

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ПО СТАТИСТИКЕ

ТОМ
VII

СТАТИСТИЧЕСКИЕ
ЗАКОНОМЕРНОСТИ

МЕЖДУНАРОДНОЕ СРАВНЕНИЕ
СТАТИСТИЧЕСКИХ
ПОКАЗАТЕЛЕЙ

ИЗДАТЕЛЬСТВО
АКАДЕМИИ НАУК СССР

А К А Д Е М И Я Н А У К С С С Р
ОТДЕЛЕНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ НАУК

УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ ПО СТАТИСТИКЕ

ТОМ VII

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ
ИНДЕКСНЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА
МЕЖДУНАРОДНОЕ СРАВНЕНИЕ
СТАТИСТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ



ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР
Москва 1963

ОТВЕТСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР
академик В. С. НЕМЧИНОВ

I. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ

И. С. ПАСХАВЕР

(Киев)

К ВОПРОСУ О ЗАКОНЕ БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ И ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ МАССОВОГО ПРОЦЕССА

Вопрос о законе больших чисел — о его сущности и особенностях его действия — уже много раз привлекал к себе внимание ученых на страницах специальной и общепублицистической печати. Это и понятно. «Возраст» закона больших чисел в науке измеряется двумя с половиной веками. С тех пор, наряду с ценными обобщениями и уточнениями, внесенными математиками, образовалось множество антинаучных наслоений в интерпретации сущности закона больших чисел, уводящих с дороги подлинной науки либо в идеалистические тупики, либо в область формально-математической комбинаторики.

Между тем вопрос об объективной основе, о природе закономерностей массового процесса и в связи с этим вопрос о сущности закона больших чисел и его значении для познания этих закономерностей имеет огромную научную важность. Немалое внимание было уделено этой проблеме на страницах «Вестника статистики» и «Вопросов экономики» в годы дискуссии о предмете и методе статистики (1952—1954) и на Научном совещании по вопросам статистики в марте 1954 г. Дискуссия показала, что одни советские статистики явно переоценивали значение закона больших чисел, видя в нем основной стержень статистической теории, другие, наоборот, отрицали его значение для науки, усматривая в законе больших чисел чуть ли не выдумку буржуазных теоретиков. Все это можно считать уже пройденным этапом. Дискуссия и последующие работы наших ученых оказали серьезную помощь в научном осмысливании проблем, связанных с действием закона больших чисел. Все же многое в этой области продолжает оставаться невыясненным, спорным, подлежащим дальнейшей научной разработке, что справедливо отмечали В. С. Немчинов¹, О. О. Яхот² и др.

Итак, актуальный интерес представляет определение специфической природы статистических закономерностей в отличие от природы элементарных, или, как их называют физики, динамических закономерностей, обнаруживаемых в единичных явлениях, а не в массовых совокупностях. Необходимо, далее, конкретизировать вопрос об объективной основе закона больших чисел, о его сущности и роли в научном познании явлений. В нашей статистической литературе неправомерно, на наш взгляд, отождествляются закон больших чисел и закон средних чисел. Необходимо

¹ «Ученые записки по статистике» АН СССР, т. I, 1955, стр. 6.

² «Вопросы философии», 1956, № 4, стр. 33.

разграничить эти понятия и более точно формулировать сущность закона больших чисел. Следует выяснить, как действует закон больших чисел в массовых стихийных процессах и в массовых сознательно направленных процессах, какое значение имеет для действия этого закона «свободная воля» отдельных элементов, составляющих совокупность, а также какого типа закономерности массового процесса связаны с действием закона больших чисел. Необходимо до конца освободить закон больших чисел от приписываемых ему свойств, которыми он не обладает, а также от непосильных задач, которые на него возлагают, но которые он решить не в состоянии, и т. д.

В связи со всем этим необходимо также на реальных примерах сложной действительности, а не только на простых абстрактных схемах теории вероятностей, конкретно показать и раскрыть механизм формирования закономерностей массового процесса и действия закона больших чисел.

* * *

С закона больших чисел до сих пор не снят полностью толстый покров мистической загадочности, наслоившийся более чем за два века. С тех пор, как 250 лет назад была посмертно обнародована «золотая теорема» Якова Бернулли, не прекращаются попытки буржуазных ученых использовать закон больших чисел для обоснования различного рода идеалистических и апологетических свойств его. Этому закону приписывали много таких чудодейственных свойств, которые не вытекают ни из сущности его, ни из тех математических обобщений «золотой теоремы», которые были сделаны Пуассоном, Чебышевым, Ляпуновым, Марковым, Бернштейном, Хинчиным, Колмогоровым и другими выдающимися деятелями математической науки.

Буржуазная наука долго и бесплодно приписывала закону больших чисел роль чуть ли не закона, управляющего миром. Это походит на выдумку о трех китах, на которых якобы держится земля. Подобно тому как научная астрономия освободила китов от столь непосильной нагрузки, марксистско-ленинская наука должна облегчить судьбу закона больших чисел, правильно определив его сущность, его место и роль в научном познании.

Первая по времени трактовка этого закона принадлежала проповедникам религии, пытавшимся воспользоваться законом больших чисел для доказательства «божественного провидения», «промысла божия». В XVIII в. лютеранский пастор И. Зюсмилх утверждал, что при помощи этого закона можно проникнуть в тайны «божественного творения», открывать «божьи законы». «В малом, — писал он в известном сочинении „Божественный порядок в изменениях человеческого рода“, — все кажется происходящим без всякого порядка. Надо сначала собрать множество единичных и мелких случаев за много лет и соединить воедино многие провинции, чтобы этим способом вывести на свет скрытые правила божественного порядка»³. Эта теологическая точка зрения, отражающая стремление поставить науку, в частности закон больших чисел, на службу религии, избавляет науку от необходимости выяснять объективные законы природы и общества и давать объяснение явлениям, т. е. от того, что составляет задачу и цель науки.

Более ста лет назад известный буржуазный статистик А. Кетле, стоя на позиции позитивной философии и агностицизма, приписал закону больших чисел способность вскрывать тайны природы, недоступные естество-

³ Цит. по А. А. Кауфману (Теория и методы статистики, изд. 5-е. М., 1928, стр. 35).

знанию, и фатальную неизбежность общественного развития, якобы не подчиняющегося ни воле отдельных людей, ни социальным силам общества. Кетле утверждал, что типы явлений и закономерности общественной жизни определяются вечными и неизменными свойствами и силами природы. Однако изучить и познать эти типы и закономерности в их «истинном», «нормальном виде» и состоянии, в каком их якобы создала природа, невозможно из-за того, что они искажаются свободной волей и деятельностью человека. Эта деятельность вызывает, по утверждению Кетле, лишь отклонения в ту или другую сторону от типа явления, имеющие случайный и несущественный характер. Поэтому в массовой совокупности, в средних величинах, характеризующих ее, эти отклонения взаимопогашаются благодаря действию закона больших чисел. «Из различных исследований, которыми я занимался, — писал А. Кетле, — я вывел основной принцип, что свободная воля человека сглаживается и не оставляет сколько-нибудь заметного следа, когда наши наблюдения простираются на большое число лиц. Действия всех частных волей нейтрализуются или взаимно уничтожаются совершенно так же, как явления, обуславливающиеся чисто случайными причинами»⁴. Поэтому Кетле и полагал, что только при помощи закона больших чисел и можно получить представление о внешней стороне закономерностей массового процесса, которые непосредственно познать в их «истинном», «нормальном» состоянии невозможно. Вот почему Кетле придавал закону больших чисел первостепенное значение в познании закономерностей массовых явлений. Он-то первый и отвел этому закону центральное место в статистике, сделав его основой статистической науки.

Чудодейственную силу приписывают закону больших чисел субъективные идеалисты. В их представлении закон больших чисел — порождение мысли. Он создает закономерности из хаоса любых случайных, внутренне не связанных явлений. Субъективисты называют объективно «не существующие» закономерности «статистическими». Так, в частности, смотрят на закон больших чисел и на закономерности микромира современные «физические» идеалисты. Они отрицают причинную обусловленность, объективность закономерностей в этой области. Выявленные наукой закономерности рассматриваются ими как конструктивные средние, образуемые для массы хаотических элементов микромира, обладающих «свободной волей» и не подчиненных никакой необходимости. Средние эти якобы лишены объективной основы и являются продуктом мысли человека, ориентирующегося на магическое действие закона больших чисел. На этом основании делаются далеко идущие выводы в духе индетерминизма, а именно: коль скоро закономерности микрочастиц якобы не подчинены принципу причинности, а микрочастицы составляют фундамент мира, то, следовательно, и все явления природы и общества лишены в своей основе объективной причинности.

Эта трактовка сущности закона больших чисел и закономерностей массовых процессов поддерживается и пропагандируется идеалистами различных оттенков. Потеряв вследствие достижений науки почву под ногами в тех областях, где причинно-следственные связи настолько просты и очевидны, что находят свое выражение в элементарных законах, индетерминисты видят основу своих антинаучных теорий в сферах тех явлений, где связь между причинами и следствиями усложнена переплетением множества причин различного характера. Здесь на поверхность выступает кажущийся хаос явлений, а закономерность проявляется в массовой совокупности. Сложность исследования в таких областях служит для идеологов буржуа-

⁴ Адольф Кетле. Социальная физика или опыт исследования о развитии человеческих способностей, т. II. СПб., 1912, стр. 256.

зии мутной средой для мистификации науки, для противопоставления вероятности причинности, для доказательства того, что статистические закономерности якобы исключают причинность.

В борьбе с таким антинаучным пониманием статистической закономерности некоторые советские статистики, вместо того, чтобы научно выяснить содержание этого понятия и разобраться в природе этих закономерностей, стали на путь отрицания их существования. Но и такая точка зрения на статистические закономерности и на закон больших чисел также не нова. Напомним, что наиболее ревностным сторонником и пропагандистом этой третьей точки зрения был уже более полувека назад один из основателей буржуазной математической статистики — махист Карл Пирсон. Идеалистические, субъективистские взгляды Пирсона на законы объективной действительности достаточно четко отражены в следующем его утверждении: «Закон в научном смысле слова есть, по существу, продукт человеческого духа, не имеющий смысла, помимо человека. Он обязан своим существованием творческой мощи его интеллекта. Имеет больше смысла утверждать, что человек дает законы природе, чем обратно — что природа дает законы человеку»⁵. Продуктом человеческого ума, а не объективной действительности должен, следовательно, быть и закон больших чисел. В представлении Пирсона, как и в интерпретации многих других буржуазных ученых, закон этот — лишь субъективное построение в головах математиков, чисто математический закон из области комбинаторики, а не один из законов реальной действительности, каким он является на самом деле.

Все перечисленные трактовки открывают широкие возможности для различного рода идеологических измышлений и апологетических извращений. Поэтому, хотя одна из этих трактовок возникла более 200 лет, другая — более 100 лет, а третья — более 50 лет тому назад, хотя каждая из них является продуктом своего времени, — все они имеют многочисленных сторонников и господствуют в современной буржуазной статистике, которая, как и раньше, связана с классовыми интересами буржуазии. Современные буржуазные статистики не создали новых теорий в этой области. Они в сущности лишь перепевают на разные лады старые обветшалые теории.

* * *

В советской литературе широкое распространение получила трактовка закона больших чисел, принадлежащая академику А. Н. Колмогорову. В его статье «Больших чисел закон», помещенной в Большой советской энциклопедии, сущность закона больших чисел сформулирована дважды и по-разному. В начале статьи сказано: «Больших чисел закон — общий принцип, в силу которого совокупное действие большого числа случайных факторов приводит, при некоторых весьма общих условиях, к результату, почти не зависящему от случая»⁶. В конце же статьи, где речь идет о законе больших чисел в социально-экономической статистике, говорится: «...под законом больших чисел понимают также характеристику связи, существующей между численностью подвергаемых наблюдению массовых явлений и степенью, полнотой проявления общей закономерности, присущей этим явлениям. Каждое явление из массы явлений одного качества подвержено действию не только причин, общих для всех их, но и множества других причин, в том числе и случайных, что создает определенное своеобразие, специфику, индивидуальные особенности данного отдельного явления. При большом числе наблюдений более ясно выступают, обнаруживаются

⁵ К. Пирсон. Грамматика науки, 1911, стр. 111.

⁶ Большая советская энциклопедия, изд. 2-е, т. 5, стр. 538.

черты и свойства, являющиеся существенными для всех единиц данного типа»⁷.

Первая, наиболее общая, формулировка дает, на наш взгляд, повод для неправильного толкования объективной основы закономерностей массовых процессов и закона больших чисел. Из этой формулировки еще не видно, что «больших чисел закон является одним из выражений диалектической связи между случайностью и необходимостью», — хотя сам автор совершенно правильно пишет об этом в своей статье несколько далее.

То обстоятельство, что в первой формулировке говорится о действии лишь «большого числа случайных факторов», дает основание думать, что закономерности массового процесса образуются в результате «игры случая», а не благодаря действию основных, постоянных для каждого данного явления, факторов, которые в массовом процессе ведут к строго необходимым следствиям. Даже в классических абстрактных схемах теории вероятностей мы имеем дело не только со случайными, но и с постоянно действующими факторами, внутренне присущими данному явлению, которые и определяют конечный результат массового процесса. Ведь теория вероятностей занимается, как известно, не любыми массовыми случайными событиями, а только такими, которые обладают устойчивой частотой. Устойчивость же эта вызывается не чисто случайными причинами, а причинами, внутренне присущими каждому данному явлению. Так, устойчивый результат многократного подбрасывания монеты или игральной кости почти не зависит от случая не потому только, что действует большое число случайных факторов, а потому, что монета или кость симметричны, т. е. благодаря действию основной причины. Именно поэтому в опытах с многократным подбрасыванием монеты или кости неизменно получался почти один и тот же результат, хотя опыты производились разными людьми в разных условиях места и времени. Стоило только нарушить исходную симметричность — и результат получился бы иной.

Значение абстрактных схем теории вероятностей в том, в частности, и заключается, что они, как бы ни схематизировали и ни упрощали действительность, позволяют в очевидной форме показать единство необходимого и случайного, а также дать хотя бы схематическое представление о механизме действия необходимых и случайных причин в их переплетении, а не только одних лишь случайных причин. Кроме того, основное понятие — вероятность как количественная характеристика степени объективной возможности того или иного результата в массовом процессе имеет реальный смысл и научную ценность лишь в той мере, в какой в ней учтено действие основных причин, осложненное влиянием причин случайных, а не действие одних лишь случайных причин.

Вероятность является к тому же объективной количественной оценкой роли необходимых факторов в формировании результата массового процесса. Именно поэтому вероятность не противостоит причинности, как утверждают индетерминисты, а определяются ею. Так, если мы, имея урну с шарами, утверждаем, что вероятность попасть в выборку белому шару равна 0,75, а черному — 0,25, то тем самым мы указываем не только на степень возможности того или иного результата выборки, но и на тот постоянный фактор (состав шаров в урне), который при многократном испытании объективно приведет к определенному результату.

Не имеет при этом значения, можем мы или не можем в том или ином случае назвать эти факторы и указать роль каждого. Например, утверждая на основании огромного фактического материала, что вероятность рождения мальчиков 0,51, а девочек 0,49, мы исходим из того, что роль одних

⁷ Там же, стр. 539.

постоянных факторов, приводящих к одному результату, в такой-то определенной мере значительнее роли других, тоже постоянных, факторов, приводящих к другому результату. Мы исходим также из того, что неизвестные постоянные факторы существуют и что к определенным следствиям приводят именно они, а не случайные факторы, которые в массовом процессе не могут иметь решающее значение для формирования результата этого процесса. Иначе говоря, мы исходим из того, что во всех массовых процессах господствует «необходимость», дополнением и формой проявления которой является *случайность*» (Энгельс)⁸.

Поэтому мы и полагаем, что утверждение А. Н. Колмогорова, что совокупное действие большого числа случайных факторов приводит к определенному результату, почти не зависящему от случая, не раскрывает ни сущности закона больших чисел, ни объективных основ закономерности массового процесса. Оно дает лишь основание для неправильных суждений. Все действующие факторы должны быть расчленены, как учит диалектика, на две группы: 1) основные, типичные, общие для всех единиц массовой однородной совокупности причины и условия, которые определяют развитие массового процесса в конкретном направлении, определяют уровень, типичный для единиц данной массовой, качественно однородной, совокупности; 2) нетипичные, второстепенные, случайные причины и условия, которые создают специфику, индивидуальные особенности единиц массовой совокупности, вызывают отклонения от типичного уровня явления. Без такого деления причин нельзя понять ни объективные основы закономерностей, проявляющихся лишь в массовом процессе, ни природу закона больших чисел, ни сущность единства необходимого и случайного.

То обстоятельство, что в некоторых явлениях, например в явлениях микромира, изучаемых квантовой механикой, наука еще не выяснила основных причин или не определила, какие из известных причин являются основными, не может служить аргументом против деления причин каждого явления на основные и второстепенные, на необходимые и случайные.

Многовековая человеческая практика показывает, что во всех достаточно изученных наукой явлениях действуют основные, постоянные, главные причины, ведущие к строго необходимому следствию, а наряду с ними — и второстепенные, побочные, неустойчивые связи, вызывающие те или иные отклонения от этих необходимых следствий, от закономерного развития явлений. При этом отклонения бывают существенные и несущественные, заметные и незаметные. Признание этого важного для науки объективного факта, свойственного всем явлениям природы и общества, есть необходимое условие успешной работы в тех областях, где основные причины некоторых закономерностей массовых процессов еще не обнаружены.

Для того чтобы природа и механизм действия закона больших чисел не казались загадочными, необходимо уяснить, что, хотя указанные две группы факторов переплетаются, их природа различна, и поэтому они действуют по-разному. В то время как факторы первой группы являются внутренними, коренятся в природе явления и действуют в определенном направлении, факторы второй группы являются внешними, не связанными с внутренней природой данного явления, с его сущностью. Совпадение и переплетение двух данных групп факторов — дело случая. В силу этого факторы второй группы действуют по отношению к факторам первой в *беспорядочном направлении*. Такова форма проявления действия второй, внешней, группы факторов, *общая для всех случайных и нетипичных причин* любых явлений объективного мира. Именно в силу этой общей формы проявления случайные и нетипичные отклонения в обе стороны от типичного среднего уровня

⁸ К. Маркс и Ф. Энгельс. Избранные произведения, т. II. М., 1955, стр. 485.

явления имеют и положительные, и отрицательные знаки, а при определенных условиях взаимопогашаются. В результате отчетливо проявляются закономерности, обусловленные внутренними факторами, общими для всего массового процесса.

Необходимо подчеркнуть, что в данном случае идет речь о взаимопогашении отклонений от типичной средней как о результате действия случайных причин в массовом процессе, а не о взаимопогашении обычных индивидуальных отклонений от любой арифметической средней как общем математическом свойстве этой средней⁹. В таком взаимопогашении отклонений, обусловленном формой проявления действий внешних факторов массового процесса, и заключается сущность закона больших чисел в той ее трактовке, какая в настоящее время общепризнана в советской статистике.

Закон больших чисел, отражая процессы, вызван лишь формой проявления внешних причин, а не их сущностью. Это важно для понимания не только природы закона, но и роли его в познании закономерностей массовых явлений. Именно потому, что закон больших чисел связан лишь с формой проявления внешних причин, общей для всех массовых неавтоматических процессов объективного мира, он одинаково действует во всех таких процессах и является общим их законом. Это позволило дать математическое обобщение этого закона в виде ряда общих теорем, известных под названием закона больших чисел, которые безразличны к специфике и содержанию явления.

* * *

Господствующая в нашей статистической литературе точка зрения ограничивает действие закона больших чисел лишь случаем, когда отклонения от типичного среднего уровня взаимопогашаются. «Случайные отклонения величин индивидуальных явлений при их достаточно большом количестве взаимно погашаются. Принцип взаимопогашения таких отклонений в случае достаточно большого количества индивидуальных явлений называется законом больших чисел», — определяют авторы учебника «Статистика»¹⁰. «Сущность закона больших чисел — или иначе называемого закона средней — состоит во взаимопогашении случайных отклонений при соединении их в большие массы», пишет Б. С. Ястремский¹¹. Аналогично определяется закон больших чисел и в других учебниках и учебных пособиях по статистике и математической статистике.

Ограничение действия закона больших чисел лишь случаями взаимопогашения отклонений от типичного среднего уровня связывают обычно с хорошо известными теоремами Чебышева и Ляпунова. Первая из них говорит в взаимопогашении отклонений от среднего уровня, а вторая — о симметричном (нормальном) распределении этих отклонений, т. е. о таком распределении, при котором по мере увеличения абсолютной величины отклонений одинаково уменьшается число их как по одну, так и по другую сторону от средней. Но такое ограниченное толкование закона отнюдь не соответствует ни явлениям действительности, которые богаче и разнообразнее, чем их пытаются представить некоторые теоретики, ни последующим достижениям и обобщениям Маркова, Бернштейна, Колмогорова и других математиков, показавших, что можно построить вероятностные схемы, которые приводят в массовом процессе к асимметричным распределениям.

⁹ Если индивидуальные отклонения от арифметической средней $\bar{x}$ выразить разностями $x_i - \bar{x}$, то известно, что алгебраическая сумма таких отклонений, т. е. $\sum (x_i - \bar{x})$, при любых условиях равна нулю.

¹⁰ «Статистика». М., Госстатиздат, 1956, стр. 7.

¹¹ Б. С. Ястремский. Математическая статистика. М., Госстатиздат, 1956, стр. 42.

Но дело не только в математическом обосновании тех или иных распределений и их характеристик, ибо математика лишь обобщает то, что реально существует и присуще явлениям объективного мира. Неправильно противопоставлять математические теоремы о законе больших чисел его проявлению в реальной действительности, как это еще недавно делали некоторые наши авторы. Но нельзя отождествлять известные математические теоремы о законе, приспособленные к несложным схемам, с действием его в сложной реальной обстановке. Закон больших чисел, как закон объективного мира, всегда действовал. Людям это было давно известно из опыта, и в своей многообразной практической деятельности они сознательно опирались на закон больших чисел задолго до того, как он получил математическое выражение, обоснование и свое имя. Даже и теперь, несмотря на огромные достижения математики, люди успешно пользуются этим законом в более широкой сфере, чем это вытекает из известных математических схем.

В частности, теоремы Чебышева и Ляпунова предполагают, что случайные причины действуют независимо от основных причин. В объективной же действительности, особенно в явлениях общественной жизни, дело обстоит сложнее и складывается оно по-разному в разных явлениях. Случайные причины действуют обычно во взаимосвязи с основными причинами. Конечно, немало таких явлений, особенно в неорганическом мире, где эта взаимосвязь настолько несущественна, что ею практически можно пренебречь. Но часто основные причины в той или иной мере ограничивают, даже нейтрализуют действие случайных причин. В тех случаях, когда ограничение одинаково влияет на величины отклонений в обе стороны от типичной величины, возникает симметричное распределение отклонений. Но во многих явлениях основные причины и свойства явлений в большей мере ограничивают отклонения в какую-либо сторону. В таких случаях отклонения имеют асимметричное распределение.

Так, в однородной совокупности семей, для которых типично наличие двух детей, отрицательные отклонения от типичной величины могут принимать лишь значения -1 и -2 , положительные же отклонения менее ограничены и могут принимать значения $+1$, $+2$, $+3$, $+4$ и т. д. В подобных случаях отклонения от типичной величины неизбежно имеют асимметричное распределение, которое отнюдь не вызывается неоднородностью совокупности.

Неоднородной является лишь такая совокупность, элементы которой складываются под воздействием различных основных причин. Если же основные причины — общие для всех единиц данной совокупности, но по-разному ограничивают положительные и отрицательные отклонения от типичного уровня, обусловленные случайными причинами, то единицы такой совокупности не перестают быть единицами однородной совокупности. Так, молекулы одного и того же газа не могут рассматриваться как элементы разнородной совокупности, хотя по скорости они распределяются асимметрично. Точно так же не разнородна совокупность семей (рабочих или колхозных), которые распределяются асимметрично по числу членов семьи, и т. п.

Поэтому нельзя согласиться с часто встречающимся утверждением, что асимметричное распределение обязательно говорит о неоднородной совокупности, в границах которой закон больших чисел не действует. «Для различения однородных и разнородных совокупностей, — пишет, например, Б. С. Ястремский, — важным подспорьем может служить изучение распределения (вариационного ряда) в сравнении с нормальным распределением»¹².

¹² Б. С. Ястремский. Математическая статистика, стр. 67.

Между тем асимметричное распределение, как мы уже отметили, может возникать не только вследствие неоднородности совокупности, но и потому что во многих случаях основные причины и свойства явления ограничивают действие случайных причин определенным образом, т. е. ограничивают отклонения от типичного уровня в одну сторону в большей мере, чем в другую. Поэтому, как ни интересны и ни убедительны примеры в названной книге Б. С. Ястремского, показывающие случаи асимметрии, действительно обусловленной неоднородностью совокупности, они все же не могут доказать, что ею обусловлена всякая асимметрия. В частности, вряд ли может социальная статистика рассчитывать на более однородную совокупность, чем совокупность молекул газа, с которой имеет дело физика, и тем не менее единицы этой совокупности распределяются по скорости — своему решающему признаку — асимметрично. Практика показывает, что закономерности однородного массового процесса, в котором нет автоматизма, всегда проявляются лишь при большом числе единиц совокупности и независимо от того, взаимопогашаются отклонения от типичного среднего уровня или нет, имеют ли эти отклонения симметричное или асимметричное распределение.

Асимметричное распределение характерно для многих вполне однородных явлений советской социально-экономической действительности. С таким распределением приходится часто сталкиваться при группировке единиц совокупности по уровню выполнения планов и норм. Объективной основой такого распределения является в таких случаях массовая борьба за выполнение планов и норм. При правильном планировании и нормировании она приводит к тому, что основная масса единиц совокупности сосредоточивается вокруг стопроцентного уровня выполнения планов и норм, а при неправильном планировании — вокруг другого уровня. В то же время меры, систематически принимаемые в отношении плохо работающих и отстающих предприятий, хозяйств и работников, а также помощь, им оказываемая, ограничивают возможные отклонения в сторону невыполнения планов и норм. Отклонения же в сторону перевыполнения планов и норм не только не ограничиваются, а поощряются. Положительным отклонениям способствуют также новые возможности и резервы, которые не могли быть учтены при составлении плана и выясняются лишь по мере его выполнения. В силу этого распределение единиц совокупности по степени выполнения планов и норм бывает чаще всего асимметричным. Следовательно, утверждение, что действие закона больших чисел распространяется лишь на случаи симметричного распределения, — не более, чем своеобразное проявление отвергнутой жизнью «теории» ограниченной сферы действия этого закона в условиях планового хозяйства.

Достаточно часто встречается асимметричное распределение также при статистическом контроле качества продукции и производственных процессов даже в границах одного и того же производства. Возникающие при этом теоретические и практические вопросы также решаются в предположении, что закон больших чисел действует и в асимметричных распределениях.

В распределении со значительной асимметрией наиболее типичной обобщенной характеристикой является не арифметическая средняя, а мода, т. е. наиболее часто встречающаяся варианта. В асимметричном распределении отклонения от моды обычно не взаимопогашаются, так как по мере увеличения отклонений число их уменьшается быстрее в одну сторону от моды чем в другую¹³. Но это отнюдь не умаляет типичности для данного

¹³ Взаимопогашение отклонений от моды при асимметричном распределении возможно лишь в случаях, когда площади распределения справа и слева от моды равны между собой.

явления, и самой моды, и распределения отклонений от нее, если только они определены на основе большого числа единиц совокупности.

Не лишена смысла в асимметричном распределении и арифметическая средняя — особенно при изучении динамики явления. Сочетание такой средней с групповыми средними и анализ их в тесной связи с сущностью явления имеет широкое распространение в советской статистической практике. Приведем пример.

В статистическом сборнике «Народное хозяйство СССР» (М., Госстатиздат, 1956), на стр. 100 приведены такие данные о числе дворов, приходящемся в среднем на один колхоз:

1928 г.	1932 г.	1937 г.	1940 г.	1950 г.	1953 г.	1954 г.	1955 г.
13	71	76	81	165	220	224	229

Значение этих средних для характеристики динамики колхозов совершенно бесспорно, несмотря на то что распределение колхозов по числу дворов имеет явно выраженную асимметрию, как это видно из следующих данных о 1955 г. (на стр. 131 того же справочника):

Распределение колхозов СССР по числу дворов на конец 1955 г. (в %)

Всего колхозов	до 100	101—200	В том числе имеющих дворов:			501 и более
			201—300	301—500		
100	19,6	35,0	20,8	17,1		7,5

В распределениях такого типа представляют интерес не только арифметические средние величины, но и моды, которые в больших совокупностях характеризуют господствующий тип явления. Не может поэтому не вызвать удивления, что в учебнике «Статистика» не нашлось места для такой важной статистической характеристики, как мода. Ничего не сказано в этом учебнике и об асимметричном распределении, хотя рядом распределения посвящен специальный параграф. В этом ясно сказывается влияние неправильного взгляда, будто в асимметричных рядах распределения закон больших чисел не действует.

Между тем симметричное распределение отклонений от средней и их взаимопогашение — лишь частный, хотя и весьма распространенный, случай проявления закона больших чисел. Неслучайно поэтому Маркс, говоря о действии этого закона в случаях, когда отклонения от средней взаимопогашаются, назвал его не *законом больших чисел*, а *законом средних чисел*. Это дало повод к распространению в нашей литературе выражения *закон больших (средних) чисел*. «Понятия „закон больших чисел и закон средних чисел“, — отмечает А. Н. Колмогоров в упомянутой статье, — многими отождествляются, и поэтому часто употребляются выражения „закон больших (средних) чисел“ или „закон средних (больших) чисел“»¹⁴. Действительно, в учебнике «Статистика» сказано: «Свойство средней улавливать общие черты массовых общественных явлений известно под именем закона больших чисел или, по выражению Маркса, закона средних чисел»¹⁵. Нам представляется, однако, что это — произвольное толкование мысли Маркса. Между прочим, Ленин нигде не пользовался в своих трудах термином «закон больших чисел» как синонимом «закона средних чисел». Да и не все математики и физики применяют термин «закон больших чисел» там, где речь идет о законе средних чисел. П. Л. Чебышев назвал свою основополагающую теорему «теоремой о средних величинах», а не «законом больших чисел», хотя она верна для любого распределения.

¹⁴ Большая советская энциклопедия, изд. 2, т. 5, стр. 540.

¹⁵ «Статистика», стр. 103.

* * *

Сущность закона больших чисел правильно раскрыл Пуассон, который 125 лет тому назад так назвал этот закон, обобщив «золотую теорему» Бернулли в виде теоремы «о законе больших чисел». Хотя то, что в математике именуется теоремой Пуассона, есть лишь частный случай общей теоремы Чебышева о средних величинах, в формулировке сущности закона больших чисел Пуассон далеко опередил свое время. Он не считал закон больших чисел «чисто математическим» законом. Как это видно из его трактовки закона, отраженной в приводимой далее цитате и других положениях известного труда «Исследование о вероятности суждений», Пуассон вполне ясно различал объективную сущность закона больших чисел и его математическое выражение.

Пуассон не мог, конечно, предвидеть ни последующие обобщения закона больших чисел, ни ограничения его действия, но он не преувеличивал степень всеобщности действия этого закона, как утверждают некоторые современные авторы (в частности, Ф. Д. Лившиц). В предисловии к своему труду, изданному в 1837 г., Пуассон писал: «Явления любого рода подчинены универсальному закону, который можно назвать законом больших чисел. Он состоит в следующем: если наблюдать весьма значительные числа однородных событий, зависящих от причин постоянных и от причин, беспорядочно изменяющихся то в одном, то в другом направлении, т. е. без поступательного изменения в каком-либо определенном направлении, то между этими числами можно открыть отношения, весьма близкие к постоянным (*à très peu près constantes*). Для явлений каждого рода эти отношения будут иметь некоторую определенную величину, от которой они будут отклоняться все меньше и меньше по мере того, как ряд наблюдаемых событий будет все более и более возрастать, и которой они в точности достигли бы, если было бы возможно продолжить этот ряд до бесконечности»¹⁶.

Толкование закона больших чисел выдающимся французским математиком исходит из объективных, научных позиций, не затуманенных тенденциозными и апологетическими измышлениями. В нем правильно отражены объективные основы закономерностей массовых процессов, особенности явлений, в которых действует закон больших чисел, а также форма проявления последнего. Явления, в которых действует закон больших чисел, складываются из значительного числа однородных событий. События эти обусловлены факторами двоякого рода — постоянными и случайными, т. е. внутренними и внешними. Внешние причины действуют по отношению к внутренним беспорядочно. Проявление закона больших чисел находит свое выражение не только во взаимопогашении отклонений от средней в симметричном распределении. Благодаря его действию гарантируется при данном сочетании внутренних и внешних причин также устойчивость различных отношений между числами, характеризующими явление, даже если распределение изучаемых признаков имеет асимметричное распределение.

Подобное понимание условий действия закона больших чисел разделял и Маркс, глубоко изучавший математику и широко пользовавшийся законом больших чисел. Так, в первом томе «Капитала», имея в виду действие этого закона, Маркс пишет: «Труд, овеществленный в стоимости, есть труд среднего общественного качества, т. е. проявление средней рабочей силы. Но средняя величина есть всегда средняя многих различных индивидуальных величин одного и того же вида. В каждой отрасли промышленности индивидуальный рабочий, Петр или Павел, более или менее отклоняется от

¹⁶ Здесь и далее цитируем по переводам в статье Ф. Д. Лившица в «Ученых записках по статистике» АН СССР, т. I, 1955, стр. 180.

среднего рабочего. Такие индивидуальные отклонения, называемые на языке математиков «погрешностями», взаимно погашаются и уничтожаются, раз мы берем значительное число рабочих»¹⁷.

Называя закон больших чисел «законом средних чисел», Маркс, по-видимому, хотел, подчеркнуть, что рассматриваемые им законы капитализма проявляются как слепо действующие средние величины и считал эту конкретную форму проявления более важной, чем проявление лишь при большом числе случаев. «Разумное и естественно необходимое,— писал Маркс о капиталистическом производстве,— проявляется лишь как слепо действующее среднее»¹⁸.

Пуассона же, как математика, интересовала не конкретная форма проявления закона в той или иной сфере (в виде ли средней, моды и т. п.), а вопрос, при каких наиболее общих условиях он проявляется в «явлениях любого рода». Такими наиболее общими условиями являются, как отметил Пуассон, «значительные числа однородных событий». Поэтому он и назвал этот закон «законом больших чисел». Замена же этого названия «законом средних чисел», как это предлагает Б. С. Ястремский¹⁹ и другие, не является лишь терминологическим вопросом. Она связана с необоснованным «ограничением» действия закона больших чисел и формы его проявления. Поскольку же действие объективных законов невозможно ограничить, полагаем, что такая замена не может быть признана правильной.

Мы не видим также необходимости в пересмотре той трактовки сущности закона больших чисел, которая дана Пуассоном. В отличие от Кетле и его единомышленников Пуассон не считал ни числовые отношения, выявляющиеся благодаря действию закона больших чисел, ни причины, их обусловившие, вечными и неизменными. «Если, произведя новые опыты,— указывал Пуассон,— мы обнаружим, что те же отношения заметно отклоняются от их предельного значения, установленного предшествующими наблюдениями, то можно заключить, что в промежуток времени между двумя сериями опытов причины, от которых зависят наблюдаемые факты, испытали поступательное изменение или даже некоторый резкий сдвиг».

Существенно также и то, что Пуассон видел разницу между проявлением закона больших чисел в сложных и многообразных явлениях общественной жизни и менее сложных явлениях природы. «Не приходится сомневаться,— отмечает он там же,— что в общественных явлениях, которые зависят от воли людей, от их интересов, их взглядов и страстей, закон больших чисел проявляется не в такой мере, как в явлениях физического порядка».

Из сказанного видно, что трактовка Пуассона является подлинно научной. Сомнения которые возникли у некоторых наших статистиков и математиков, объясняются, как нам кажется, следующим. Во-первых, в законе больших чисел иногда усматривают лишь то, что заключено в математических теоремах Чебышева и Ляпунова; во-вторых, в трактовке Пуассона находят нечто общее со взглядами Кетле, а в отношении Кетле некоторые советские статистики в отличие от Маркса заняли позицию полного и безоговорочного отрицания.

Это общее заключается в делении причин объективных закономерностей массового процесса на постоянные и случайные. Но ведь это и есть именно то «рациональное зерно», которое имеется во взглядах выдающегося бельгийского статистика прошлого столетия. В вопросе о причинах закономерностей общественной жизни Кетле стоял на естественно-научных позициях, на позициях детерминизма. Ошибки же его были порождены тем, что он был сторонником механического детерминизма, доведенного до фата-

¹⁷ К. Маркс и Ф. Энгельс. Сочинения, т. 23, стр. 334.

¹⁸ К. Маркс и Ф. Энгельс. Избранные письма, 1948, стр. 209.

¹⁹ Б. С. Ястремский. Математическая статистика, стр. 44.

лизма. В силу этого он относил деятельность людей к числу случайных факторов, которые не могут сколько-нибудь существенно влиять на закономерности развития общественной жизни. Следовательно, ошибки Кетле заключаются не в делении причин на необходимые и случайные, а в том, что он относил к этим причинам, а также в том, что он возвел между этими двумя группами причин непроходимую грань, считая исключенным возможность взаимных переходов и превращений случайности в необходимость и наоборот.

Научная позиция Кетле не помешала ему, однако, вскрыть последовательность и порядок в таких явлениях общественной жизни, которые, на первый взгляд, складываются из одних лишь случайностей. Но она исключала возможность выяснить причины этих закономерностей. Вот почему Маркс писал о Кетле: «В прошлом у него большая заслуга: он доказал, что даже кажущиеся случайности общественной жизни вследствие их периодической возобновляемости и периодических средних цифр обладают внутренней необходимостью. Но объяснение этой необходимости ему никогда не удавалось»²⁰.

В трактовке же Пуассона нет, как уже показано, ни вечно постоянных, ни вечно случайных причин. Не исключаются, следовательно, и взаимные переходы одних причин в другие.

Исходя из сказанного, мы можем сформулировать смысл закона больших чисел, в наиболее общем виде, так:

В качественно однородной совокупности, элементы которой подвержены действию как общих постоянных причин, так и индивидуальных и случайных причин, закономерности явлений, общие черты и свойства, существенные для всех единиц данного типа, могут проявиться только при условии, что совокупность состоит из достаточно большого числа единиц, только в массовом процессе.

* * *

Для уяснения вопроса об объективных основах закономерностей массовых процессов и закона больших чисел важно подчеркнуть, что роль указанных двух групп причин в формировании процесса в разных явлениях различна. Кроме того, для одних явлений роль внешних причин существенна, для других несущественна. Эти обстоятельства имеют решающее значение для понимания объективных основ закономерностей разного типа.

Переплетение, перекрещивание внутренних причин со внешними свойственно, как мы уже отметили, всем явлениям объективного мира. И хотя сам факт перекрещивания — дело случая, но все причины — независимо от того, внутренние они или внешние, — действуют на явление не изолированно одни от других. Причины эти, поскольку они существуют в одном и том же явлении, действуют одновременно с разной силой и во взаимодействии. При этом чем сильнее действуют внутренние причины, тем более они ограничивают и подчиняют действие внешних.

Это особенно относится к явлениям, контролируемым и сознательно регулируемым обществом, как это имеет место в условиях социалистического планового хозяйства, где, благодаря познанию и сознательному использованию объективных законов, преодолевается стихийность их действия. Так, планомерно насыщая рынок товарами по твердо установленным ценам, государство регулирует цены на колхозном рынке и ограничивает их колебания, возникающие под влиянием соотношения спроса и предложения. Чем планомернее и интенсивнее растет культура земледелия, тем больше

²⁰ К. Маркс и Ф. Энгельс. Сочинения, т. XXVI, стр. 7.

суживаются колебания урожайности, вызываемые «капризами» природы. Чем лучше налажен на предприятии контроль производственных процессов и качества выпускаемой продукции, чем оперативнее упраздняются всякие неполадки производственного процесса, тем меньше брака и реже нарушения технологического порядка, вызываемые случайными обстоятельствами.

Такое взаимодействие внутренних и внешних причин означает, что «средняя», «равнодействующая», образующаяся в результате действия всех причин, не является продуктом механического сложения сил, механических связей, среди которых нет главенствующих связей, определяющих закономерность явлений. Важно выяснить эти главные связи и раскрыть механизмы их действия. В этом и заключается задача науки, которой часто приходится иметь дело с закономерностями, проявляющимися лишь как господствующая тенденция, как некоторая средняя, как равнодействующая. Такой характер взаимосвязей внутренних и внешних причин отрицают эклектики, для которых все связи равноценны, а также идеалисты, которые пытаются доказать, что средняя, или равнодействующая, «создается законом больших чисел из хаоса явлений» и что поэтому господствующая тенденция, закономерность лишены объективной основы.

Основные внутренние причины всегда играют решающую роль в формировании закономерностей явлений. В некоторых случаях действие внутренних причин настолько превалирует или в такой мере подчиняет себе действие внешних причин, что последние перестают быть помехой четкому проявлению закономерности даже в каждом отдельном элементе совокупности. *В таких случаях действие внутренних причин является объективной основой существования простых, элементарных закономерностей.*

Роль внешних факторов, поскольку они действуют беспорядочно и под воздействием закона больших чисел, обычно несущественна в определении закономерности развития совокупности в целом. Но в очень многих случаях эти причины оказывают более или менее существенное влияние на формирование отдельно взятых единиц, входящих в состав однородной совокупности (или ансамбля, как говорят физики). В силу этого особенности отдельных единиц совокупности не определяются целиком лишь внутренними причинами. Единицы такой совокупности, несмотря на ее качественную однородность, обладают признаками, которые в результате действия внешних причин меняются, варьируют в своем значении от одной единицы к другой. *Такие именно реально существующие совокупности, а не всякое множество, и являются статистическими совокупностями.* Им свойственны массовые, но не автоматические процессы.

В таких совокупностях объективно существующая закономерность может внешне проявиться и быть обнаруженной благодаря действию закона больших чисел лишь в массовом процессе, как статистическая закономерность. Такие закономерности являются продуктом движения множества качественно однородных единиц совокупности и находят выражение в виде главной, результирующей тенденции развития всей совокупности единиц. Поскольку такие совокупности существуют объективно, объективны и закономерности их движения и развития.

Примером таких закономерностей могут служить закономерности общественной жизни, в частности закономерности капиталистического способа производства. «...При капиталистическом производстве, — указывал Маркс, — общие законы осуществляются весьма запутанным и приблизительным образом, лишь как господствующая тенденция, как некоторая никогда твердо не устанавливающаяся средняя постоянных колебаний»²¹.

²¹ К. Маркс и Ф. Энгельс. Сочинения, т. 25, ч. I, стр. 176.