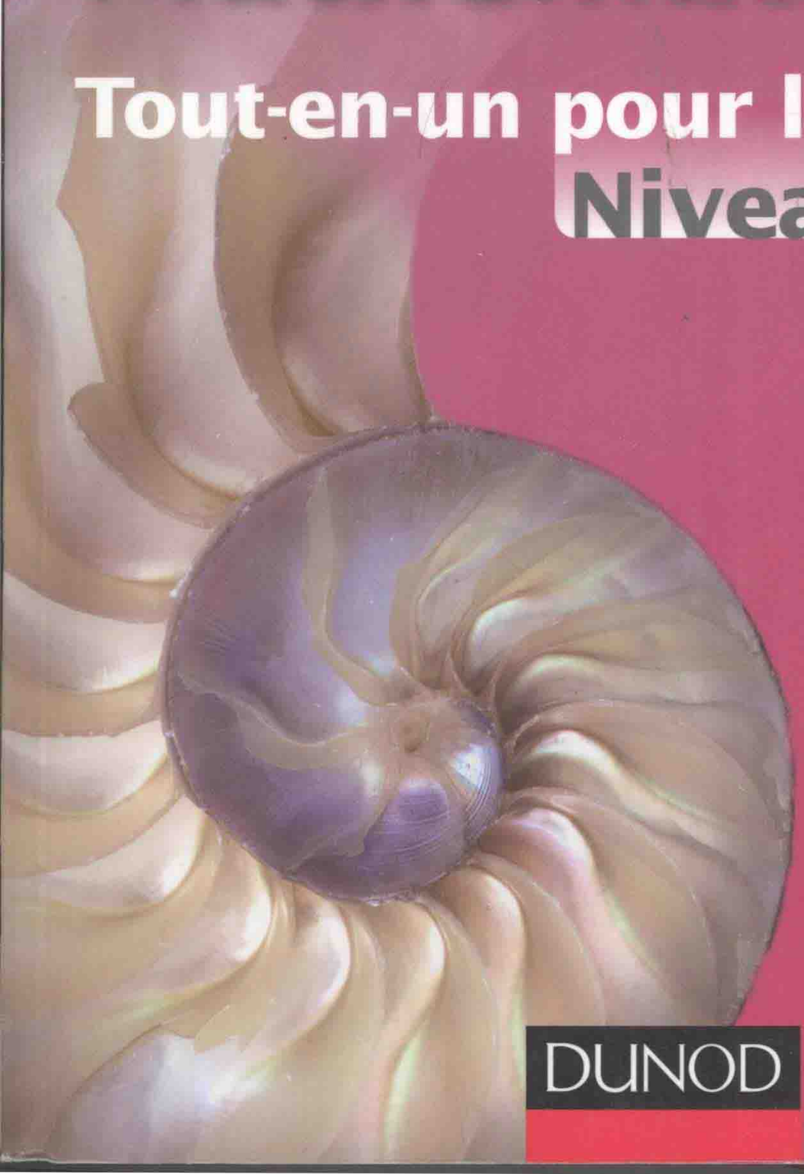
Sous la direction de
Jean-Pierre RAMIS
André WARUSFEL

Xavier BUFF ▪ Josselin GARNIER
Emmanuel HALBERSTADT ▪ Thomas LACHAND-ROBERT
Francois MOULIN ▪ Jacques SAULOY

Mathématiques

Tout-en-un pour la Licence
Niveau 1

2e édition



- Cours complet
- 700 exercices
- Bonus en ligne

RESSOURCES NUMÉRIQUES

DUNOD

Sous la direction de
Jean-Pierre RAMIS
André WARUSFEL
Xavier BUFF • Josselin GARNIER
Emmanuel HALBERSTADT • Thomas LACHAND-ROBERT
François MOULIN • Jacques SAULOY

Mathématiques
Tout-en-un pour la Licence

Niveau 1

2e édition

DUNOD

Jean-Pierre Ramis, ancien élève de l'École normale supérieure de la rue d'Ulm, membre de l'Institut (Académie des Sciences), membre de l'Institut Universitaire de France, professeur à l'Institut de Mathématiques de Toulouse (Université Paul Sabatier).

André Warusfel, ancien élève de l'École normale supérieure de la rue d'Ulm, a été professeur de mathématiques spéciales au lycée Louis-le-Grand à Paris et inspecteur général de mathématiques.

Xavier Buff, ancien élève de l'École normale supérieure de la rue d'Ulm, maître de conférences à l'Institut de Mathématiques de Toulouse.

Josselin Garnier, ancien élève de l'École normale supérieure de la rue d'Ulm, professeur à l'université Denis Diderot (Paris).

Emmanuel Halberstadt, maître de conférences à l'UPMC (Paris), ancien chargé de cours d'agrégation aux Écoles normales supérieures d'Ulm et de Cachan.

Thomas Lachand-Robert, ancien élève de l'École polytechnique, professeur à l'université de Savoie à Chambéry.

François Moulin, ancien élève de l'École normale supérieure de la rue d'Ulm, professeur de chaires supérieures (spéciales MP*)

Jacques Sauloy, ancien élève de l'École normale supérieure de Saint-Cloud, maître de conférences à l'Institut de Mathématiques de Toulouse.

Illustration de couverture :

An amazing fibonacci pattern in a nautilus shell © Ana Tramont

ISBN 978-2-10-059893-9

Mathématiques

Tout-en-un pour la Licence

Niveau 1

Préface

Les mathématiques constituent l'ossature de la science moderne et sont une source intarissable de concepts nouveaux d'une efficacité incroyable pour la compréhension de la réalité matérielle qui nous entoure. Ainsi l'apprentissage des mathématiques est devenu indispensable pour la compréhension du monde par la science. Les nouveaux concepts eux-mêmes sont le résultat d'un long processus de distillation dans l'alambic de la pensée. Essayer de justifier les mathématiques par leurs applications pratiques n'a guère de sens, tant ce processus de création est sous-tendu par la soif de connaître et non l'intérêt immédiat.

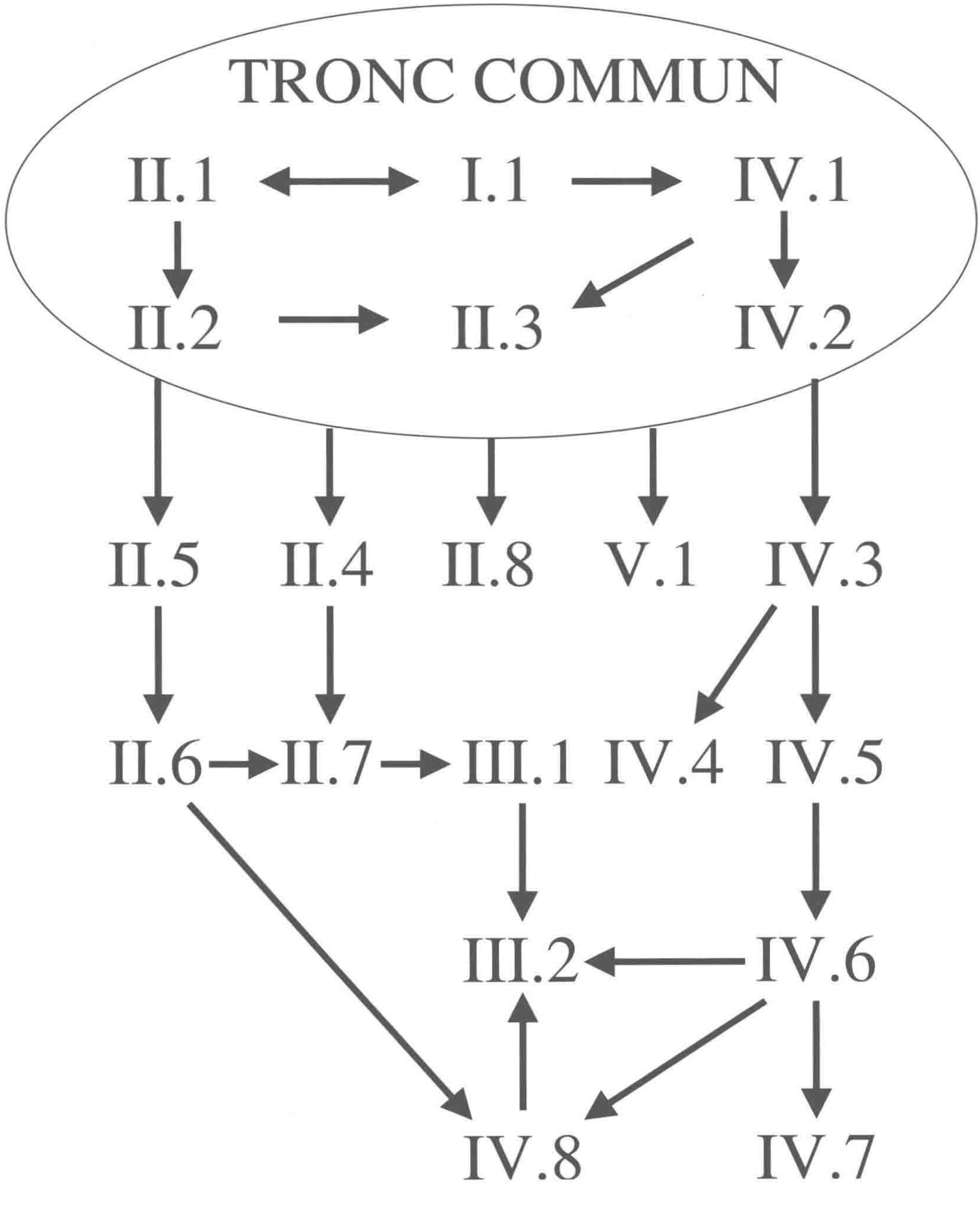
Les mathématiques restent l'un des domaines dans lequel la France excelle et ceci malgré la mutilation des programmes dans le secondaire et l'influence néfaste d'un pédagogisme dont l'effet principal est de compliquer les choses simples.

Vues de loin les mathématiques apparaissent comme la réunion de sujets distincts comme la géométrie, qui a pour objet la compréhension du concept d'espace, l'algèbre, art de manipuler les symboles, l'analyse, science de l'infini et du continu, la théorie des nombres etc. Cette division ne rend pas justice à l'un des traits essentiels des mathématiques qui est leur unité profonde de sorte qu'il est impossible d'en isoler une partie sans la priver de son essence. En ce sens les mathématiques ressemblent à un être biologique qui ne peut survivre que comme un tout et serait condamné à périr si on le découpait en morceaux en oubliant son unité fondamentale.

L'une des caractéristiques de l'apprentissage des mathématiques, c'est la possibilité donnée à tout étudiant de devenir son propre maître et en ce sens il n'y a pas d'autorité en mathématiques. Seules la preuve et la rigueur y font la loi. L'étudiant peut atteindre par le travail une maîtrise suffisante pour pouvoir s'il le faut tenir tête au maître. La rigueur, c'est être sûr de soi, et à l'âge où l'on construit sa personnalité, se confronter au monde mathématique est le moyen le plus sûr de construire sur un terrain solide. Il faut, si l'on veut avancer, respecter un équilibre entre les connaissances qui sont indispensables et le « savoir-faire » qui l'est autant. On apprend les maths en faisant des exercices, en apprenant à calculer sans l'aide de l'ordinateur, en se posant des questions et en ne lâchant pas prise facilement devant la difficulté. Seule la confrontation réelle à la difficulté a une valeur formatrice, en rupture avec ce pédagogisme qui complique les choses simples et mélange l'abstraction mathématique avec le jeu qui n'a vraiment rien à voir. Non, les mathématiques ne sont pas un jeu et l'on n'apprend pas les mathématiques en s'amusant.

L'ouvrage qui suit est un cours soigné et complet idéal pour apprendre toutes les Mathématiques qui sont indispensables au niveau de la Licence. Il regorge d'exercices (700) qui incitent le lecteur à réfléchir et ne sont pas de simples applications de recettes, et respecte parfaitement l'équilibre nécessaire entre connaissances et savoir-faire, permettant à l'étudiant de construire des images mentales allant bien au-delà de simples connaissances mémorisées. Il s'agit d'un ouvrage de référence pour la Licence, non seulement pour les étudiants en mathématiques mais aussi pour tous ceux qui s'orientent vers d'autres disciplines scientifiques. Il insiste sur la rigueur et la précision et va au fond des notions fondamentales les plus importantes sans mollir devant la difficulté et en respectant constamment l'unité des mathématiques qui interdit tout cloisonnement artificiel. Il répond à une demande de tant de nos collègues d'un ouvrage qui les aide à « redresser la barre », mais sera aussi un atout merveilleux pour l'étudiant travaillant seul par la cohérence et la richesse de son contenu. Il est l'œuvre d'une équipe qui rassemble des mathématiciens de tout premier plan ayant une véritable passion pour l'enseignement. Il était grand temps !

Alain Connes,
Médaille Fields 1982,
Professeur au Collège de France.


TRONC COMMUN
II.1
I.1
IV.1
II.2
II.3
IV.2
II.5
II.4
II.8
V.1
IV.3
II.6
II.7
III.1
IV.4
IV.5
III.2
IV.6
IV.8
IV.7

Avant-propos

Ce livre est le premier d'une série d'ouvrages de mathématiques pour la Licence. Il couvre la totalité des programmes de mathématiques des filières scientifiques de première année. Il contient un cours complet, illustré d'exemples et d'applications, des exercices corrigés, des énoncés d'exercices supplémentaires et un index très complet.

Il est prioritairement conçu comme aide à l'enseignement oral dispensé par nos collègues dans les cours et travaux dirigés, en particulier par une construction modulaire, avec des schémas clairs de relations entre les différents thèmes. Les différents sujets apparaissent groupés dans un seul volume, avec leurs relations, mais l'ordre de lecture n'est pas imposé, et chaque étudiant peut se concentrer sur tel ou tel aspect en fonction de son programme et de son travail personnel.

Ce livre peut aussi être utilisé par un enseignant comme ouvrage de base pour son cours, dans l'esprit d'une pédagogie encore peu utilisée en France, mais qui a largement fait ses preuves ailleurs. Nous avons enfin aussi pensé à l'étudiant travaillant seul, sans appui d'un corps professoral.

Dans les mathématiques d'aujourd'hui, un certain nombre de théories puissantes sont au premier plan. Leur maniement, au moins à un certain niveau, devra évidemment être acquis par l'étudiant à la fin de ses années de Licence. Mais celui-ci devra aussi avoir appris à calculer, sans s'appuyer exagérément sur les ordinateurs et les logiciels, à « se débrouiller » devant un problème abstrait ou issu des applications. Nous avons donc, à cette fin, mis en place une approche adaptée. Nous insistons, dès la première année, sur les exigences de rigueur (définitions précises, démonstrations rigoureuses), mais les choses sont mises en place de façon progressive et pragmatique, et nous proposons des exemples riches, dont l'étude met souvent en œuvre des approches multiples. Nous aidons progressivement le lecteur à acquérir le maniement d'un outillage abstrait puissant, sans jamais nous complaire dans l'abstraction pour elle-même et un formalisme sec et gratuit : le cœur des mathématiques n'est sans doute pas un corpus de théories, si profondes et efficaces soient-elles, mais un certain nombre de problèmes dans toute leur complexité, souvent issus d'une réflexion sur le monde qui nous entoure.

Historiquement les mathématiques se sont développées pendant des siècles en relation avec les autres sciences. Après une phase de « repliement sur elles-mêmes », leurs interactions se développent à nouveau vigoureusement (avec la physique, l'informatique, la mécanique, la chimie, la biologie...). Nous souhaitons, au niveau de l'enseignement des premières années d'université, accompagner ce mouvement et, en pratique, la mise en place ici ou là de filières scientifiques pluridisciplinaires avec une composante mathématique pure ou appliquée. Nous avons ainsi, par exemple, introduit de solides initiations aux probabilités et statistiques et à l'algorithmique dès ce volume de première année.

Une correction détaillée des 430 énoncés supplémentaires est accessible sur le site `http://www.dunod.com` de l'éditeur : cliquer successivement sur « sciences et techniques », mathématiques », « licence » puis l'icône de ce livre. Les corrigés sont au format pdf d'Adobe et repérables par une recherche classique de mot clef ; toute partie sélectionnée peut être lue, enregistrée ou imprimée séparément.

Edmond Ramis à enseigné de longues années en classes préparatoires et écrit une série de livres pour ces classes. Ces livres ont fortement contribue à la formation de plusieurs générations d'étudiants, finissant par acquérir un nom commun : « le Ramis ». Plusieurs de ces étudiants sont main tenant enseignants-chercheurs ou chercheurs dans les universités. Nous avons souhaite marquer une certaine continuité avec cette œuvre en publiant nos ouvrages dans le cadre de la « Série Ramis ».

Jean-Pierre Ramis, André Warusfel

Table des matières

II Algèbre

III Géométrie

IV Analyse