(P, Q) = \int_P^Q E_s ds \quad (5.12)$$

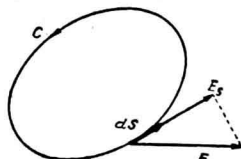
で表わされる。 ds は P から Q までの変位の径路を無数の微小変位にわけたときの微小変位 ds の長さで、 E_s は ds の位置における電界の強さ E の接線成分すなわち ds 上への正射影である。クーロン力が距離の2乗に逆比例することの結果として、任意の電荷分布を源とする電界に対し、 $V(P, Q)$ が変位の途中の径路によらず、始点 P と終点 Q の位置だけで定まることが証明される。電界の源がただ一つの静止点電荷 q の場合には、 q から P, Q までの距離をそれぞれ r_P, r_Q として実際に計算して見れば

$$V(P, Q) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_P} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_Q} \quad (5.13)$$

となり、明らかに途中の径路によらない(例題 [1.1])。任意の電荷分布から生ずる電界の場合の証明に移るには、重ね合せの原理を使えばよい。

探り電荷が任意の点 P から出発して、任意の閉曲線 C を描き、ふたたび P に戻る間に電界が探り電荷に対してする仕事は $V(P, P) = 0$ である。これを

$$\oint_C E_s ds = 0 \quad (5.14)$$



第5.1図

と書き、静電界のうずなしの定理という。

以上の特長は静電界が万有引力場と同様に保存力場であることを示す。したがって、電荷が電界から受ける力は位置エネルギーから導くことができる。電界による探り電荷の位置エネルギーを電位と呼ぶ。点 P における電位は、基準の点 A をどこかに定めて、 $V(P, A)$ で定義される。 $V(A, A) = 0$ だから、基準点 A を電位の零点ともいう。 V を点 P の位置の関数と考えたとき、零点の位置を変えても、 V は定数値しか変わらない。電位はその差だけが物理的意味を持つので、零点の位置はどこに定めてもよいが、理論的な計算においてはふつう無限遠にえらび、実用方面では地球にとることが多い。零点を明示する必要のない場合には、点 P における電位を $V(P)$ と書く。 P の位置を連続的に変えたとき、電界の強さ E が不連続的変化する場所でも、 E が ∞ にならなければ、電位は連続的に変わる。これは、 V が E_s の線積分で定義さ