

上海大学出版社

2006年上海大学博士学位论文 2



非线性全局优化的 填充函数法

- 作者：梁玉梅
- 专业：运筹学与控制论
- 导师：张连生



上海大学出版社

2006年上海大学博士学位论文 2



非线性全局优化的 填充函数法

- 作者：梁玉梅
- 专业：运筹学与控制论
- 导师：张连生



Shanghai University Doctoral Dissertation (2006)

Filled Function Methods for Nonlinearly Global Optimization

Candidate: Yumei Liang

Major: Operations Research & Cybernetics

Supervisor: Liansheng Zhang

Shanghai University Press

• Shanghai •

图书在版编目(CIP)数据

2006 年上海大学博士学位论文. 第 1 辑/博士学位论文编辑部编. —上海: 上海大学出版社, 2009. 12

ISBN 978 - 7 - 81118 - 511 - 9

I. 2... II. 博... III. 博士—学位论文—汇编—上海市—2006 IV. G643.8

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 162521 号

2006 年上海大学博士学位论文

——第 1 辑

上海大学出版社出版发行

(上海市上大路 99 号 邮政编码 200444)

(<http://www.shangdapress.com> 发行热线 66135110)

出版人: 姚铁军

*

南京展望文化发展有限公司排版

上海华业装潢印刷厂印刷 各地新华书店经销

开本 890×1240 1/32 印张 264.75 字数 7 376 千

2009 年 12 月第 1 版 2009 年 12 月第 1 次印刷

印数: 1—400

ISBN 978 - 7 - 81118 - 511 - 9/G · 513 定价: 1000.00 元(50 册)

上海大学

本论文经答辩委员会全体委员审查,确认符合上海大学博士学位论文质量要求。

答辩委员会名单:

王哲民	复旦大学	教授	200433
徐以汎	复旦大学	教授	200433
梁浩安	上海财经大学	教授	200433
高岩	上海理工大学	教授	200093
朱德通	上海师范大学	教授	200234

评阅人名单:

王哲民	复旦大学	教授	200433
徐以汎	复旦大学	教授	200433
孙小玲	复旦大学	教授	200433
唐国春	上海第二工业大学	教授	201209
濮定国	同济大学	教授	200092

答辩委员会对论文的评语

梁玉梅的博士学位论文“非线性全局优化的填充函数法”，对全局优化的填充函数法作了进一步的拓广研究。由于填充函数法求全局优化的基本思想是从一个局部极小点到另一个更好的局部极小点，而求局部极小点算法已十分成熟，关有好的应用软件，因此受到广大应用工作者的欢迎，故对它的进一步拓广和深入研究是有重要理论和实用意义的。

论文的第四章和第五章，对箱子约束和一般紧集约束，给出了有约束填充函数定义，并给出了一个单参数的填充函数，去掉了目标函数的强制性人为条件，这对填充函数法是一个实质性的改进。

论文的另一个重要特点是有大量的数值计算实例，关对已往的相关算法作了比较，对算法实现也作了十分细致的讨论。

从全文看，作者很好的专业基础知识，对有关文献有很好的掌握和理解，有很好的独立研究能力和计算能力，是一篇优秀的博士论文。答辩委员会一致通过博士学位论文，并建议授予博士学位。

答辩委员会表决结果

答辩委员会表决结果：答辩委员会一致通过博士学位论文,并建议授予博士学位。

摘 要

最优化是一门应用相当广泛的学科,它讨论决策问题的最优选择,构造寻求最优解的计算方法并研究这些方法的理论性质及实际计算表现.由于社会的进步和科学技术的发展,最优化问题广泛见于经济计划、工程设计、生产管理、交通运输、国防军事等重要领域,因此受到高度重视.伴随着计算机的高速发展和最优化工作者的努力,最优化的理论分析和计算方法得到了快速发展.

求解一般函数的全局最优解问题是热点课题之一.对全局最优化问题有两个困难需要解决:一是如何从一个局部极小解出发找到更好的局部极小解;另一个是全局最优解的判定问题.全局最优化算法,从算法的构造上大体可以分为确定型算法和随机型算法.其中,填充函数法就是随之出现的一种确定型算法,它是解决第一个困难的实用方法之一.

填充函数的主要思想是:如果已经找到了一个局部极小 x^* ,但它不是全局最小,可以在 x^* 处构造一个填充函数使迭代点列离开 x^* 所在的谷域,找到更好的点 x' (即 x' 处的目标函数值比 x^* 处的目标函数值更小).然后以 x' 为初始点极小化原问题找到更优的局部极小点.

填充函数法只需应用成熟的局部极小化算法,因此受到理论以及实际工作者的欢迎.但是由于填充函数是目标函数的复合函数,且目标函数本身可能很复杂,所以构造的填充函数形式也可能很复杂.再就是参数过多,难以调节.早期提出的填充

函数法是沿着线方向搜索方法,使得在实际计算时工作量很大.构造形式简单以及较少参数的填充函数并使其具有好的性质,以便节约许多冗长的计算步骤及调整参数的时间,提高算法的效率,是理论和实际工作者继续研究填充函数的目的.

本论文的主要工作是:在已有填充函数算法的基础上,对三类连续全局最优化问题尝试提出一些改进和创新.力图在算法效果方面有所提高,在理论方面有所深化.

本文包含五章内容.

第一章,介绍了目前国内外主要的几种全局最优化问题和算法以及它们的特点.这包括:填充函数法、打洞函数法、分枝定界法等.对填充函数法,从算法的思想到相关理论给出了一些深入浅出的说明,在此基础上,分析了各自的优缺点,为进一步的推广和构造新的填充函数法,提供一些指导思想和思路.后面四章由四篇独立的文章组成.

第二章,对一般无约束连续全局最优化问题,在无李普希兹连续条件下,提出了一个新的简单单参数填充函数.针对这个填充函数,设计了算法,对该算法进行了有效的数值实验,并将该算法的结果与文献[81]作了对比.结果表明,该算法是有效的.

第三章,对无约束连续全局最优化问题,提出了一个有别于第二章的新的单参数填充函数,针对这个填充函数,设计了两个算法,对这两个算法进行了数值实验,并对这两个算法结果与第二章的算法结果进行了对比.结果表明,这两个算法都是有效的.

第四章,对一般 R^n 空间中带有简单箱子约束全局最优化问题,在无强制性条件下,提出了一个新的单参数填充函数,针对该填充函数,设计了一个算法,对算法进行了大量的数值实验,

并将数值结果与第三章的算法进行了详细的对比,结果表明,该算法也是有效的。

第五章把无约束全局最优化问题的思想方法拓广到求解带有约束的非线性规划问题的全局最优化问题. 在较弱的条件下,在 R^n 空间中,对于带有非线性不等式约束的全局优化问题给出了一个单参数填充函数,分析并证明了填充函数的性质,并对该填充函数设计了一个新算法.

关键词 非线性规划,全局最优化,填充函数,填充函数方法,局部极小点,全局极小点

Abstract

The optimization is a widely used discipline, which discusses the characters of optimal choice on decision problems and constructs computing approaches to find the optimal solution. Due to the advancement of society and the development of science and technology, the optimization problems are often discovered in the field of economic planning administration, engineering design, production management, traffic transportation, national defence and so on. They are so important that meet with much recognition. With the speedy development of computer and the hard work of scientists, the theoretic analysis and computational methods on optimization have been highly improved.

To find the effective methods for finding the global optimal solutions of a general multi-minimizers function is one of the hot topics. There two difficulties in global optimization. One is how to leave from a local minimizer to a smaller one and the other is how to judge that the current minimizer is global. Global optimization methods can be classified into two groups: stochastic and deterministic methods. The filled function algorithm introduced by Ge and Qin (1987) is one of the well-known and practical methods for settling the first difficulty. The main idea of filled

function method is: If a local minimizer x^* has been found, we can make a filled function, such that iterative sequential points leave the valley in which x^* lies to find a better point x' in the lower valley (i. e. $f(x') < f(x^*)$). Then let x' be a new initial point to search for a better minimizer.

In recent years, many kinds of filled functions with parameters have been presented. However, those parameters are too hard to adjust and it is most probable that global optimizers are lost or fake better minimizers are found. Therefore, further research is worthy of continuing on how we can construct filled functions with simple forms, better properties and more efficient algorithms.

This paper mainly consists of five chapters. In the first chapter, some methods for global optimization problems are briefly presented, including the new filled function methods and the branch-and-bound methods, the modified tunnelling methods and the integral function methods, and so on.

Chapter 2, a new filled function with one parameter is suggested for finding a global minimum point for a general class of nonlinear programming problems with a closed bounded domain. Without the Lipschitz continuous condition, a new algorithm is presented according to the theoretical analysis. The implementation of the algorithm on several test problems is reported with satisfactory numerical results.

Chapter 3, a novel filled function with one parameter is suggested in this paper for finding a global minimum point for

a general class of nonlinear programming problems with a closed bounded domain. Two algorithms are presented according to the theoretical analysis. The implementation of the algorithms on several test problems is reported with satisfactory numerical results.

Chapter 4, a new auxiliary function with one parameter with box constrained on R^n for escaping the current local minimum point of global optimization problem is proposed. Under some mild assumptions, we prove it is a filled function. A new algorithm is presented according to the theoretical analysis. And some numerical results demonstrate the efficiency of this global method for unconstrained global optimization.

Chapter 5, the idea for unconstrained global optimization is extended to nonlinear global problems with constraints. Firstly, we give a definition of filled function for constrained problem and under some mild assumptions, we prove it is a filled function. Then, a new algorithm is presented according to the theoretical analysis.

Key words nonlinear programming, global optimization, filled function, filled function method, local minimizer, global minimizer

目 录

第一章 全局最优化问题概述及基础知识	1
1.1 基础知识	1
1.2 全局优化中的确定性算法简介	6
1.3 全局优化中的随机算法简介	27
第二章 一个简单单参数填充函数	31
2.1 引言	31
2.2 填充函数及其性质	33
2.3 算法的解释及算法的实现	37
2.4 数值实验	43
2.5 小结	53
第三章 一个新的单参数填充函数	55
3.1 引言	55
3.2 填充函数及其性质	56
3.3 算法的解释及算法的实现	65
3.4 数值结果	73
3.5 小结	84
第四章 R^n 空间中一个简单箱子约束全局最优化单参数 填充函数	86
4.1 引言	86
4.2 填充函数及其性质	88
4.3 算法的解释及算法的实现	94
4.4 数值结果	97
4.5 小结	106

第五章 R^n 空间中一个非线性不等式约束全局最优化单参数

填充函数 108

 5.1 引言 108

 5.2 填充函数及其性质 110

 5.3 算法的解释及算法的实现 116

 5.4 小结 118

结论 119

参考文献 122

附录：算例 132

作者攻读博士学位期间发表和已投稿的论文 137

致谢 139

第一章 全局最优化问题 概述及基础知识

最优化是一门应用性很强的学科. 简单地讲, 它研究某些用数学模型表述的问题, 并求出其最优解, 即对于给出的实际问题, 从众多方案中选出最优方案. 具体来说, 它讨论决策问题的最佳选择之特性, 构造寻求最佳解的计算方法, 研究这些计算方法的理论性质及其实现.

虽然最优化可以追溯到古老的极值问题, 然而它成为一门独立的学科是在 20 世纪 40 年代末, 在 1947 年 Dantzing 提出求解一般线性规划问题的单纯形法^[3,7]之后. 现在, 对线性规划、非线性规划以及随机规划、非光滑规划、多目标规划、几何规划、整数规划等各种最优化问题的理论研究发展迅速, 新方法不断涌现^[12, 13, 19-22, 33, 34, 36, 56, 70, 78, 79], 实际应用日益广泛. 最优化理论和方法在自然科学、经济计划、工程设计、生产管理、交通运输、国防等重要领域, 已受到政府部门、科研机构 and 产业部门的高度重视, 成为一门十分活跃的学科. 伴随着计算机的高速发展和优化计算方法的进步, 规模越来越大的优化问题可以得到解决.

最优化作为应用数学领域的重要组成部分, 它研究的问题广泛见于科学技术、金融经济、工程设计、生产管理、网络交通、农业预测、国防军事等重要领域, 因此受到高度重视. 最优化包含很多分枝, 如线性规划、非线性规划、组合优化、多目标规划、随机规划等等. 本文主要讨论非线性规划中全局最优化问题.

1.1 基础知识

非线性规划被用来识别和计算多个变量的非线性函数的最优