

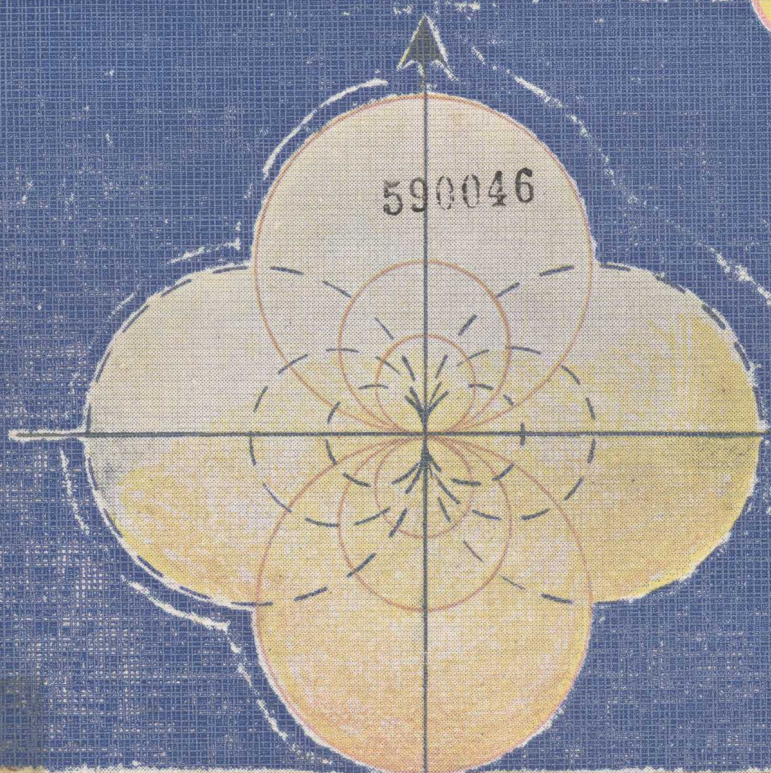
ADVANCED *Erwin Kreyszig* ENGINEERING

Fourth Edition MATHEMATICS

高等工程數學

黃文儀譯

2



$$w = f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$$

高等工程數學

第四版 (1979)

第 二 冊

原著者

Erwin Kreyszig

PROFESSOR OF MATHEMATICS

OHIO STATE UNIVERSITY

譯 者

黃 文 儀

私立大同工學院教授



東華書局印行



版權所有・翻印必究

中華民國六十九年二月初版

大學
用書

高等工程數學 (全四冊)

第二冊 定價 新台幣七十元整

(外埠酌加運費滙費)

譯者	黃文	儀
發行人	卓鑫	森
出版者	臺灣東華書局股份有限公司	
	臺北市博愛路一〇五號	
	電話：3819470 郵撥：6481	
印刷者	合興印刷廠	

行政院新聞局登記證 局版臺業字第零柒貳伍號
(68081)

原 序

本書目的 此書主旨，係對研習工程及物理之讀者，介紹近代數學中，有關實際問題之各種最重要課目。各項主題，依據其在應用方面遭遇之多寡情形，精心加以選擇。近年來，在工程教育專題討論會上，所發表各種有關現代數學之新觀念，均被考慮予以搜集。無論對已在數學訓練方面，早訂有擴展課程計劃之各院校，或正準備適應一般潮流，而加強其數學訓練計劃之學術機構，此書應均適合。

基本微積分，係研讀本書前之惟一先修課程。

本書所搜集之材料，係選自美國，加拿大，及歐洲各學校大學部及研究所內，為研習工程，物理，或數學者所講授之主要課程。

本書第四版之改進要點

此一版本與第一，二及三版主要不同之處如下：

習題 習題均已改變。並包含更多的應用問題。

模型化 (Modeling) 可藉於不同章節之應用而更加深印象。

線性常微分方程式 於第二章中包含微分運算子 (Differential Operators) 新的一節。相平面法 (Phase plane methods)，穩定性 (Stability) 以及著名的范德伯方程式 (Van der Pol equation) 則於新的一章 (第三章) 中加以探討。

微分方程式系統 加上了不用矩陣之基本方法。採用矩陣的方法

則加以擴充而成爲新的一節。

拉普拉斯變換運算法 包含褶積 (Convolution)。整章重寫而更爲緊湊。在此新版中，兩個移位定理 (Shifting theorems) 包含於同一節，微分方程較早出現，並介紹褶積及其應用，部分分式法 (Partial fractions) 於稍後討論，並且不那麼強調。

偏微分方程式 本章包含新的一節討論拉氏變換運算法對偏微分方程的應用。

矩陣 本章部分加以重組與重寫，以符合近代線性代數之潮流。新的一版也包括較多的應用。

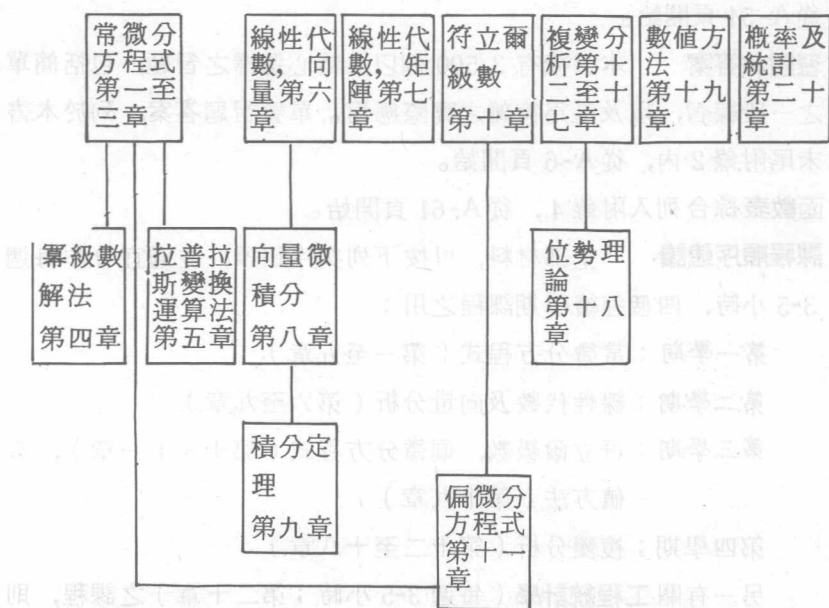
複變分析 改成如下更有利之方式。關於複數有短的三節 (前面版本爲長的一節) 對本題作一簡單的介紹。基於相同的理由，保角寫像 (Conformal mapping) 的那一章，於開始時有較多的例題。有關數列 (Sequence) 與級數 (Series) 之一章則加以重寫，以便使在複變分析的班級上，僅需要本章最初兩節，因此可節省許多時間而不致於喪失關聯性。冪級數 (Power series)，泰勒級數 (Taylor seires) 與勞倫級數 (Laurent seires) 出現於同一章，也就是說它們比前面版本彼此更靠近。

數值分析 本版包含關於線規 (Splines) 新的一節，它對於工學專家有日漸增加的重要性。

概率與統計 習題加以擴充而包含較多的應用。

參考資料 於附錄 1 中者，補充了新資料。

本書內容及其安排 本書各重要部分之間，其主題材料之安排，可由下列圖解表示。



本書中對常微分方程式，線性代數和向量分析，以及複變分析，此三種也許是工程師們最感重要之部門，所提供之討論，極具分量。其他如符立爾級數；偏微分方程式，數值方法等各章之長度，亦使能包含足夠之材料，以便於一般的各類課程採作教本之用。

為便利選用本書部分內容起見，各章均儘可能保持其獨立性。

所有各章均分為若干較短之節數，每節均含有闡釋觀念、方法、結果、以及工程應用之例題及習題。

本書包含各種歷史性之註腳，原始參考文獻，以及 400 個以上之挿圖。

參考資料 若干用作參考及進一步研究之書籍，可於本書末尾從 A-1 頁開始查得。部分有關特殊函數之公式，則包含在附錄 3 內，

從A-54 頁開始。

習題和答案 本書備有 3,500 個以上精心選擇之習題，包括簡單之一般練習，以及甚為複雜之實際應用。單號習題答案，列於本書末尾附錄 2 內，從A-6 頁開始。

函數表綜合列入附錄 4，從A-61 頁開始。

課程順序建議 全部材料，可按下列次序研讀，並適宜分作每週 3-5 小時，四個連續學期課程之用：

第一學期：常微分方程式（第一至五章）

第二學期：線性代數及向量分析（第六至九章）

第三學期：符立爾級數，偏微分方程式（第十、十一章），數值方法（第十九章）

第四學期：複變分析（第十二至十八章）

另一有關**工程統計學**（每週 3-5 小時；第二十章）之課程，則可在上列之任一學期中，或以後開授。

單獨一學期課程 此外本書亦適宜於作一學期獨立課程，每週三小時之用，例如：

常微分方程式入門（第一，二章）

拉氏變換運算法（第五章）

向量代數及微積分（第六，八章）

矩陣及線性方程式系統（第九章）

符立爾級數及偏微分方程式（第十，十一章）

複變分析（第十二至第十七章）

數值分析（第十九章）

縮短課程 縮短課程時，可予省略之節數，均在每章前面，加以註明。

選擇主題之準則 本書一類之著作，究應包含那些主題？以及此等主題應如何安排和介紹？

爲尋得上述各基本問題之答案起見，我們可追溯工程數學發展之一段歷史，此項發展顯示出如下兩種有趣事實。

1. 數學在工程科學中日趨重要，且可預測此項情形，將一直繼續下去。此種趨勢之一重要原因，係由於近代工程問題已變成如此複雜，使得我們不可能似以往之純靠物理直覺，或僅憑過去經驗以求得其解答。此種實驗方法，過去對若干問題之解答，相當成功。但當極高速度，極大力量，極高溫度，或其他不正常條件摻入時，則無法予以解決而致失敗。且當各種具有不尋常物理特性之近代新穎材料（如塑膠，合金等）出現後，情況更加嚴重。因此上述之實驗工作，達到費時，費力之驚人複雜程度。此時數學乃可予以協助，以籌劃實驗及其構造，計算出實驗數據，並減少其尋求解答之工作與費用。

2. 過去基於純理論性之原因而發展之數學方法，在工程數學中突然變成十分重要。例如矩陣，保角寫像之理論，以及具有週期性解答之微分方程式之理論等。

以上之發展事實，對工程數學教學方面之反應如何？由於所需求之數學不斷增加，我們應否在課程中，增加更多之主題數目，而致減少每一主題所佔有之時間？或應集中精力，選出若干具有實際重要性之少數重要事物，俾便適於教學訓練，並啓迪學生之數學思想，以發展其本身之創造能力？

六十或八十年以前，無人能預知保角寫影或矩陣，將在工程業務之數學部分，佔據重要之位置。在相似情形下，欲預測何類數學理論，在今後二十或三十年，將對工程應用方面增加其重要性，亦

屬極爲困難。惟無論將發生之事實如何，具有良好數學訓練基礎之學者，將可適合未來之各種需要，而能利用其所學，以熟習新穎數學方法。

因此工程數學教育最重要之目標，在使學生如何熟習運用數學之思考方法，並認識各項指導原理及觀念之幕後背景。此點較僅學習如何正式運用數學方法，更爲重要。學者應認識數學並非搜羅戲法或秘訣，而係建立在較少數基本觀念上的一門具有實際重要性和系統性科學，其中包含有極具效力之各種統一方法。學者尤應深切體會運用數學程序於工程問題之必要，而發覺理論和應用間之相互關係，有如樹木和果實間之彼此密切性一樣。

讀者將可看出應用數學來解答工程問題時，包含三項主要步驟：

1. 將已知物理資料翻譯成數學形式（模型化）（Modeling）如此我們可得出該物理情況之一種數學翻版模型。此模型可能即爲一微分方程式，一組聯立線性方程式，或其他之數學表示式。

2. 將此模型利用數學方法處理之，此即導致已知問題數學形式之解答。

3. 將此數學解答之結果，以物理條件解釋之。

所有以上三步驟似有相等之重要性，而本書在作各種介紹時，主要在輔助讀者，能充分發揮其完成三項步驟之技術。故有關應用問題之選擇，以具有一般性者爲優先。

在若干之討論情形下，常不免依賴各種已知結果，其證明之手續或方法，常超出類似本書水準之範圍。遇有此等情形時，書中均一一加以明顯之註解。因困難之隱瞞，或事物之過度簡化，對從事職業性工作之讀者均無裨益。

以上即係作者對選擇及介紹本書題材之若干指導原則。各項材

料之選擇，均曾根據過去及目前之教學及研究經驗，在極為審慎之態度下，作成決定。有時寧可對勸使包含工程數學中之“每一重要事物”之誘惑性建議，拒絕加以考慮。

關於如何方能對各項主題，儘可能作簡單明瞭而準確之介紹方面，作者曾加以特別之努力，其中亦包括註解符號之選擇，每章中水準之深度，逐漸增加，並避免各種艱深理論之跳越及累積。

銘謝 作者對其從前許多老師，同事，和同學，在編著本書時所提供之協助和建議，深致謝意。原稿之若干部分，係以油印形式，先分發給各班同學，再由他們細閱後，加註改進建議退還。與許多工程師及數學家口頭或書面之討論，對作者實有極大之幫助，其中本人願特別提到褒格曼 (S. Bergman) (†)，坎培爾 (S.L. Campell)，卡格 (J.T. Cargo)，張伯 (P.L. Chambré)，克郎漢 (A. Cronheim)，弟拉尼 (J. Delany)，德特曼 (J.W. Dettman)，赫爾索 (R.G. Helsel)，胡夫 (W.N. Huff)，克利普 (E.C. Klipple)，可姆科 (V. Komkow)，孔氏 (H. Kuhn)，蘭伯 (G. Lamb)，曼氏 (H.B. Mann)，馬克思 (I. Marx)，孟羅 (W.D. Munroe)，浦氏 (H.W. Pu)，瑞多 (T. Rado) (†)，瑞契多夫 (P.V. Reichelderfer)，雪克 (J.T. Scheick)，史密斯 (H.A. Smith)，史本賽 (J.P. Spencer)，托德 (J. Todd)，懷斯 (H.J. Weiss)，及衛南斯基 (A. Wilansky) 等在美國之各位教授，多倫多 (Toronto) 之柯克斯特 (H.S.M. Coxeter) 教授，以及在歐洲之保羅 (B. Baule) (†)，彭克 (H. Behnke)，費羅原 (H. Florian)，格拉夫 (H. Graf)，何亨伯格 (F. Hohenberg)，克羅特 (K. Klotter)，賓氏 (M. Pinl)，路特 (F. Reutter)，史密登 (C. Schmieden)，恩格 (H. Unger)，華爾特 (A. Walther) (†)，衛南德 (H. Wie-

landt) 教授等。在此作者僅能表示其誠摯之謝意。

最後，本人應向約翰 - 衛律和孫氏公司 (John Wiley and Sons) 對其編印此版本書時之有效合作和審慎精神，表示感謝。

許多讀者所提供之寶貴建議，均在編印此版時，予以採納。其他任何對改進本書之批評和意見，將受本人之衷心歡迎。

愛文 - 克雷斯聚格
(Erwin Kreyszig)

高等工程數學

第二冊 目錄

第六章 線性代數第 I 部分：向量

6.1 純量和向量	2
6.2 向量之分量	5
6.3 向量加法，向量乘以純量	9
6.4 向量空間・線性相關和獨立	14
6.5 內積（點積）	21
6.6 內積空間	29
6.7 向量積（叉積）	32
6.8 以分量表示向量積	34
6.9 純量三乘積，其他三乘積	42

第七章 線性代數第 II 部分：矩陣及行列式

7.1 基本觀念	50
7.2 矩陣加法，矩陣乘以數字	53
7.3 矩陣之換位，特殊矩陣	56
7.4 矩陣乘法	63
7.5 線性方程式系統，高斯消去法	78
7.6 矩陣之秩數	91

7.7	線性方程式系統：解答之存在與一般性質	96
7.8	矩陣之反式	101
7.9	二階及三階行列式	108
7.10	任意階之行列式	116
7.11	依據行列式之秩數，克蘭默規則	132
7.12	雙線性式，二次式，赫米特式，及反赫米特式	141
7.13	特值，特性向量	148
7.14	赫米特式，反赫米特式，及單元矩陣之特值	156
7.15	線性微分方程式系統	162

第八章 向量微分・向量場

8.1	純量場及向量場	173
8.2	向量微積分	178
8.3	曲線	183
8.4	弧長	187
8.5	切線。曲率和撓率	191
8.6	速度及加速度	196
8.7	多變數函數之鏈鎖規則及均值定理	202
8.8	方向導數。純量場之梯度	207
8.9	座標系統及向量分量之變換	217
8.10	向量場之散度	223
8.11	向量場之旋度	229

第九章 線積分和面積分・積分定理

9.1	線積分	233
-----	-----	-----

9.2	線積分之求值.....	237
9.3	雙重積分.....	245
9.4	雙重積分改爲線積分之變換.....	255
9.5	曲面.....	263
9.6	切平面。第一基本形式。面積.....	267
9.7	面積分.....	276
9.8	三重積分。高斯散度定理.....	284
9.9	散度定理的結果及應用.....	290
9.10	司托克定理.....	299
9.11	司托克定理的結果及應用.....	303
9.12	與路徑無關之線積分.....	307
附錄 1 單號習題答案.....		319
中英文名詞對照表.....		336

71.211
27

第六章

線性代數第 I 部分：向量

(Linear Algebra Part I : Vectors)

過去二十年中曾有兩項主要因素，影響工程數學之發展，此等因素即自動電子計算機之廣泛應用於工程問題，以及線性代數和線性分析 (Linear analysis) 的效用日增，例如在處理系統分析 (Systems analysis) 方面之大量問題。

今後四章 (六~九) 即將致力於研討線性代數 (六、七兩章)，及線性分析 (八、九兩章)。開始兩章包含向量及向量空間之理論及應用 (6.1 ~ 6.4 節)，點積 (Dot products) 及內積空間 (6.5、6.6 兩節)，向量積 (Vector products) 及純量三乘積 (Scalar triple products) (6.7 ~ 6.9 節)，矩陣 (Matrices) 和線性方程式 (7.1 ~ 7.8 各節)，行列式及克蘭默規則 (7.9-7.11 各節)，二次式 (Quadratic form) 和赫米特式 (Hermitian form) (7.12 節)，以及特值和特性向量 (Eigenvalues and eigenvectors) (7.13, 7.14 各節)。7.15 節致力於微分方程式系統相關聯的矩陣應用。

第八章包含向量微分學 (Vector differential calculus) [純量及向量場 (Scalar and vector field)，曲線 (Curve)，速度 (Velocity)，方向導數 (Directional derivative)，梯度 (Gradient)，散度 (Divergence)，旋度 (Curl)]，第九章則將致力於研究向量積分學 (Vector integral calculus) [線，面，

2 高等工程數學(二)

和三重積分 (Line, surface and triple integrals) 以及利用格林 (Green), 高斯 (Gauss) 和司托克 (Stokes) 等積分定理所導致之變換關係。]

本章中我們將考慮向量代數 (Vector algebra) 的基本觀念和方法, 以及其對物理和幾何問題方面的應用。向量在工程數學內之效用, 乃由于下一事實之結果, 即許多物理數量——例如力量及速度——均可以向量表示, 且在若干方面, 向量計算之規則, 有如處理實數系統規則之同樣簡單。

誠然, 任何可利用向量解答之問題, 亦可應用非向量方法以處理之, 但向量分析係一種速記方法, 常可大量簡化許多計算工作。此外向量也提供了將物理和幾何量及其相互關係形象化之方法。基于以上各種原因, 向量符號在近代工程文獻中, 已被廣泛地採用。

研讀本章前之預修課目: 於最後兩節, 需要二階及三階行列式。

短期課程可省略之節數: 6.6 節。

參攷資料: 附錄 1, C 部分。

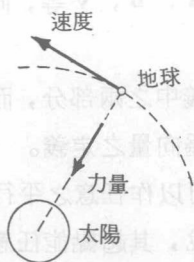
習題答案: 附錄 2。

6.1 純量和向量 (Scalars and Vectors)

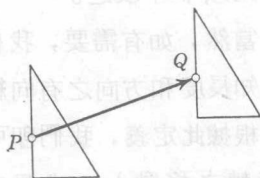
在物理和幾何學中之某些數量, 只要知道其大小——亦即根據一標準單位之若干倍——即可完全決定。例如一物體之質量, 電子之電量, 水之比熱, 電阻器之電阻, 圓之直徑, 三角形之面積, 立方體之體積等。以上每一數量, 均可用一單純數字來描述 (先選定一適當之測量單位), 具有此項性質之量叫做純量¹。

然而，有些其他之物理和幾何量，不能用一單純數字來描述，因為除了大小之外，還要說明其方向，方算完全。

例如，力學中之力量，即屬此型。我們知道可用圖解方法畫一箭頭，以代表力量，或稱有向線段，箭頭朝向即表示力之方向，同時根據一適當之標準，線段之長度，則表示力之大小。第 110 圖顯示地球繞太陽運行時之吸引力。地球之瞬時速度，亦可由一有適當長度和方向之箭頭表示，故知速度亦為可用方向及大小來描述之向量。



第 110 圖 力量和速度。



第 111 圖 平移。

第 111 圖顯示平面上一三角形之平行移動，即平移（無轉動之位移）。此一運動，可由其大小（三角形每一點移動之距離），及其方向來描述。此平移之圖解方法，可用一有向線段表示其起點為三角形上一點 P 之原來位置，而終點為平移後 P 點之新位置 Q 。如對三角形上每一點作如上之處置，則可得一組有相同長度及相同方向（亦即，互相平行且指著同一方向）之有向線段。我們可以說，每一有向線段，將三角形之一點由原來位置“帶”至其新的位置。

註 1：顯然，若描述此一純量之數值，具有物理或幾何意義，則此數應與選擇之座標無關；因此點在本章內並無影響，我們將於以後討論之（8.1 節）。