

XINZHUANTU JIAOCHENG

新专题教程

居春兰 刘克环 主编



华东师范大学出版社

初中数学 3

空间与图形 (上)

新专题教程

XINZHUANTI JIAOCHENG

初中数学 3

空间与图形（上）

主 编	居春兰	刘克环	
参 编	陈寿禄	潘兰芳	张广峰
	钱旭东	王彩虹	李国宾



华东师范大学出版社

总 序

初中数学 3 · 空间与图形 (上)

亲爱的读者,展现在您面前的这套《新专题教程》系列图书是按新课程标准所列的内容,在“新教学理念、新教学方法”的指导下,按专题编写,涵盖初、高中语文、数学、英语、物理和化学 5 个学科,共计 50 个分册。

本丛书自初版起就坚持“完整、系统、深入、细致”的编写特色,甫一面世,就受到广大学生的欢迎。但我们不敢懈怠,我们必须与时俱进。根据现行中学教材的变化情况及中、高考的变化趋势,我们进行了多方调研,在此基础上,组织作者对本丛书进行了全面的修订。新修订的这套丛书,不仅知识点配套,而且题型新颖,更利于学生对学科知识的理解和掌握。

丛书有以下特点。

作者权威 编写队伍由师范大学学科专家及长期在教学第一线的全国著名中学特、高级教师组成。他们有先进的教育理念和丰富的教学经验,是中、高考研究方面的专家,他们的指导更具权威性。

材料典型 丛书精选了近几年的中、高考试题,还收集了许多有代表性的例题,编写者对这些典型材料进行了详细的解读,还设置了有针对性的训练。总之,编写者力求从国家课程标准的知识内容中提炼出相应的能力要求,并对重点知识进行深入、细致的讲解,对难点用实例的方法进行释疑,使用这套丛书,能切实提高学生的学习效果。

总 序

初中数学 3 · 空间与图形 (上)

版本通用 丛书以教育部颁布的新课程标准为编写依据,不受教材版本限制,按各学科知识内容编排,独立成册,不仅与教学要求相对应,更体现了学科知识的完整性、系统性和科学性,具有很强的通用性。

编排科学 丛书在编排时照顾到了学生的差异性,读者可以根据自己学习中的薄弱环节,有重点地选择,有针对性地学习,以达到事半功倍的效果。丛书坡度设计合理,帮助学生在知识学习的基础上,充分了解和掌握运用知识解决问题的方法,提升学习能力。

愿《新专题教程》成为您的好伙伴,学习的好帮手,为您的学习带来诸多的便利,给您一个智慧的人生。

华东师范大学出版社
教辅分社

前言

初中数学 3 · 空间与图形 (上)

新课程标准是国家课程的基本纲领性文件,是国家对基础教育课程的基本规范和质量要求。

本丛书正是以新课标要求的教学内容和教学要求,并结合当前的中考要求为编写依据,以人民教育出版社出版的、经全国中小学教材审定委员会通过的、义务教育课程标准实验教科书《数学》(七(上)~九(下)计六本书)为蓝本,并参照由华东师大和北京师大等出版社出版的、经全国中小学教材审定委员会 2001 年初审通过的义务教育课程标准实验教科书《数学》(七(上)~九(下)计六本书)相关内容,以中考为终结目标,并以“内容提炼、方法提炼”为基本特色的一套丛书。

众所周知,初中数学分为代数、几何两大块。本书是几何部分,即《空间与图形》,分上、下两册出版。我们殷切地希望同学们或数学爱好者能成为本丛书的读者,并借此学会阅读、学会思维、学会学习、学会创新。本书既可作为全面提高学生(公民)综合素质与应用能力的指导用书,也可用于指导毕业班学生的初中数学总复习和升学考试。

参加丛书初中几何部分编写工作的有:居春兰、刘克环、陈寿禄、潘兰芳、张广峰、钱旭东、王彩虹、李国宾,全书由刘克环统稿,居春兰审定。

居春兰 刘克环

前言

CONTENTS

目 录

初中数学 3 · 空间与图形 (上)

专题 1 图形认识初步	1
§ 1.1 多姿多彩的图形	1
§ 1.2 生活中的平面图形	6
专题 2 相交线和平行线	13
§ 2.1 相交线和平行线	13
§ 2.2 平移	19
专题 3 三角形	25
§ 3.1 三角形	25
§ 3.2 多边形	32
专题 4 全等三角形	40
§ 4.1 全等三角形	40
§ 4.2 角的平分线的性质	50
专题 5 轴对称	56
§ 5.1 轴对称和轴对称图形	56
§ 5.2 等腰三角形	66
§ 5.3 尺规作图	75
专题 6 勾股定理	80
§ 6.1 勾股定理及其逆定理	80
§ 6.2 命题	89
专题 7 四边形	95
§ 7.1 平行四边形	95

CONTENTS

目 录

初
中
数
学
3
·
空
间
与
图
形
(上)

§ 7.2	几种特殊的平行四边形	102
§ 7.3	梯形	112
专题 8	旋转	124
§ 8.1	图形的旋转	124
§ 8.2	中心对称	133
§ 8.3	平面图案的设计	141
专题 9	圆	148
§ 9.1	圆的认识	148
§ 9.2	和圆有关的位置关系	156
§ 9.3	和圆有关的计算	166
参考答案		174

图形认识初步

§ 1.1 多姿多彩的图形

【知识梳理】

1. 立体图形

(1) 理解并识别柱体、锥体、球体这三种空间图形. 柱体包括圆柱、棱柱, 锥体包括圆锥和棱锥. 根据底面的多边形的边数多少, 棱柱可分为三棱柱、四棱柱……同样, 棱锥又可分为三棱锥、四棱锥……

(2) 多面体的概念

多面体是由平面图形围成的立体图形.

2. 立体图形的表面展开图

(1) 圆柱、圆锥的展开图.

圆柱的展开图由侧面展开的矩形和上下底两个圆组成; 圆锥的展开图由侧面展开的扇形和底面的圆组成.

(2) 棱柱、棱锥的展开图是沿着多面体的一些棱将它剪开, 再展开、平铺而成的一个平面图形.

3. 点、线、面、体

(1) 几何体也简称体. 长方体、正方体、圆柱、圆锥、球、棱柱、棱锥等都是几何体.

(2) 包围着体的是面. 面有平面和曲面两种.

(3) 夜晚流星划过天空时留下一道明亮的光线, 节日的焰火画出的曲线组成优美的图案, 这些都给我们以线的形象, 面和面相交的地方形成线.

(4) 天上的星星、世界地图上的城市等都给我们以点的形象, 线和线相交的地方是点.

点击:

将同一个多面体沿着不同的棱剪开, 所得到的平面展开图可能是不一样的.

- (5) 点动成线;线动成面;面动成体.
 (6) 几何图形都是由点、线、面组成的.

【分类举例】

1. 由实物(形状)联想常见的几何图形

首先要做到对基本的立体图形(圆柱、圆锥、棱柱、棱锥)的形状非常熟悉,然后对实物形状进行抽象概括与类似的立体图形对号入座.

例 1 用线将下列实物与形状类似的立体图形连结起来.

西 瓜	圆 柱
黄 瓜	棱 锥
电冰箱	球 体
金字塔	长方体

解

西 瓜	圆 柱
黄 瓜	棱 锥
电冰箱	球 体
金字塔	长方体

2. 立体图形的表面展开图

在解决这类问题时要边思考,边操作.通过动手操作不但可以验证我们想象的结果,还能进一步提高我们的空间想象能力.

例 2 如图 1-1 是一个多面体的平面展开图,每个面都标了字母,如果 b 在多面体的左面, c 在下面,那么哪一个字母在多面体的后面?

分析 折叠时要注意字母露在外面.

解 字母 f 在多面体的后面.

例 3 一个正方体中的五个面展开的情况如图 1-2,请在图中适当的位置上补出第六个面来.(画出所有可能的情况)

分析 先选取一个相邻面最多的面作为相对固定的底面,然后将其它面按棱折起.注意想象折起的各面与所缺面的位置关系.

解 第六个面有四种可能,如图 1-3 所示.

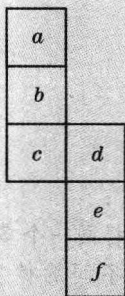


图 1-1

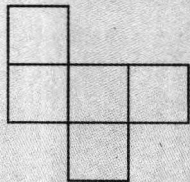


图 1-2

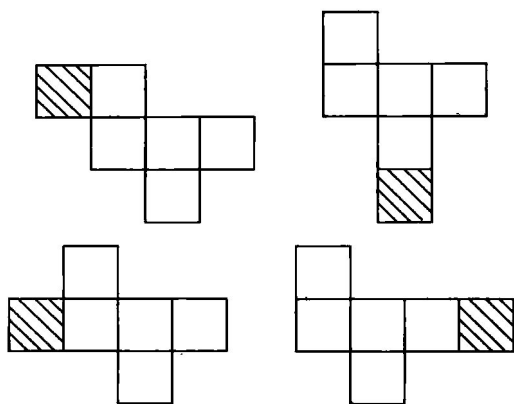


图 1-3

3. 从不同方向看立体图形

例 4 将棱长为 1 cm 的正方体按如图 1-4 所示的形状摆放在桌面上, 然后对露出的表面喷刷油漆, 求油漆面的总面积是多少? (注意与桌面接触的面没有喷漆)

分析 从上面、左面、右面、前面、后面看, 容易发现露在外面的正方形个数都是 $1+2+3$.

解 一个正方形的面积是 1 cm^2 , 露在外面的正方形有 $5 \times (1+2+3) = 30$ 个, 由此可知油漆面的总面积是 30 cm^2 .

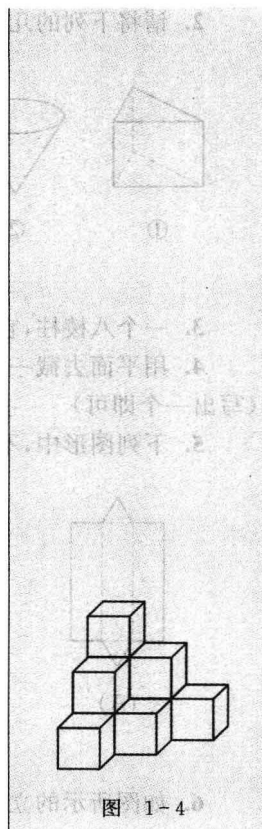
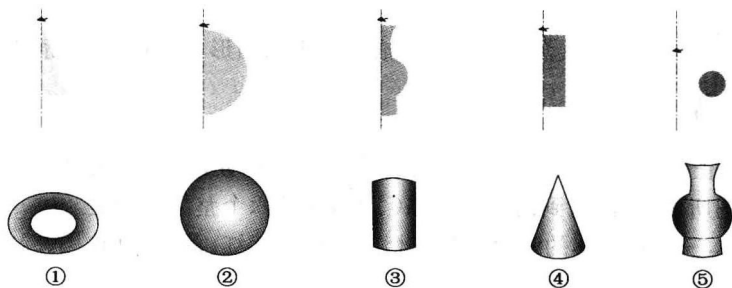


图 1-4

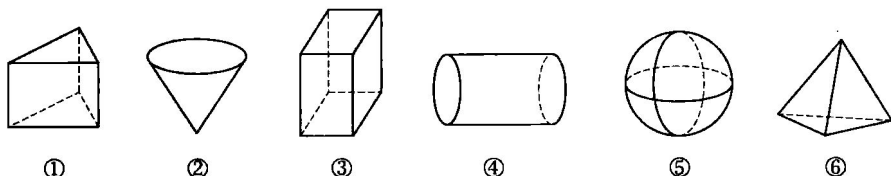
基础训练

1. 下列每一行的图形分别绕点划线旋转, 相应地形成第二行中的哪个图形, 把它们用线连结起来.



第 1 题

2. 请将下列的几何体按相同特征进行分类,并说明你的分类理由.

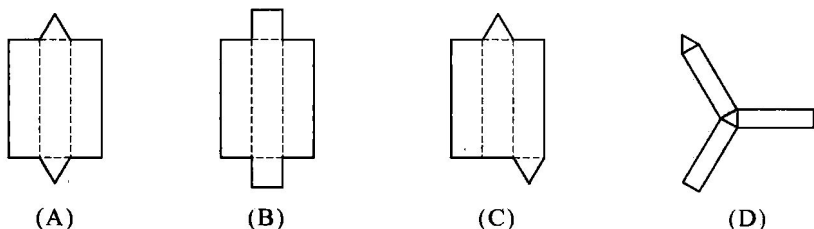


第2题

3. 一个八棱柱,它有_____个面,_____条棱,_____个顶点.

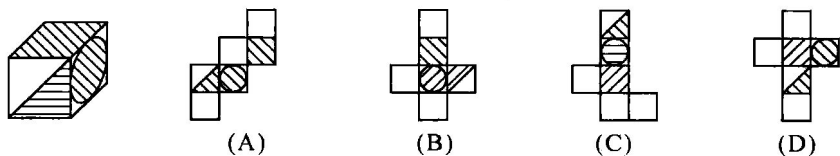
4. 用平面去截一个几何体,如果截面的形状是圆,则原来的几何体可能是_____.
(写出一个即可)

5. 下列图形中,不属于三棱柱的展开图的是().



第5题

6. 如图所示的立方体,如果把它展开,可以是下列图中的().



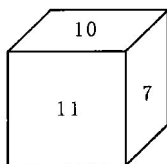
第6题

7. 要将一个正方体纸盒的表面展开成一个平面图形,要剪开多少条棱?

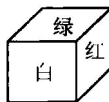
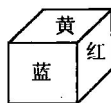
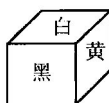
能力提高

8. 一个正方体,六个面上分别写着六个连续的整数,且每个相对面上的两个数之和相等,如图所示,你能看到的数是7、10、11,则这六个整数的和是_____.

9. 如图,三个正方体的六个面都按相同规律涂有红、黄、蓝、白、黑、绿六种颜色,那么涂黄色、白色、红色的对面分别是_____.

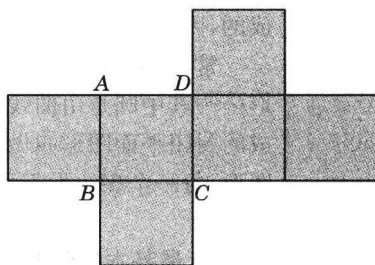
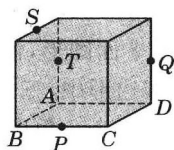


第 8 题



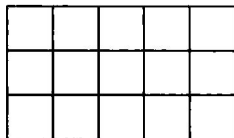
第 9 题

10. 在下列正方体的展开图中,确定点 P 、 Q 、 S 、 T 的位置.



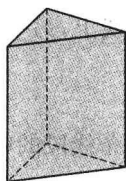
第 10 题

11. 设计一种裁剪方法,使下图能折叠出 3 个无盖的正方体.

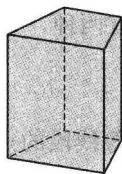


第 11 题

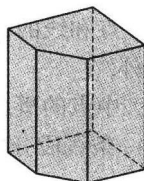
12. 棱柱的底面可以是三角形、四边形、五边形等,我们把这样的棱柱分别叫做三棱柱、四棱柱、五棱柱……



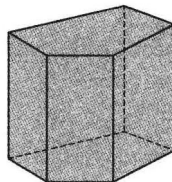
三棱柱



四棱柱



五棱柱



第 12 题

如图,在一个五棱柱的萝卜块上,一次切下一个三棱柱,剩下的部分仍是一个棱柱.想一想,剩下部分的棱柱可能有哪几种情况?它们的棱数、面数与原棱柱相比,发生了怎样的变化?

点击:

今后在研究多边形的有关性质时,我们经常把多边形分割成若干个三角形来研究.

点击:

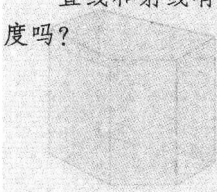
延伸和延长的几何意义相同吗?

说明:

公理是我们整个数学理论大厦的基石.

点击:

直线和射线有长度吗?



§ 1.2 生活中的平面图形

【知识梳理】

1. 平面图形

通过前面的学习,我们认识到立体图形是由平面图形所围成的,因此研究立体图形往往从平面图形入手.

常见的简单平面图形有圆、三角形、四边形、五边形、六边形……其中圆是由曲线围成的封闭平面图形,而其他由线段围成的封闭平面图形叫做多边形.在多边形中,三角形是最基本的图形,每一个多边形都可以分割成若干个三角形.

2. 最基本的图形——点和线

点通常表示一个物体的位置,无大小可言.点动成线,线有弯曲的,也有笔直的.弯曲的线叫做曲线,而笔直的线,若向两边无限延伸,没有端点且无粗细可言就叫做直线.射线是直线的一部分,向一方无限延伸,有一个端点.线段也是直线的一部分,且有两个端点.

(1) 有关点和线的两个公理:

两点之间,线段最短.

经过两点有且只有一条直线.

(2) 两点间的距离是指连结两点的线段的长度.

(3) 比较线段的大小有两种方法,其一是度量法,其二是叠合法.

(4) 点和线的位置关系有两种,一种是点在线上,另一种是点在线外.

(5) 中点的概念

把一条线段分成两条相等线段的点,叫做这条线段的中点.

3. 角

角是由两条有公共端点的射线组成的图形.角也可以看成

是由一条射线绕着它的端点旋转而成的图形. 射线的端点叫做角的顶点, 起始位置的射线叫做角的始边, 终止位置的射线叫做角的终边.

(1) 锐角、钝角、直角、平角、周角的概念.

当角的终边和始边成一条直线时所成的角叫做平角. 绕着端点旋转到终边和始边再次重合, 这时所成的角叫做周角. 90° 的角是直角, 锐角是小于直角的角, 钝角是大于直角而小于平角的角.

(2) 单位换算: $1^\circ = 60'$, $1' = 60''$.

(3) 比较角的大小通常采用度量和叠合两种方法.

(4) 两个角的和等于 90° , 就说这两个角互为余角; 同样, 如果两个角的和等于 180° , 就说这两个角互为补角.

(5) 同角(或等角)的余角相等. 同角(或等角)的补角相等.

(6) 从角的顶点引出一条射线, 把这个角分成两个相等的角, 这条射线叫做这个角的平分线.

【分泰举例】

1. 将一个多边形分割成若干个三角形

我们在研究问题时, 总是遵循从简单到复杂的原则, 在多边形的学习中也是如此, 先研究三角形的性质, 然后再根据得到的结论去推导其他多边形的有关性质. 因此, 学会从不同角度将一个多边形分割成若干个三角形对我们至关重要.

例 1 过 n 边形的一个顶点可以作几条对角线, 能将 n 边形分成多少个三角形?

分析与解 如图 1-5 过四边形的一个顶点可作一条对角线, 将四边形分成两个三角形; 过五边形的一个顶点可作两条对角线, 将五边形分成三个三角形; 过六边形的一个顶点可作三条对角线, 将六边形分成四个三角形…… n 边形有 n 个顶点, 过其中一个顶点与它左边和右边的顶点连结是多边形的边, 与其余各顶点连结才是对角线, 除去这个顶点和它左、右两个顶点外, 还剩 $(n-3)$ 个顶点, 因此过 n 边形的一个顶点有 $(n-3)$ 条对角线, 可将 n 边形分成 $(n-2)$ 个三角形.

点击:

我们要善于从具体的问题中发现一般规律.

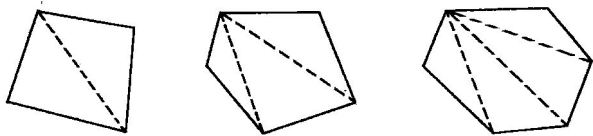


图 1-5

例 2 过 n 边形内一点和各顶点的连线, 可将 n 边形分成多少个三角形?

分析与解 从对四边形、五边形、六边形的分割中可以发现正好每一条边对一个三角形, 而 n 边形有 n 条边, 因此应被分成 n 个三角形.

2. 有关数(shǔ)线段、射线、直线和角的问题

解决这类问题平时一定要注意积累一些好的方法, 因为有些方法适用于很多问题.

例 3 如图 1-6 中有 A 、 B 、 C 、 D 四个点, 其中任意三点都不在同一条直线上.

- (1) 连结任意两点可画多少条线段?
- (2) 经过任意两点可画多少条直线?
- (3) 以其中一点为端点且经过另一个点可画多少条射线?

分析与解 (1) 从点 A 出发可以画 3 条线段 AB 、 AC 、 AD , 若从点 B 出发可以画 3 条线段 BA 、 BC 、 BD . 由此可知从每一点出发都可画出 3 条线段, 共有四个点, 故有 $3 \times 4 = 12$ (条). 但是如线段 AB 与线段 BA 其实是同一条线段, 因此每条线段都被计算了两次, 实际共可画线段 $12 \div 2 = 6$ (条).

(2) 与(1)情况相同.

(3) 运用与(1)同样的思考方法, 由于射线 AB 与射线 BA 是不同的射线, 所以可画出 12 条不同的射线.

例 4 如图 1-7, 4 条具有公共顶点的射线, 可以组成多少个小于平角的角?

解法一 按顺序数(shǔ), 先从射线 OA 开始, 有 $\angle AOB$ 、 $\angle AOC$ 、 $\angle AOD$; 接着从射线 OB 数(shǔ), 有 $\angle BOC$ 、 $\angle BOD$; 最后从射线 OC 数(shǔ), 有 $\angle COD$.

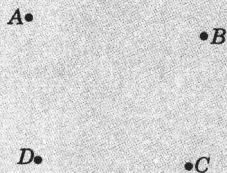


图 1-6

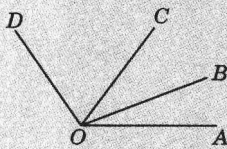


图 1-7

一共有 $3+2+1=6$ (个)。

解法二 图中一共有 4 条射线,以其中一条射线为边的角应该有 3 个,但角的总数并不是 $3 \times 4 = 12$ 个,而是 $\frac{3 \times 4}{2} = 6$ (个)。

同学们,你们明白其中的道理吗?

3. 一些需要分类讨论的问题

不论是解决数学问题,还是生活中遇到的问题都不能想当然,考虑问题要全面、周到。

例 5 已知线段 $AB = 7$ cm, 在直线 AB 上画线段 $AC = 2$ cm, 则 $BC =$ _____ cm.

分析与解 如图 1-8 有两种可能。



图 1-8

因此线段 BC 长为 5 cm 或 9 cm.

例 6 平面内三条直线可以把平面分成几部分?

分析与解 这道题答案取决于三条直线的位置关系,如图 1-9.

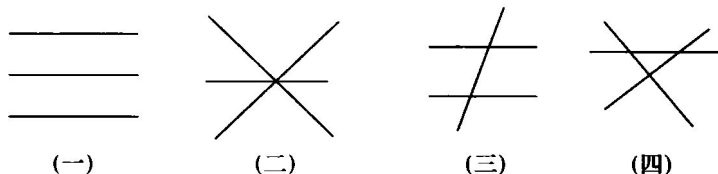


图 1-9

第一种是三条直线没有交点,可将平面分成 4 部分;第二种是三条直线交于一点,可将平面分成 6 部分;第三种是三条直线有两个交点,可将平面分成 6 部分;第四种是三条直线两两相交有三个交点,可将平面分成 7 部分。

4. 两点之间线段最短这条公理在生活中的应用

生活中修公路、铁路等一系列问题都要尽可能地遵循两点

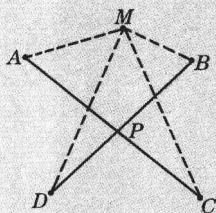


图 1-10

之间线段最短这条公理. 因为这样不但节省大量的人力和物力, 而且给我们带来很大的方便.

例 7 如图 1-10, A 、 B 、 C 、 D 四个村庄, 现准备建一个变电站向四个村庄供电, 为了使架设的线路最短, 问这个变电站应建在何处?

解 连结 AC 、 BD , 设交点为 P , 这个变电站应建在 P 处.

因为任取一点 M , 连结 MA 、 MB 、 MC 、 MD , 由两点之间线段最短, 可得

$$MA + MC > AC, MB + MD > BD,$$

$$\text{所以 } MA + MC + MB + MD > AC + BD.$$

$$\text{而 } AC = PA + PC, BD = PB + PD,$$

$$\text{所以 } MA + MC + MB + MD > PA + PC + PB + PD.$$

故变电站建在 P 处架设线路最短.

5. 用数形结合的思想解决问题

例 8 当 x 取何值时, $|x+1| + |x-2|$ 的值最小?

分析与解 如图 1-11, 在数轴上, A 为 -1 , B 为 2 , x 所在的点用 C 来表示.

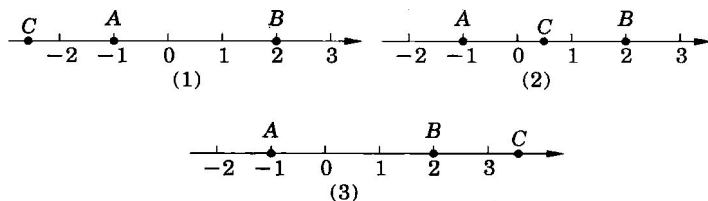


图 1-11

因为 $|x+1| = |x - (-1)| = AC$, $|x-2| = BC$, 所以 $|x+1| + |x-2| = AC + BC$.

(1) 点 C 在 A 左边时, $AC + BC > AB$;

(2) 点 C 在 A 、 B 之间时, $AC + BC = AB$;

(3) 点 C 在 B 右边时, $AC + BC > AB$.

综上所述: 当点 C 在 A 、 B 之间时, $|x+1| + |x-2|$ 值最小. 这时, $-1 \leq x \leq 2$.

点击:

有时用数形结合的方法可以收到事半功倍的效果.