統　計　学

水　谷　一　雄
後　尾　哲　也
共　著

創元社

統　　計　　学

水 谷 一 雄
後 尾 哲 也　共著

創 元 社

著者紹介

水谷一雄

神戸大学経済学部名誉教授，大阪学院大学教授，経済学博士「数学的思惟と経済理論」(昭和32年創元社発行) Fellow of the Econometric Society その他統計学並びに数理経済学に関する著書並びに論文多数。

後尾哲也

神戸大学経済学部教授，経済学博士，統計学及び計量経済学の論文多数。

©昭和32年4月1日　第1版第1刷発行
昭和51年4月20日　第1版第10刷発行

統計学

著作　一雄（かずお）
後尾哲也（ごのお てつや）

発行者　矢部文治

印刷者　伊藤書籍印刷株式会社

発行所
株式会社 創元社
大阪市北区樋上町45
電話 (363) 2531 (代)　振替 大阪 57099
東京営業所　東京都新宿区山吹町77番地
電話 東京 (269) 1051

落丁，乱丁の場合はおとりかえいたします。

1033-320401-4202

序

この書は，各大学教養課程，ならびに，文科系の大学，特に，経済学部，経営学部，商学部の専門課程における，統計学の教科書用として，編集されたものであるが，兼ねて，実社会に活躍せられる人々に，統計学的常識を提供し得るようにも配慮した。従って，本書を理解するに必要なる数学的知識は，新制高校の課程の修了者が容易に理解し得る程度にとどめ，できるだけ叙述を平易ならしめるように努めた。

第1章から第8章までは，主として集団叙述論，すなわち，いわゆる記述統計学の基本的事項に関して，書かれているが，経済学，経営学，商学などの専攻者のためを考えて， 第4章に経済時系列の解析， 第5章に指数論を挿入した。

第9章，第10章ならびに第11章には，統計推理論，すなわち，近時推測統計学または推計学の名を以て呼ばれているものの内容の一端を紹介した。これも極く平易な部分を解説するにとどめ，難解な事項は全く割愛することとした。

統計学の普通の教科書としては，以上を以て，必要なる事項が殆んど尽くされていると考えられる。しかし，近時，統計学の原理は，実社会の各方面に応用せられ，従って統計学に関して，種々の方面から要求せられる常識は，これのみに止まらず，純粋に統計学原論に属しない理論でも，関連の深い理論は，統計学的教養の一部分と考える方が便宜である場合が多い。

統計推理論の一部として有限母集団論を置いたのも，普通の統計学の教科書とは異る本書の特色と言い得るかも知れないが，これもまた，この有限母集団論が，実際界において，屡々用いられる標本調査法，市場調査法などの基礎を与えるという見地から，挿入せられたのであった。第12章の線型計画論，第13章のゲームの理論などは，本来は，統計学上の理論ではないが，輓近，実業界

において，「作戦研究」（Operations Research）が唱道せられ，これらの理論に関する関心が深まりつつあるにも拘らず，これらの理論の平易な解説書が殆どないという現状に鑑みて，その実際界の要望に応えんと，これの解説を試みたのである。第14章も同様の観点から，生産工場方面に応用の広い品質管理，抜取検査について述べ，その最新の発達に属する逐次抜取方式にも関説した。

本書が，上述の統計学教科書としての使命を果すと共に，現に実際界に活躍して，日常この方面の常識の必要を痛感せる人々の好伴侶ともなり得れば，著者の望外の幸とする所である。

昭和32年陽春

著　者　識

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

統　計　学

目　　　次

附　　録

第 1 章　標　準　値

第1節　算 術 平 均 値

〔I〕　算術平均値の意義

$$3+4+8=x+x+x \qquad (1)$$

なる関係を満足する x が，3，4，8の算術平均値*である。

$$3x=3+4+8$$

なる関係から

$$x=\frac{1}{3}(3+4+8)=5 \qquad (2)$$

が得られる。この算術平均値を相加平均値とも言うのは，(1)式のような関係があるからである。

〔II〕　表についてのMの計算

Mは算術平均値を意味する記号である。

第101表　A工場の賃銀

賃　　銀	工　員　数
3— 6千円	1人
6— 9	2
9—12	3
12—15	5
15—18	4
18—21	2
21—24	1
24—27	1
27—30	1
合　　計	20人

この表について，その算術平均値Mを算出するには，次のようにする。

* Arithmetic mean, arithmetic average

第102表 Mの計算

階級中点X	度数 f	積数 fX
4.5千円	1人	4.5
7.5	2	15.0
10.5	3	31.5
13.5	5	67.5
16.5	4	66.0
19.2	2	39.0
22.5	1	22.5
25.5	1	25.5
28.5	1	28.5
合 計	20	300.0

故に $M=\dfrac{300.0}{20}=15$ (3)

この第102表によるMの計算を記号にて次のように表わす。

〔式101〕 $M=\dfrac{1}{N}(f_1X_1+f_2X_2+\cdots\cdots+f_nX_n)$ (4)

或は

〔式102〕 $\overline{X}=\dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}f_iX_i$ (5)*

この$\overline{X}$は，Xの算術平均値を表わす。

Nは総度数を表わす。すなわち

$$N=\sum_{i=1}^{n}f_i=f_1+f_2+\cdots\cdots+f_n \quad (6)$$

である。

〔III〕 Mの簡便計算法

(a) 計 算 平 均 法**

第101表について，計算平均を$m=13.5$(千円) としてMを計算すれば次の如くである。

* 第235頁参照。

** Method of working mean

此为试读，需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

第103表　計算平均法によるMの計算

X	f	e	w	fw
4.5	1	−9	−3	−3
7.5	2	−6	−2	−4
10.5	3	−3	−1	−3
13.5	5	0	0	0
16.5	4	3	1	4
19.5	2	6	2	4
22.5	1	9	3	3
25.5	1	12	4	4
28.5	1	15	5	5
	20			10

ここに　$m=13.5$ (千円)

$$e_i=X_i-m,\quad w_i=\frac{X_i-m}{C}=\frac{e_i}{C}$$

C=階級間隔$=3$ (千円)

である。　算式

〔式103〕　$M=m+C\times\frac{D_1}{N}$　(7)*

において，第103表については

$$D_1=\sum_{i=1}^{n} f_i w_i=S_1'-S_1^0=20-10=10 \qquad (8)$$

であるから，〔式103〕によって

$$M=13.5+3\times\frac{10}{20}=15 \qquad (9)$$

が得られる。

(b) 累　加　法**

次頁の第104表に示したように，

$$S_1'=20,\qquad S_1^0=10$$

を得た上は，これに基づいて〔式103〕における

〔式104〕　$D_1=S_1'-S_1^0=20-10=10$　(10)

が得られる。

* 第235頁参照

** Method of summation　第236頁参照。

第104表 累加法による D_1 の計算

X	f	s	s'
4.5	1	1	1
7.5	2	3	4
10.5	3	6	$10=S_1^0$
13.5	5		
16.5	4	9	$20=S_1'$
19.5	2	5	11
22.5	1	3	6
25.5	1	2	3
28.5	1	1	1

第2節 中 位 値

〔I〕 中位値の意義

2, 5, 7の中位値*は5である。これは, 5を境として, 5以下の数と5以上の数とが同数あるからである**。2, 5, 7, 10の中位値は, 大小順に列べたとき中位の二数の算術平均と規約する。すなわち, 中位値を M_e にて表わせば

$$M_e=\frac{5+7}{2}=6 \qquad (11)$$

である。

〔II〕 表についての M_e の計算

第105表 中位賃銀の計算

賃銀階級	度数 f	累計度数 s	逆累計度数 $\bar{s}$
3—6千円	1人	1	20
6—9	2	3	19
9—12	3	6	17
12—15	5	11	14
15—18	4	15	9
18—21	2	17	5
21—24	1	18	3
24—27	1	19	2
27—30	1	20	1
合計	20		

* Median

** この時5自身は半分ずつ, 以上と以下とに属するものとする。すなわち, 5以下の数が1.5あり, 5以上の数が1.5, 総計3数となる。

（i）　先ず累計度数欄又は逆累計度数欄によって，中位値（M_e）のある階級，すなわち中位階級が 12－15(千円) の階級であることを見出す。

（ii）　中位階級内における度数 5 人の均等分布を前提して，按分比例によって次のように M_e を算出する。

$$M_e=12+\frac{3}{5}\times\left(\frac{20}{2}-6\right)=14.4 \qquad (12)$$

又は

$$M_e=15-\frac{3}{5}\times\left(\frac{20}{2}-9\right)=14.4 \qquad (13)$$

これを記号によって，次のように表わす。

〔式105〕　$M_e=\underline{X}_e+\dfrac{C}{f_e}\left(\dfrac{N}{2}-s_{e-1}\right)$

〔式106〕　$M_e=\overline{X}_e-\dfrac{C}{f_e}\left(\dfrac{N}{2}-s'_{e+1}\right)$

茲に*

$\underline{X}_e$：　中位階級の下限

$\overline{X}_e$：　中位階級の上限

f_e：　中位階級の度数

C：　階級間隔

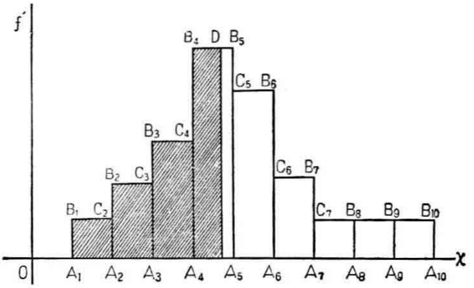
N：　総度数

s_{e-1}：　中位階級の下位隣接階級の累計度数

s'_{e+1}：　中位階級の上位隣接階級の逆累計度数

〔III〕　グラフによる中位値の表示及び算定

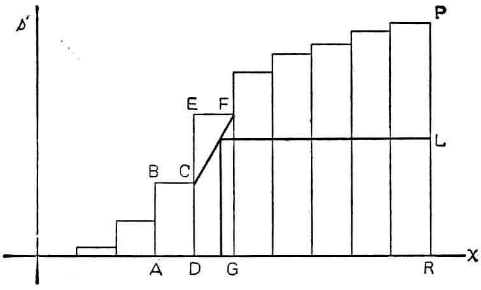
第101図



---

* 第235頁参照。

第102図



第3節 最 頻 値

〔I〕 最頻値の意義

2, 5, 7, 7, 8, 8, 8, 11, 15, 17 にあっては，8が最頻値である。

最頻値が二つある集団は，双峰性分布をなす集団という*。

最頻値は M_o にて表わす。

〔II〕 表についての M_o の計算

〔式107〕 $M_o=\underline{X}_o+C\times\dfrac{f_o-f_{o-1}}{(f_o-f_{0-1})+(f_o-f_{0+1})}$

によって計算する。ここに

$\underline{X}_o$： 最頻階級（M_o のある階級）の下限

f_o： 最頻階級の度数

f_{0-1}： 最頻階級の下位隣接階級の度数

f_{0+1}： 最頻階級の上位隣接階級の度数

C： 階級間隔

である。

例えば，第101表については，先ず， 12−15(千円) なる階級が最頻階級なることを見出す。従って

$\underline{X}_o=12$ (千円)　　$C=3$ (千円)

$f_o=5$ 人，　$f_{0-1}=3$ 人，　$f_{0+1}=4$ 人

* Mode. 最頻値が二つ以上ある集団を複峰性分布をなす集団という。男女工員を雇用している工場の賃銀集団は普通は双峰性分布をなす。 第235頁参照

なることから〔式107〕によって

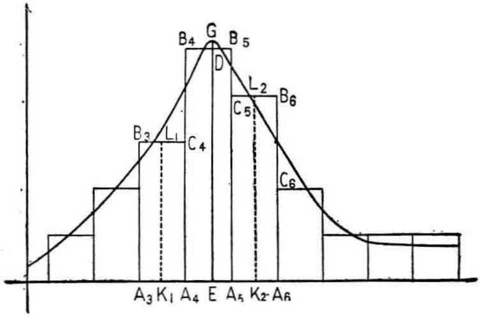
$$M_o=12+3\times\frac{5-3}{(5-3)+(5-4)}=14^{(\text{千円})}\qquad(14)$$

を得る*。

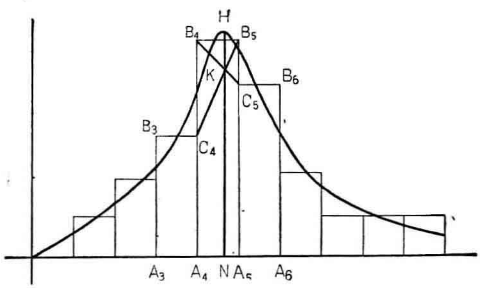
〔III〕 図表による

M_o の表示及び算定

第103図



第104図



第4節　誘導領域の平均値

〔I〕 誘導領域，現実領域

対米為替相場が 1ドル＝360円 のとき，価格 360円，720円，1080円，……などは，米ドル領域では，それぞれ，1ドル，2ドル，3ドル，……などと表わされる。

同様に現実領域の 3，4，8 は逆数領域，平方領域では，それぞれ，$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{1}{8}$ または，9$(=3^2)$，16$(=4^2)$，64$(=8^2)$ と表わされる。この逆数領域，平方領域などを総称して誘導領域という。これに対し，普通の領域を現実領域という。

* この式の意味は，図表による M_0 の算定から明らかであろう。

〔II〕 幾何平均，調和平均，平方平均

（i）
$$x_1+x_2+\cdots\cdots+x_n$$
$$=\bar{x}+\bar{x}+\cdots\cdots+\bar{x} \tag{15}$$

から $\{x_i\}$ の算術平均*$\bar{x}$ は

$$\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots\cdots+x_n) \tag{16}$$

なることは(1)，(2)式によって示した。

$\{x_i\}$ の度数が $\{f_i\}$ であり，$N=f_1+f_2+\cdots\cdots+f_n$ なる場合には，同一の理論によって $\{x_i\}$ の算術平均が

$$\bar{x}=\frac{1}{N}\{f_1x_1+f_2x_2+\cdots\cdots+f_nx_n\} \tag{17}$$

によって与えられることも明らかであろう。

（ii） いま，(15)が対数領域の表示であるとし

$$\bar{x}=\log G, \qquad x_i=\log X_i \tag{18}$$

であるとすれば，(16)は G が $\{X_i\}$ の幾何平均すなわち

$$G=\sqrt[n]{X_1X_2\cdots\cdots X_n} \tag{19}$$

であることを示す。同様にして(17)の関係は矢張り G が $\{X_i\}$ の幾何平均すなわち

$$G=\sqrt[N]{X_1^{f_1}X_2^{f_2}\cdots\cdots X_n^{f_n}} \tag{20}$$

であることを示す。このことを幾何平均は対数領域の算術平均であるという。

（iii） また(15)が逆数領域の表示であるとし，

$$\bar{x}=\frac{1}{H}, \qquad x_i=\frac{1}{X_i} \tag{21}$$

であるとすれば，(16)は H が $\{X_i\}$ の調和平均**であること，すなわち

$$H=\frac{n}{\dfrac{1}{X_1}+\dfrac{1}{X_2}+\cdots\cdots+\dfrac{1}{X_n}} \tag{22}$$

であることを示す。

同様にして，(17)もまた H が $\{X_i\}$ と

---

* $\{x_i\}$ は x_1，x_2，……，x_n を表わすものとする。
** Harmonic mean

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com