全国重点中学高考把关教师精编高考模拟试题

数学分册（理工科）

北京景山学校

王念亲　徐望根　邹优教　编

吉林科学技术出版社

全国重点中学高考把关教师
精编高考模拟试题

数学分册

（理工科）

王念亲
北京景山学校　徐望根　编
邹优教

吉林科学技术出版社

全国重点中学高考把关教师精编高考模拟试题

数 学 分 册（理工科）　　北京景山学校　王念亲 徐望根 邹优教 编

责任编辑：王维义　　封面设计：杨玉中

出版　吉林科学技术出版社　787×1092毫米32开本　10.5印张　230,000字

1989年9月第1版　1990年9月第2次印刷

发行　吉林省新华书店　印数：6181—20155 册　定价：3.30元

印刷　磐石县印刷厂　ISBN 7-5384-0360-4/G·24

前　　言

在高中授课即将结束马上转入总复习的时候，广大师生都希望选择一套好的总复习参考书，当然更渴望了解到全国重点中学的学生在做些什么样的综合练习，把关教师是如何指导学生总复习的。这套书就是为了适应这一需要而编写的。本套书是由全国重点中学中的高考把关教师（特级或高级教师）根据最近两年高考试题的题量、难度、知识范围、重点和试题形式，以他们所在学校最近两届应届毕业生应考前的实际模拟考试题为基础编写成的。该套书包括：语文、数学（文科）、数学（理科）、物理、化学、生物、英语、历史、地理、9个分册。每分册包括10套（或10套以上）模拟试题。作者基于自己的丰富经验，对试题作了详细解答与分析，书后附有1987和1988年高考试题与解答及评分标准。

编写该套书时充分考虑到毕业生学习紧张、负担重的情况，所以每种书都篇幅短、重点突出、内容详略得当。每套模拟试题给出解答后切中要害地指出学生容易出现的错误及原因。

该套书的另一个特点是：内容覆盖面大、知识应用灵活、试题类型全，可有效地提高学生的应试能力。

该套书的第三个特点是：内容结构编排合理，适合学生自检自测。在高考所给的时间内学生能否做完一套试题？能

做对多少？并根据评分标准估算自己的得分。对于难度大、不能准确回答的题目，只要仔细阅读解答与分析，便可顿开茅塞。

目　　录

模 拟 试 题 一

一、选择题（本题满分24分）本题共8个小题，每一个小题都给出代号为A、B、C、D 的四个结论，其中只有一个正确的，把你认为正确的结论的代号写在题后的圆括号内，每一个小题选对得3分，不选和选错一律得0分。

（1）对于任意的两个集合A和B，下列命题中正确的是

（A）若$A\cap B=\phi$，则$A\cup B\neq A\cap B$.

（B）若$A\cap B\neq\phi$，则$(A\cup B)\supset(A\cap B)$。

（C）若$A\subset(A\cup B)$，则$(A\cap B)\subset(A\cup B)$。

（D）若$(A\cap B)\subset A$，则$A\subset(A\cup B)$.

〔答〕（　　）

（2）函数$y=-\sqrt{1-x^2}$（$-1\leqslant x\leqslant 0$）的反函数是

（A）$y=\sqrt{1-x^2}$（$-1\leqslant x\leqslant 0$）。

（B）$y=-\sqrt{1-x^2}$（$-1\leqslant x\leqslant 0$）。

（C）$y=\sqrt{1-x^2}$（$0\leqslant x\leqslant 1$）。

（D）$y=-\sqrt{1-x^2}$（$0\leqslant x\leqslant 1$）。

〔答〕（　　）

（3）当$a>0$且$a\neq 1$时，函数$y=a^x$与$y=-\log_a(-x)$的位置关系是

（A）关于x轴对称。

（B） 关于 y 轴对称。

（C） 关于直线 $y=x$ 对称。

（D） 关于直线 $y=-x$ 对称。

〔答〕（　　）

(4) 若 $\sqrt{\sec^2\alpha-1}=-\mathrm{tg}\alpha$ 且 $\csc\alpha\cdot\sqrt{1-\cos^2\alpha}=1$，则 α 是

（A） 第一象限的角。　　（B） 第二象限的角。

（C） 第三象限的角。　　（D） 第四象限的角。

〔答〕（　　）

(5) 函数 $y=\lg(\cos x)$ 的递增区间是

（A） $(2k\pi-\frac{\pi}{2},\ 2k\pi)$，$(k\in Z)$。

（B） $(2k\pi,\ 2k\pi+\frac{\pi}{2})$，$(k\in Z)$。

（C） $(2k\pi+\frac{\pi}{2},\ 2k\pi+\pi)$，$(k\in Z)$。

（D） $(2k\pi+\pi,\ 2k\pi+\frac{3\pi}{2})$，$(k\in Z)$。

〔答〕（　　）

(6) 若 a 与 b 是异面直线，b 与 c 是异面直线，则 a 与 c 是

（A） 平行直线。　　（B） 相交直线。

（C） 异面直线。　　（D） 不确定。

〔答〕（　　）

(7) 条件甲：z_1 与 z_2 是共轭复数，条件乙：$z_1\cdot z_2$ 是实数，则甲是乙的

(A) 充分必要条件。

(B) 充分但不必要的条件。

(C) 必要但不充分的条件。

(D) 既不充分又不必要的条件。

〔答〕 (　　　)

(8) 方程$x^2+y^2+4mx-2y-m+2=0$ ($m\in R$) 所表示的曲线是

(A) 圆。　　　　(B) 一个点。

(C) 不存在。　　　　(D) 不确定。

〔答〕 (　　　)

二、简答题(本题满分32分) 本题共 8 个小题，每一个小题满分 4 分，只要求直接写出结果。

(1) 求直线 $y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+1$的倾斜角$\alpha$的弧度数。

〔答〕

(2) 若 $(1+x)^n$的系数最大的项是第10项，求n。

〔答〕

(3) 设全集$I=R$, $A=\{x\mid x^2-2x-3>0\}$, $B=\{x\mid x^2<4\}$，求$\overline{A}\cap B$。

〔答〕

(4) 某圆锥的侧面展开图是半径为4,圆心角为$\dfrac{3\pi}{2}$的扇形，求它的体积.

〔答〕

(5) 已知$\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$，$\sin\beta=\dfrac{\sqrt{21}}{14}$，且$\alpha$，$\beta$都为锐角，求$\alpha+\beta$的值。

〔答〕

(6) 把 4 个工人分配到 4 个车间，至多有一个车间不分配人，共有多少种分配方法？

〔答〕

(7) 设等腰直角三角形ABC的两个锐角顶点A、B对应的复数分别为$1+4i$和$2+3i$，求直角顶点C对应的复数。

〔答〕

(8) 求$\lim\limits_{n\to\infty}(0.\dot{9})^n$的值。

〔答〕

三、（本题满分 8 分）设$\alpha=\operatorname{arc\,ctg}x\ (x\in R)$，用数学归纳法证明

$$\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2^n}-\operatorname{ctg}\alpha\geqslant n\quad（其中n\in N）$$

四、（本题满分10分）将正方形 $ABCD$ 沿对边 AD、BC的中点E、F的连线折成一个二面角，M、N 分别是AF和EC上的点，且$AM=EN$，求证：$MN\parallel$平面BFC。

五、（本题满分10分）数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_n=a_{n-1}+2^{n-1}$（$n>1$且$n\in N$）试用n表示它的通项a_n和前n项和s_n。

六、（本题满分12分）过点 $A(2,0)$ 作直线与椭圆$x^2+4y^2=1$相交于P_1、P_2两点，求线段P_1P_2的中点P的轨迹方程。

七、（本题满分12分）已知复数 z 满足$\left|z+\frac{1}{z}\right|=1$，求证：

$$\frac{\sqrt{5}-1}{2}\leqslant|z|\leqslant\frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

八、（本题满分12分）求函数 $f(x)=\frac{x}{1+x^2}$ 的值域，推想出 $f(x)$ 的单调区间，再根据函数的单调性定义加以证明。

模拟试题一分析与解答

一、选择题

(1) **分析**：解这题时，特别注意两点：第一、集合A、B的任意性；第二、否定一个结论，只需举一反例，肯定一个结论要给予严格的证明。

解：① **用筛选法**

若$A=B=\phi$，则$A\cup B=A\cap B=\phi$，故排除（A）。

若$A=B\neq\phi$，由$A\cap B\neq\phi$，得$A\cup B=A\cap B$，故排除（B）。

若$A\neq\phi$，$B=\phi$，由$A\cap B=\phi$得$A\cap B\subset A$，则$A=A\cup B$，故排除（D）。

$\therefore$ 选择（C）。

② **用直接法**

$\because$ $(A\cap B)\subseteq A$，又$A\subset(A\cup B)$，

$\therefore$ $(A\cap B)\subset(A\cup B)$，故选（C）。

(2) **分析**：已知函数的图象是单位圆中在第三象限的一段弧（包括坐标轴上的点），根据反函数的图象与原函数的图象关于直线$y=x$对称，所求反函数的图象仍为单位圆中第三象限的这段弧（包括坐标轴上的点）。这便说明原函数与它的反函数的解析表达式是相同的。

解：① 用直接法

$\because\quad y=-\sqrt{1-x^2}\qquad(-1\leqslant x\leqslant 0)$

$\therefore\quad y^2=1-x^2,\qquad x^2=1-y^2$

又 $-1\leqslant x\leqslant 0$， $\therefore\quad -1\leqslant y\leqslant 0$

$\therefore\quad x=-\sqrt{1-y^2}\qquad(-1\leqslant y\leqslant 0)$

改写为：$y=-\sqrt{1-x^2}\qquad(-1\leqslant x\leqslant 0)$

故选（B）。

② **用筛选法**

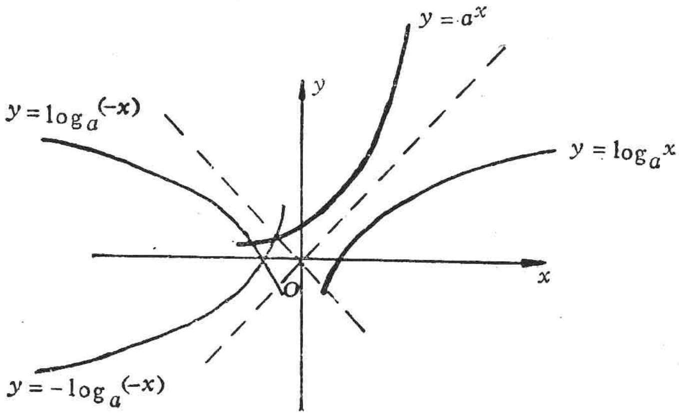
$\because\quad y=-\sqrt{1-x^2}\ (-1\leqslant x\leqslant 0)$，

$\therefore\quad -1\leqslant y\leqslant 0.$

$\therefore$ 它的反函数的定义域和值域都是〔-1，0〕，据此排除（A）、（C）、（D）。

$\therefore$ 选择（B）。

（3）分析：当$a>0$且$a\neq 1$时，$y=a^x$与$y=\log_a x$ 的图象关于直线$y=x$对称，$y=\log_a x$与$y=\log_a(-x)$ 的图象关于



y轴对称，而$y=\log_a(-x)$与$y=-\log_a(-x)$关于x轴对称（如图示）.

解：① 用直接法

点(x, y)与点$(-y, -x)$关于直线$y=-x$对称。显然若点(x, y)在$y=a^x$的图象上。把点$(-y, -x)$的坐标代入$y=-\log_a(-x)$的左、右两边，得到左边$=-x$，右边$=-\log_a y=-\log_a a^x=-x$。

∴ 点$(-y, -x)$在$y=-\log_a(-x)$的图象上.

∴ $y=a^x$与$y=-\log_a(-x)$的图象关于直线$y=-x$对称。

∴ 选择（D）.

② 用筛选法

由与函数$y=a^x$的图象关于x轴、y轴、以及直线$y=x$对称的函数特征，排除（A）、（B）、（C）。

∴ 选择（D）.

（4）分析：这是由角所在象限确定三角函数符号的逆向应用题，先定函数值的符号，再定角所在的象限。

解：① 用直接法

由已知即得$\text{tg}\alpha<0$，$\csc\alpha>0$.

∴ 角α是第二象限的角。

∴ 选择（B）.

② 用排除法

由已知得：$\text{tg}\alpha<0$，排除（A）、（C）。

由$\csc\alpha>0$，排除（C）、（D）.

∴ 选择（B）.

（5）分析：符合条件的x应满足两条，一是使 $\cos x>0$；二是使$\cos x$随着x的增大而增大。

解：① 用直接法

∵ $\cos x>0$，∴ $x\in(2k\pi-\frac{\pi}{2},\ 2k\pi+\frac{\pi}{2})$ $(k\in Z)$

又 $\cos x$随x的增大而增大，

∴ $x\in(2k\pi-\pi,\ 2k\pi)$ $(k\in Z)$。

∴ 符合条件的 x是 $x\in(2k\pi-\frac{\pi}{2},\ 2k\pi)$ $(k\in Z)$

∴ 选择（A）。

② 用筛选法

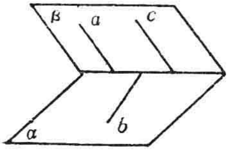
由$\cos x>0$，排除（C）、（D）。

由$\cos x$随x增大而增大，排除（B）

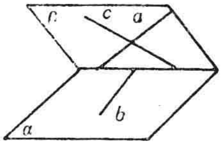
∴ 选择（A）。

（6）分析：我们知道与同一条直线平行的两条直线平行。这里的问题是与同一条直线异面的两条直线是否异面？

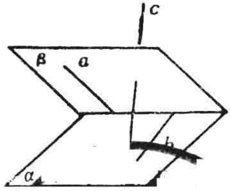
解：① 用画图法



图（1）



图（2）



图（3）

∴ 选择（D）

② 用筛选法

根据图（1），排除（B）、（C），根据图（2），排除（A）、（C）。

∴ 选择（D）。

（7）分析：要注意条件的充分性与条件的必要性的区别。

解：用直接法

设 $z_1=a+bi$ $(a,b\in R)$，则$z_2=a-bi$

∴ $z_1\cdot z_2=(a+bi)(a-bi)$

$=a^2+b^2$（实数）

∴ 甲是乙的充分条件。

若取 $z_1=2i$，$z_2=3i$，则$z_1z_2=-6$（实数），但是z_1与z_2不共轭。

∴ 甲不是乙的必要条件，

∴ 选择（B）。

（8）**分析：**判断方程所表示的是何种曲线，通常把方程化为标准形式。

解：① 用直接法

原方程化为：

$$(x+2m)^2+(y-1)^2=4m^2+m-1$$

当 $\dfrac{-1-\sqrt{17}}{8}<m<\dfrac{-1+\sqrt{17}}{8}$ 时，曲线不存在，

当 $m<\dfrac{-1-\sqrt{17}}{8}$或$m>\dfrac{-1+\sqrt{17}}{8}$ 时，曲线是圆，

当 $m=\dfrac{-1\pm\sqrt{17}}{8}$ 时，曲线是一个点。

∴ 选择（D）。