



普通高等教育“十二五”规划教材

建筑结构抗震设计

裴星洙 李成镐 主 编
孟丽岩 韦江萍 副主编



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS



普通高等教育“十二五”规划教材

建筑结构抗震设计

主 编 裴星洙 李成镐
副主编 孟丽岩 韦江萍
编 写 李 达 李晓丽
审 校 薛素铤

藏书章



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书是普通高等教育“十二五”规划教材。

本书是按照我国现行有关规范与规程,参考同类优秀教材,并结合我国结构抗震设计发展状况而编写的。全书共分十一章,内容包括单自由度体系自由振动、单自由度体系强迫振动、地震基础知识和抗震设计标准、单自由度体系地震反应和反应谱分析、规范地震反应谱、多自由度体系地震反应分析、结构弹塑性地震响应时程分析、多层与高层钢筋混凝土框架结构抗震设计、多层与高层钢结构房屋抗震设计、隔震结构设计、消能减震结构设计,附录中还详细介绍了 FORTRAN 77 语言知识。全书深入浅出,在强调基本概念和基本理论的基础上,力求理论联系实际。特别是介绍部分计算机源程序,为提高读者利用程序解决问题的能力提供了很好的学习资源。

本书可以作为土木工程专业全日制本科生或研究生教育的教材,也可供土木工程专业工程技术人员参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

建筑结构抗震设计/裴星洙,李成镐主编. —北京:中国电力出版社,2012.2

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-5123-2628-6

I. ①建… II. ①裴…②李… III. ①建筑结构—防震设计—高等学校—教材 IV. ①TU352.104

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 014630 号

中国电力出版社出版、发行

(北京市东城区北京站西街 19 号 100005 <http://www.cepp.sgcc.com.cn>)

航远印刷有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2012 年 4 月第一版 2012 年 4 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 19 印张 460 千字 1 插页

定价 34.00 元

敬告读者

本书封面贴有防伪标签,加热后中心图案消失
本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换

版 权 专 有 翻 印 必 究

前言

“卓越工程师教育培养计划”是贯彻落实《国家中长期教育改革和规划纲要(2010—2020年)》和《国家中长期人才发展规划纲要(2010—2020年)》的重大改革项目,对培养造就一大批创新能力强、适应经济社会发展需要的高质量各类型工程技术人才具有十分重要的示范和引导作用,而编著适应科技发展的教材更是培养学生分析和解决问题能力不可或缺的重要组成部分。2008年汶川特大地震发生之后,我国对原有的《建筑工程抗震设防分类标准》和《建筑抗震设计规范》进行了较多修订,现有教材已不适合于新的标准和规范,本书就是为适应这一改变而编写的。

本书具有以下特点:

(1) 充分反映新规范(GB 50011—2010)内容,尽力做到抗震设计理论体系的完整性和应用的可操作性。

(2) 依照我国土木工程专业本科培养方案中“抗震结构设计”课程的基本要求,注重基础理论,并结合较完整的设计实例,系统地说明了典型结构的抗震设计全过程,以便于读者自学和参考。

(3) 结合作者多年的教学和科研实践,以拓宽学者知识点为目的,吸收了国内外的一些最新研究成果。

(4) 在关键知识点处增加了相应的计算机程序,鼓励学者积极主动上机操作,提高计算机操作能力和动手能力,并通过实际体验,掌握最基本的高层建筑动力时程分析基础知识,为运用结构分析通用程序打下良好的基础。

本书第一、二章由黑龙江科技学院孟丽岩编写;第三章由广东白云学院韦江萍编写;第四、七章由江苏科技大学李成镐编写;第五、六章由东北石油大学李晓丽编写;第八、九章由太原理工大学阳泉学院李达编写;第十、十一章和附录由江苏科技大学裴星洙编写;全书由江苏科技大学裴星洙统稿。北京工业大学薛素铎对本书进行了认真的审读,提出许多宝贵意见,在此表示感谢!

本书在编写过程中参考了大量文献,并引用了一些学者的资料,在此对文献作者表示感谢。

本书的出版得到了江苏科技大学的大力支持,特此表示感谢。

由于编者水平有限,编写时间仓促,书中不妥及疏漏之处在所难免,敬请读者批评指正。

裴星洙

2012年1月

目 录

前言

第一章 单自由度体系自由振动	1
第一节 无阻尼自由振动	1
第二节 有阻尼自由振动	2
思考题	5
习题	5
第二章 单自由度体系强迫振动	6
第一节 无阻尼体系的简谐振动	6
第二节 具有黏滞阻尼的简谐振动	9
思考题	15
习题	15
第三章 地震基础知识及抗震设计标准	16
第一节 地震与地震动	16
第二节 地震震级与地震烈度	21
第三节 中国规范场地的划分	25
第四节 工程抗震设防	28
第五节 抗震设计的总体要求	30
思考题	32
习题	32
第四章 单自由度体系地震反应和反应谱分析	34
第一节 基于冲击力的振动分析	34
第二节 杜哈美 (Duhamel) 积分	35
第三节 基于地震动的反应分析	35
第四节 地震反应谱	42
思考题	50
习题	50
第五章 规范地震反应谱	51
第一节 反应谱的意义与影响因素	51
第二节 中国规范设计反应谱	52
第三节 地震作用的计算方法	55
第四节 美国 IBC2003 规范设计反应谱	56
思考题	57
习题	57

第六章 多自由度体系地震反应分析	58
第一节 多自由度体系振动特性	58
第二节 多自由度体系地震反应的振型分解法	69
第三节 多自由度体系地震反应的底部剪力法	76
第四节 多自由度体系地震反应时程分析法	79
思考题	92
习题	92
第七章 结构弹塑性地震响应时程分析	94
第一节 基本概念	94
第二节 Masing 规则	95
第三节 计算机程序设计	99
思考题	105
第八章 多层与高层钢筋混凝土框架结构抗震设计	106
第一节 多高层钢筋混凝土结构震害分析	106
第二节 结构选型、结构布置和设计原则	111
第三节 钢筋混凝土框架结构抗震计算	122
第四节 设计案例	151
思考题	185
第九章 多层与高层钢结构房屋抗震设计	186
第一节 多高层钢结构的震害分析	186
第二节 多高层钢结构的选型与结构布置	190
第三节 多高层钢结构的抗震计算要求	197
第四节 多高层钢结构的截面设计与抗震构造	201
第五节 设计案例	211
思考题	224
第十章 隔震结构设计	225
第一节 隔震结构的原理与隔震结构的特点	225
第二节 隔震系统的组成与类型	227
第三节 隔震结构的设计要求	229
第四节 隔震结构的抗震计算	230
第五节 隔震结构的构造要求	234
第六节 隔震结构工程设计实例	235
思考题	242
习题	242
第十一章 消能减震结构设计	244
第一节 消能减震的原理	244
第二节 减震装置种类与基本参数	245

第三节 消能减震结构的设计方法.....	248
第四节 计算实例.....	251
思考题.....	259
习题.....	259
附录 1 FORTRAN 77 语言简介	260
附录 2 计算结构动力特性源程序	279
附录 3 求解线性方程组源程序	287
附录 4 求解阻尼矩阵源程序	290
参考文献.....	294

第一章 单自由度体系自由振动

第一节 无阻尼自由振动

当一个结构在其静平衡位置受到扰动, 并做无任何外部动力激励的振动时, 就称该结构做自由振动。理想的单层框架或质量—弹簧—阻尼器系统的线性单自由度体系, 在外力 $p(t)$ 作用下的运动由式 (1-1) 控制, 即

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = p(t) \quad (1-1)$$

令 $p(t) = 0$, 则给出控制体系自由振动的微分方程, 对于无阻尼体系 ($c=0$), 式 (1-1) 化为

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (1-2)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1-3)$$

则式 (1-2) 可改写为

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (1-4)$$

式 (1-4) 是一个齐次方程, 其通解为

$$x(t) = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t \quad (1-5)$$

微分得

$$\dot{x}(t) = -\omega C_1 \sin \omega t + \omega C_2 \cos \omega t \quad (1-6)$$

式中系数 C_1 和 C_2 可由初始条件确定。设在初始时刻 $t=0$ 时, 质点有初位移 $x(0)$ 和初速度 $\dot{x}(0)$, 则

$$x(t) = x(0) \cos \omega t + \frac{\dot{x}(0)}{\omega} \sin \omega t \quad (1-7)$$

将式 (1-7) 的曲线绘于图 1-1 中, 可以看出, 体系在其静平衡 (或无变形, $x=0$) 位置发生振动。每经过时间 $2\pi/\omega$ 振动重复一次, 特别是质点在 t_1 和 $t_1 + 2\pi/\omega$ 两个时刻的状态是一致的, 这种运动称为简谐运动。

位移—时间曲线的 $a-b-c-d-e$ 部分描述了体系自由振动的一个循环, 从它的静平衡位置 a 开始, 质点向右运动, 在 b 点达到正的最大位移值 A , 这时的速度为零; 然后位移开始减少, 质点又返回到平衡位置 c , 此时的速度最大; 从此处质点继续向左运动, 在 d 点达到位移的最小值 $-A$, 这时速度重新为零; 位移开始重新减小, 质点返回到平衡位置 e 。在时刻 e , 即时刻 a 后的 $2\pi/\omega$ 时段内, 质量的状态 (位移

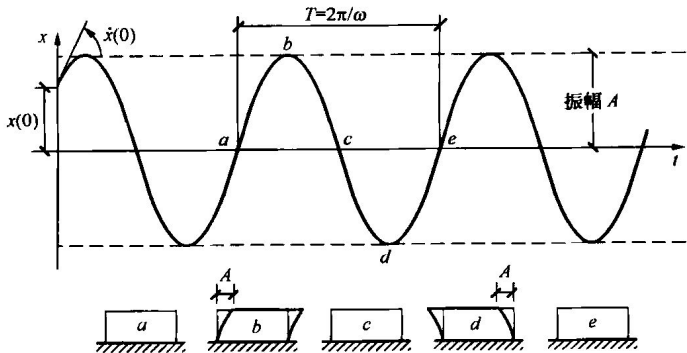


图 1-1 无阻尼体系的自由振动

和速度)与其在时刻 a 的状态相同,质点又开始另一个循环的振动。

无阻尼体系完成一个循环的自由振动所需要的时间称为体系的固有振动周期,用 T 表示,单位是 s 。它与固有振动圆频率 ω (rad/s) 有关,即

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (1-8)$$

体系在 $1s$ 内完成 $1/T$ 个循环,这个固有振动循环频率用 $f(\text{Hz})$ 表示,即

$$f = \frac{1}{T} \quad (1-9)$$

显然, f 和 ω 有以下关系,即

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (1-10)$$

固有振动特性 ω 、 T 和 f 仅依赖于结构的质量和刚度,具有相同质量的两个单自由度体系,刚度较大的那一个具有较高的固有频率和较短的固有周期。类似的,具有相同刚度的两个单自由度体系,质量较大的那个体系具有较低的固有频率和较长的固有周期,即它们都是体系在做无任何外部激励的自由振动时所固有的特性。因为体系是线性的,所以这些振动特性与初始位移和速度无关。

无阻尼体系在最大位移 A 和最小位移 $-A$ 之间往复振荡,这两个位移的大小 A 是相等的,称其为运动的振幅,由下式给出,即

$$A = \sqrt{[x(0)]^2 + \left[\frac{\dot{x}(0)}{\omega}\right]^2} \quad (1-11)$$

振幅 A 取决于初始位移和速度。各次循环中振幅保持不变,也就是说,运动不衰减。

第二节 有阻尼自由振动

式 (1-1) 中,令 $p(t) = 0$,得到有阻尼单自由度体系自由振动微分方程为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (1-12)$$

式 (1-12) 除以 m 后可得

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2x = 0 \quad (1-13)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \zeta = \frac{c}{2m\omega} = \frac{c}{c_{cr}} \quad c_{cr} = 2m\omega = 2\sqrt{km} = \frac{2k}{\omega} \quad (1-14)$$

式中 c_{cr} ——临界阻尼系数;

ζ ——阻尼比或临界阻尼百分率。

阻尼常数 c 是在自由振动的一个循环或强迫谐振的一个循环中能量耗散的一种测度。阻尼比也是体系的一种特性,它取决于体系的质量和刚度。

解式 (1-13),得

$$x(t) = e^{-\zeta\omega t} \left[x(0) \cos\omega_D t + \frac{\dot{x}(0) + \zeta\omega x(0)}{\omega_D} \sin\omega_D t \right] \quad (1-15)$$

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \zeta^2}$$

式中 ω_D ——考虑阻尼后的圆频率。

一、阻尼的特性

对于 ζ 的三个值, 图 1-2 中显示了由初位移所引起的运动 $x(t)$ 的曲线。如果 $c=c_{cr}$ 或 $\zeta=1$, 则体系返回到其平衡位置而不振荡; 如果 $c>c_{cr}$ 或 $\zeta>1$, 与 $\zeta=1$ 的情况一样, 体系还是不振荡, 并以更缓慢的速率回到其平衡位置; 如果 $c<c_{cr}$ 或 $\zeta<1$, 则体系在其平衡位置附近振荡, 振幅逐渐减小。

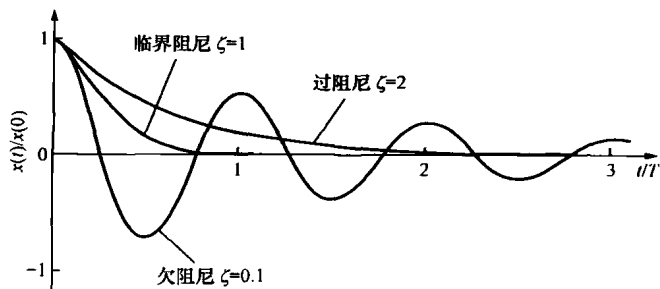


图 1-2 欠阻尼、临界阻尼和过阻尼体系的自由振动

阻尼系数 c_{cr} 之所以被称为临界阻尼系数, 是因为它是完全抑制振荡的最小阻尼值, 象征着振荡与不能振荡之间的分界线。

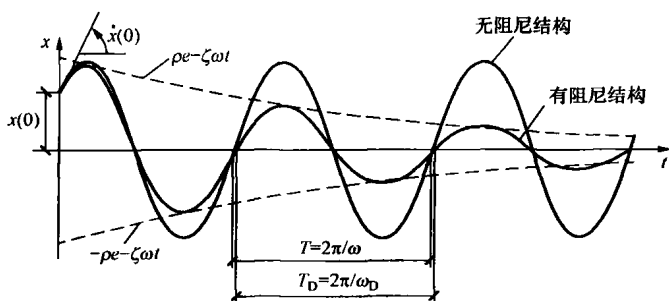


图 1-3 阻尼对自由振动的影响

减。包络线 $\pm \rho e^{-\zeta\omega t}$ 与位移时程曲线的相切点位于峰值靠右侧处, 这里

$$\rho = \sqrt{[x(0)]^2 + \left[\frac{\dot{x}(0) + \zeta\omega x(0)}{\omega_D}\right]^2} \quad (1-16)$$

阻尼的影响是对自由振动衰减速率的影响。这一点如图 1-4 所示, 图中给出了具有相同固定周期 T , 但阻尼比分别为 2%、5%、10% 和 20%, 都由初位移 $x(0)$ 引起的四种体系自由振动。

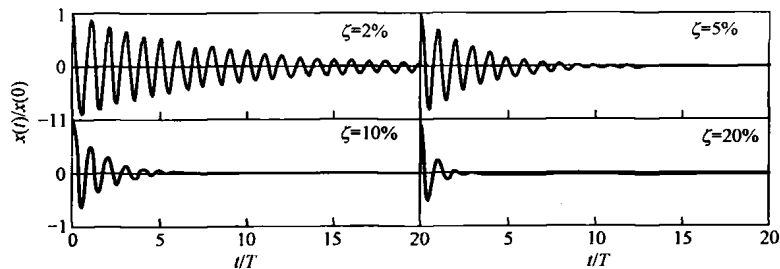


图 1-4 四种阻尼水平体系的自由振动

2. 运动的衰减

这里介绍有阻尼自由振动两个连续峰值之比与阻尼比之间的关系。时刻 t 的位移与经过一个完整周期 T_D 后位移的比值与 t 无关, 这个比值为

$$\frac{x(t)}{x(t+T_D)} = \exp(\zeta\omega T_D) = \exp\left(\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) \quad (1-17)$$

由于这些峰值之间相隔一个周期 T_D ，因此图 1-5 所示连续峰值的比值 x_i/x_{i+1} 为

$$\frac{x_i}{x_{i+1}} = \exp\left(\frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) \quad (1-18)$$

这个比值的自然对数称为对数衰减率，用 δ 表示，即

$$\delta = \ln \frac{x_i}{x_{i+1}} = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (1-19)$$

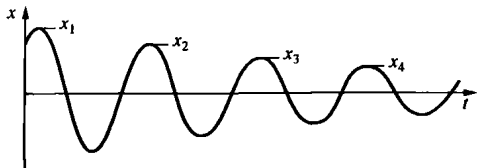


图 1-5 运动的衰减

如果 ζ 很小， $\sqrt{1-\zeta^2} \approx 1$ ，则可给出一个近似式，即

$$\delta \approx 2\pi\zeta \quad (1-20)$$

如果运动衰减是缓慢的，则需要通过以相距若干周期的两个振幅的比值取代相邻两振幅的比值，来建立与阻尼比的关系。经 j 个周期运动从 x_1 减少到 x_{j+1} ，这个比值为

$$\frac{x_1}{x_{j+1}} = \frac{x_1}{x_2} \frac{x_2}{x_3} \frac{x_3}{x_4} \dots \frac{x_j}{x_{j+1}} = e^\delta$$

因此
$$\delta = \frac{1}{j} \ln \frac{x_1}{x_{j+1}} \approx 2\pi\zeta \quad (1-21)$$

为了确定位移振幅下降 50% 所经历的循环数，可获得下面的关系，即

$$j_{50\%} = \ln \frac{2}{\delta} = \ln \frac{2\sqrt{1-\zeta^2}}{2\pi\zeta} \approx \ln \frac{2(1-\zeta^2/2)}{2\pi\zeta} \approx \frac{0.11}{\zeta}$$

二、阻尼的实测方法

对于实际结构，解析确定阻尼比 ζ 是不可能的，所以这个难以理解的特性将由试验来确定。阻尼比可由下式确定，即

$$\zeta = \frac{1}{2\pi j} \ln \frac{u_i}{u_{i+j}} \quad (1-22)$$

或由以比位移更容易测量的加速度表示的类似公式确定，即

$$\zeta = \frac{1}{2\pi j} \ln \frac{\ddot{u}_i}{\ddot{u}_{i+j}} \quad (1-23)$$

对弱阻尼体系可以证明它是有效的。

体系的固有周期 T_D 也可通过测量自由振动完成一个振动循环所需的时间来确定。将其与利用理想化体系的刚度和质量计算得到的固有周期进行比较，可以知道这些特性的计算精度以及理想化体系与实际结构的相近程度。

【例 1-1】 用自由振动法研究一单层框架结构的性质，试验中用钢索给结构的屋面施加 $P=37\text{kN}$ 的水平力，使框架结构产生 $\Delta_{st}=5.0\text{cm}$ 的水平位移，然后突然切断钢索，让结构自由振动，经过 2.0s ，结构振动完成了 4 周循环，振幅变为 2.5cm 。从以上数据计算：
① 阻尼比 ζ ；② 无阻尼自振周期 T ；③ 等效刚度 k ；④ 等效质量 m ；⑤ 阻尼系数 c ；⑥ 位移振幅衰减到 0.5cm 时所需的振动周数。

解 (1) $\zeta = \frac{1}{2\pi j} \ln \frac{x_i}{x_{i+j}}$

将 $x_i = 5.0\text{cm}$ 、 $x_{i+j} = 2.5\text{cm}$ 、 $j = 4$ 代入有

$$\zeta = \frac{1}{2\pi j} \ln \frac{x_i}{x_{i+j}} = \frac{1}{8\pi} \ln \frac{5.0}{2.5} = 0.0276$$

因此该体系为小阻尼。

(2) 有阻尼自振周期 $T_D = \frac{2.0}{4} = 0.5$ (s), 因为体系是小阻尼, 则有 $T \approx T_D = 0.5\text{s}$ 。

(3) 刚度 $k = P/\Delta_{st} = \frac{73}{0.05} = 1460$ (kN/m)

(4) 自振频率 $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.5} = 12.57$ (rad/s)

$$m = \frac{k}{\omega^2} = \frac{1460}{(12.57)^2} = 9.24(\text{t})$$

(5) 阻尼系数 $c = \zeta(2\sqrt{km}) = 0.0276 \times 2 \times \sqrt{1460 \times 9.24} = 6.41$ (kN · s/m)

(6) 由 $\zeta = \frac{1}{2\pi j} \ln \frac{x_i}{x_{i+j}}$ 得

$$j = \frac{1}{2\pi\zeta} \ln \frac{x_i}{x_{i+j}} = \frac{1}{2\pi \times 0.0276} \times \ln \frac{5}{0.5} = 13.28 \approx 13(\text{周})$$

思考题

1. 怎样区别动力荷载与静力荷载?
2. 动力荷载与静力荷载计算的主要差别是什么?
3. 何谓结构的振动自由度? 它与机动分析中的自由度、结构稳定计算中的自由度有何异同?
4. 建立振动微分方程有哪两种基本方法? 每种方法所建立的方程代表什么条件?
5. 为何说结构的自振频率和周期是结构的固有性质? 怎样改变它们?
6. 阻尼对结构的自振频率和振幅有什么影响? 何谓临界阻尼情况?

习题

1. 单自由度建筑物的重量为 900kN, 在位移为 3.1cm($t = 0$) 时突然释放, 使建筑产生自由振动。如果往复振动的最大位移为 2.2cm($t = 0.64\text{s}$), 试求: ①建筑物的刚度 k ; ②阻尼比 ζ ; ③阻尼系数 c 。

2. 单自由度体系的质量 $m = 875\text{t}$, 刚度 $k = 3500\text{kN/m}$, 且不考虑阻尼。如果初始位移为 $x(0) = 4.6\text{cm}$, 而 $t = 1.2\text{s}$ 时的位移仍为 4.6cm, 试求: ① $t = 2.4\text{s}$ 时的位移; ②自由振动的振幅 u_0 。

第二章 单自由度体系强迫振动

第一节 无阻尼体系的简谐振动

单自由度体系对简谐荷载的反应是结构动力学的一个经典课题, 不仅因为这种荷载在工程系统中会经常遇到 (例如不平衡转动机器所产生的力), 而且理解结构在简谐荷载下的反应后, 会增强对体系在其他类型荷载下反应的洞察力。无阻尼单自由度体系的简谐振动 (见图 2-1) 方程为

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + kx &= p(t) \\ p(t) &= p_0 \sin \omega_p t (\text{或 } p_0 \cos \omega_p t) \\ T_p &= \frac{2\pi}{\omega_p} \end{aligned} \quad (2-1)$$

式中 $p(t)$ —— 谐振力;

p_0 —— 力的幅值 (或最大值);

ω_p —— 激励频率 (或扰动频率);

T_p —— 激励周期 (或扰动周期)。

求解式 (2-1) 可以获得初始条件下的位移和速度, 即

$$x = x(0) \quad \dot{x} = \dot{x}(0) \quad (2-2)$$

线性二阶微分方程式 (2-1) 的特解有以下形式, 即

$$x_p(t) = C \sin \omega_p t \quad (2-3)$$

微分两次, 得

$$\ddot{x}_p(t) = -\omega^2 C \sin \omega_p t \quad (2-4)$$

将式 (2-3)、式 (2-4) 代入式 (2-1) 中, 得到 C 的解为

$$C = \frac{p_0}{k} \frac{1}{1 - (\omega_p/\omega)^2} \quad (2-5)$$

将式 (2-5) 与式 (2-3) 联合, 可得到特解式 (2-6), 即

$$x_p(t) = \frac{p_0}{k} \frac{1}{1 - (\omega_p/\omega)^2} \sin \omega_p t \quad \omega \neq \omega_p \quad (2-6)$$

方程的补解为

$$x_c(t) = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t \quad (2-7)$$

全解为补解与特解之和, 即

$$x(t) = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t + \frac{p_0}{k} \frac{1}{1 - (\omega_p/\omega)^2} \sin \omega_p t \quad (2-8)$$

为了确定式 (2-8) 中的常数 C_1 和 C_2 , 对其微分得

$$\dot{x}(t) = -\omega C_1 \sin \omega t + \omega C_2 \cos \omega t + \frac{p_0}{k} \frac{\omega_p}{1 - (\omega_p/\omega)^2} \cos \omega_p t \quad (2-9)$$

求式 (2-8) 和式 (2-9) 在 $t=0$ 时的值, 给出

$$x(0) = C_1 \quad \dot{x}(0) = \omega C_2 + \frac{p_0}{k} \frac{\omega_p}{1 - (\omega_p/\omega)^2}$$

由这两个式子得到

$$C_1 = x(0) \quad C_2 = \frac{\dot{x}(0)}{\omega} - \frac{p_0}{k} \frac{\omega_p/\omega}{1 - (\omega_p/\omega)^2}$$

将 C_1 和 C_2 代入式 (2-8) 中, 即可得到

$$x(t) = x(0)\cos\omega t + \left[\frac{\dot{x}(0)}{\omega} - \frac{p_0}{k} \frac{\omega_p/\omega}{1 - (\omega_p/\omega)^2} \right] \sin\omega t + \frac{p_0}{k} \frac{1}{1 - (\omega_p/\omega)^2} \sin\omega_p t \quad (2-10)$$

将式 (2-10) 对 $\omega_p/\omega=0.2$ 、 $x(0)=0$ 和 $\dot{x}(0)=\omega p_0/k$ 的图形用实线绘于图 2-1 中, 式 (2-10) 中 $\sin\omega_p t$ 是特解, 以虚线画出。

式 (2-10) 和图 2-1 说明 $x(t)$ 包含两个截然不同的振动成分: $\sin\omega_p t$ 项, 给出以强迫频率或激励频率进行的振荡; $\sin\omega t$ 和 $\cos\omega t$ 项, 给出以体系固有频率进行的振荡。前者是强迫振动或稳态振动, 它的存在是因为有作用力而与初始条件无关; 后者为瞬态振动, 它取决于初始位移和速度, 即使 $x(0)=\dot{x}(0)=0$, 它也存在, 在这种情况下, 式 (2-10) 成为

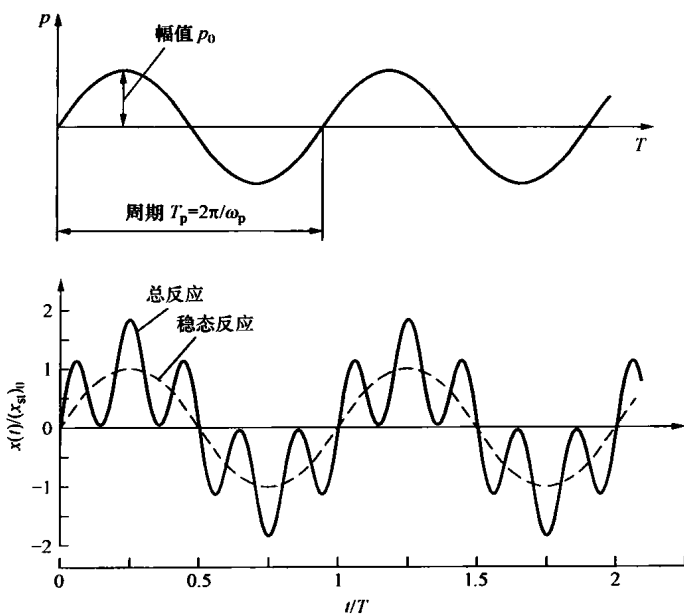


图 2-1 简谐荷载和无阻尼体系对简谐荷载的反应

$$x(t) = \frac{p_0}{k} \frac{1}{1 - (\omega_p/\omega)^2} \left(\sin\omega_p t - \frac{\omega_p}{\omega} \sin\omega t \right) \quad (2-11)$$

瞬态分量在图 2-1 中为实线与虚线之间的差, 表面上连续不断, 但这仅是理论上的, 因为在实际结构中, 阻尼是不可避免存在的, 使得自由振动随时间衰减, 所以这个分量被称为瞬态振动。

按扰动频率作正弦振荡的稳态动力反应可以表达为

$$x(t) = (x_{st})_0 \left(\frac{1}{1 - \omega_p/\omega} \right) \sin\omega_p t \quad (2-12)$$

在式 (2-1) 中忽略加速度项所表示的动力效应, 得到每一瞬时的静变形 (用下标 “st” 表示), 即

$$x_{st}(t) = \frac{p_0}{k} \sin\omega_p t \quad (2-13)$$

静变形的最大值为

$$(x_{st})_0 = \frac{p_0}{k} \quad (2-14)$$

可以将式 (2-14) 理解为由力的幅值 p_0 引起的静变形, 为了方便起见, 简称 $(x_{st})_0$ 为

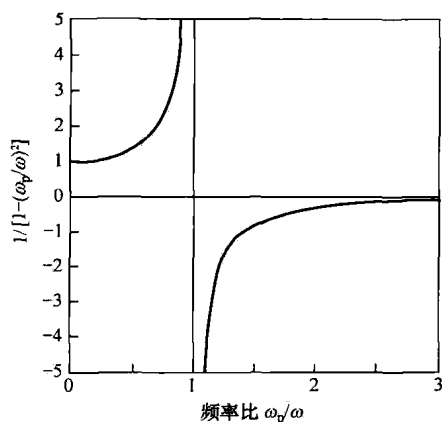


图 2-2 扰动频率与固有频率的比值关系

静变形。式 (2-12) 中括号内的系数对扰动频率与固有频率的比值 ω_p/ω 的关系曲线绘于图 2-2 中。对于 $\omega_p/\omega < 1$ 或 $\omega_p < \omega$, 这个系数是正的, 说明 $x(t)$ 和 $p(t)$ 有相同的代数符号 (即当图 2-2 中力向右作用时, 体系也向右移动), 这时位移与作用力同相位; 对于 $\omega_p/\omega > 1$ 或 $\omega_p > \omega$, 这个系数是负的, 说明 $x(t)$ 和 $p(t)$ 有相反的代数符号 (即当力向右作用时, 体系将向左移动), 这时位移与作用力异相位。

为了从数学角度描述相位这个概念, 根据振动位移 $x(t)$ 的幅值 A 和相位角 ϕ 将式 (2-12) 重写为

$$x(t) = A \sin(\omega t - \phi) = (x_{st})_0 R_d \sin(\omega t - \phi) \quad (2-15)$$

其中

$$R_d = \frac{A}{(x_{st})_0} = \frac{1}{|1 - (\omega_p/\omega)^2|}$$

$$\phi = \begin{cases} 0^\circ & \omega_p < \omega \\ 180^\circ & \omega_p > \omega \end{cases}$$

对于 $\omega_p < \omega$, $\phi = 0^\circ$, 这意味着位移随 $\sin \omega_p t$ 变化, 与作用力同相位; 对于 $\omega_p > \omega$, $\phi = 180^\circ$, 标志着位移随 $-\sin \omega_p t$ 变化, 与作用力异相位。作为频率比 ω_p/ω 的函数的相位角 ϕ , 其图形如图 2-3 所示。

变形 (或位移) 反应系数 R_d 是动力 (或振动) 变形振幅 A 与静变形 $(x_{st})_0$ 的比值。作为频率比 ω_p/ω 的函数的 R_d , 其图形绘于图 2-3 中。

从图 2-3 中可看到以下几点:

如果 ω_p/ω 的值很小 (即力是缓慢变化的), 则 R_d 仅比 1 稍为大一点, 动变形的幅值基本上与静变形相同。

如果 $\omega_p/\omega > \sqrt{2}$, 则 $R_d < 1$, 动变形幅值比静变形小。

当 ω_p/ω 超过 $\sqrt{2}$ 后, 随 ω_p/ω 增加, R_d 变得更小; 随 $\omega_p/\omega \rightarrow \infty$, R_d 趋于零, 意味着由于力的“迅速变化”, 振动变形非常微小。

如果 ω_p/ω 靠近 1, 则 R_d 比 1 大许多倍, 意味着变形幅值比静变形大许多。

将 R_d 发生最大值的扰动频率定义为共振频率。对于无阻尼体系, 共振频率为 ω , 它使得 R_d 无限大。然而, 就像下面所证明的, 动变形不是立即到达无限大的, 而是逐渐变大。

如果 $\omega_p = \omega$, 则

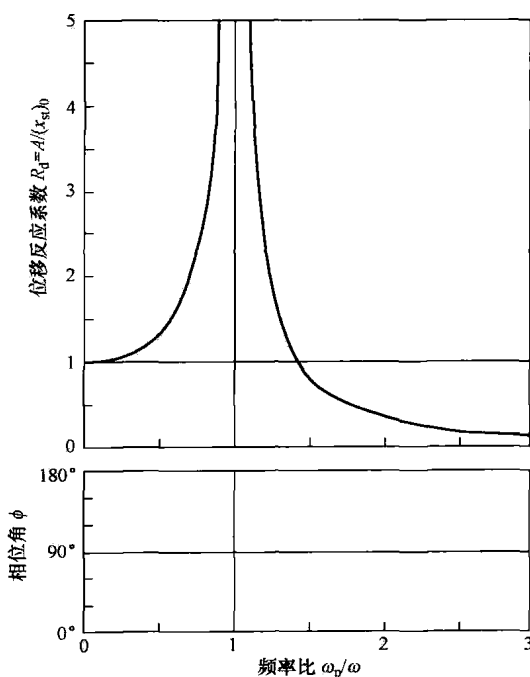


图 2-3 无阻尼体系受简谐荷载作用时的位移反应系数和相位角

$$x(t) = -\frac{1}{2} \frac{p_0}{k} (\omega t \cos \omega t - \sin \omega t) \quad (2-16)$$

或

$$\frac{x(t)}{(x_{st})_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi t}{T} \cos \frac{2\pi t}{T} - \sin \frac{2\pi t}{T} \right) \quad (2-17)$$

将上述结果绘于图 2-4 中, 它说明完成一个循环所需的时间为 T 。发生在 $t=j(T/2)$ 时刻 $x(t)$ 的局部最大值为 $\pi(j-1/2)(x_{st})_0$, $j=1, 2, 3, \dots$; 而发生在 $t=jT$ 时刻 $x(t)$ 的局部最小值为 $-\pi j(x_{st})_0$, $j=1, 2, 3, \dots$ 。

每个循环变形振幅增加

$$|x_{j+1}| - |x_j| = (x_{st})_0 [\pi(j+1) - \pi j] = \frac{\pi p_0}{k}$$

变形振幅无限地增长, 当时间趋于无限时, 它趋于无穷大。这是一个理论结果, 对于实际结构需要给出恰当的解释。一方面, 如果体系是脆性的, 则随着变形的持续增长, 在某时刻体系会失效。另一方面, 如果体系是延性的, 则它会屈服, 其刚度会下降, 固有频率就不再等于扰动频率, 图 2-4 就不再有效了。

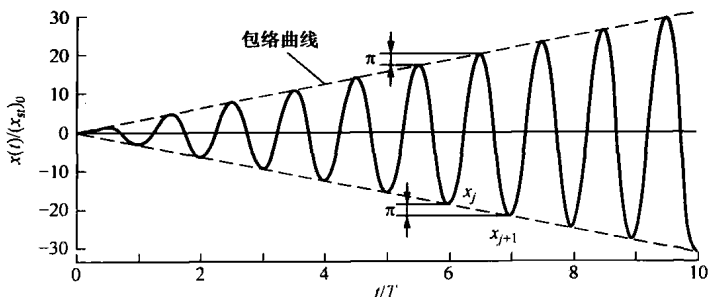


图 2-4 $x(0) = \dot{x}(0) = 0$ 时, 无阻尼体系对频率为 $\omega_p = \omega$ 的正弦荷载的反应

第二节 具有黏滞阻尼的简谐振动

一、稳态和瞬态反应

具有黏滞阻尼的单自由度体系在简谐荷载作用下的运动控制微分方程为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = p_0 \sin \omega_p t \quad (2-18)$$

初始条件为

$$x = x(0) \quad \dot{x} = \dot{x}(0) \quad (2-19)$$

将式 (2-19) 除以 m , 得

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_p \dot{x} + \omega^2 x = \frac{p_0}{m} \sin \omega_p t \quad (2-20)$$

式 (2-20) 的特解有以下形式, 即

$$x_p(t) = C \sin \omega_p t + D \cos \omega_p t \quad (2-21)$$

将式 (2-21) 及它的一阶和二阶导数代入式 (2-20), 得

$$[(\omega^2 - \omega_p^2)C - 2\zeta\omega\omega_p D] \sin \omega_p t + [2\zeta\omega\omega_p C + (\omega^2 - \omega_p^2)D] \cos \omega_p t = \frac{p_0}{m} \sin \omega_p t \quad (2-22)$$

因为式 (2-22) 对所有 t 均有效, 所以等式两边正弦项和余弦项的系数必须相等。由

此得到 C 和 D 的两个等式, 等式两边同除以 ω^2 后, 并利用关系 $k=\omega^2 m$, 得到

$$\begin{aligned} \left[1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2\right]C - \left(2\zeta\frac{\omega_p}{\omega}\right)D &= \frac{p_0}{k} \\ \left(2\zeta\frac{\omega_p}{\omega}\right)C + \left[1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2\right]D &= 0 \end{aligned}$$

求解这两个代数方程, 即可得到系数 C 和 D , 即

$$\begin{aligned} C &= \frac{p_0}{k} \frac{1 - (\omega_p/\omega)^2}{[1 - (\omega_p/\omega)^2]^2 + (2\zeta\omega_p/\omega)^2} \\ D &= \frac{p_0}{k} \frac{-2\zeta\omega_p/\omega}{[1 - (\omega_p/\omega)^2]^2 + (2\zeta\omega_p/\omega)^2} \end{aligned}$$

式 (2-18) 的余解是自由振动反应, 即

$$x_c(t) = e^{-\zeta\omega t} (A\cos\omega_D t + B\sin\omega_D t)$$

式中

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \zeta^2}$$

式 (2-18) 的全解为

$$x(t) = e^{-\zeta\omega t} (A\cos\omega_D t + B\sin\omega_D t) + C\sin\omega_p t + D\cos\omega_p t \quad (2-23)$$

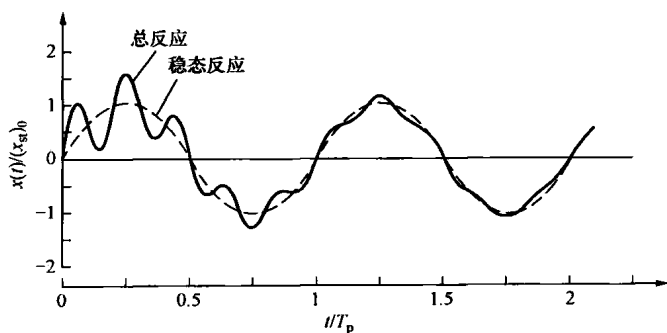


图 2-5 有阻尼体系对简谐荷载的反应

式中, 常数 A 和 B 根据初位移 $u(0)$ 和初速度 $\dot{u}(0)$, 可由标准方法确定。

将式 (2-23) 对 $\omega_p/\omega=0.2$ 、 $\zeta=0.05$ 、 $x(0)=0$ 和 $\dot{x}(0)=\omega p_0/k$ 的图形绘于图 2-5 中, 总反应以实线表示, 稳态反应以虚线表示, 两者之差为瞬态反应, 将其与图 2-1 中的无阻尼体系无衰减的瞬态反应进行比较, 可见反应随时间按指数

衰减, 衰减的速度取决于 ω_p/ω 和 ζ 。片刻以后, 只有强迫反应会保留下来, 因此称其为稳态反应。然而, 有一点可以明确, 最大的变形峰值发生在体系达到稳定状态之前。

二、对 $\omega_p=\omega$ 的反应

扰动频率与固有频率相同时, 阻尼对达到稳态反应的速度和限制稳态反应大小有一定的影响。对于 $\omega_p=\omega$, $C=0$ 和 $D=-(x_{st})_0/2\zeta$; 对于 $\omega_p=\omega$ 和零初始条件, A 和 B 可确定为 $A=(x_{st})_0/2\zeta$ 和 $B=(x_{st})_0/2\sqrt{1-\zeta^2}$ 。由这些 A 、 B 、 C 和 D 的解答, 式 (2-23) 成为

$$x(t) = (x_{st})_0 \frac{1}{2\zeta} \left[e^{-\zeta\omega t} \left(\cos\omega_D t + \frac{\zeta}{1-\zeta^2} \sin\omega_D t \right) - \cos\omega t \right] \quad (2-24)$$

对于 $\zeta=0.05$ 的体系, 这个结果绘于图 2-6 中。比较图 2-6 的有阻尼体系和图 2-4 的无阻尼体系, 可见阻尼使每个峰值降低, 并限制反应, 使其成为有界值, 即

$$x_0 = \frac{(x_{st})_0}{2\zeta} \quad (2-25)$$

对于弱阻尼体系, 式 (2-24) 中的正弦值是很微小的, 并且 $\omega_D \approx \omega$, 因此

$$x(t) \approx (x_{st})_0 \frac{1}{2\zeta} (e^{-\zeta\omega t} - 1) \cos\omega t \quad (2-26)$$