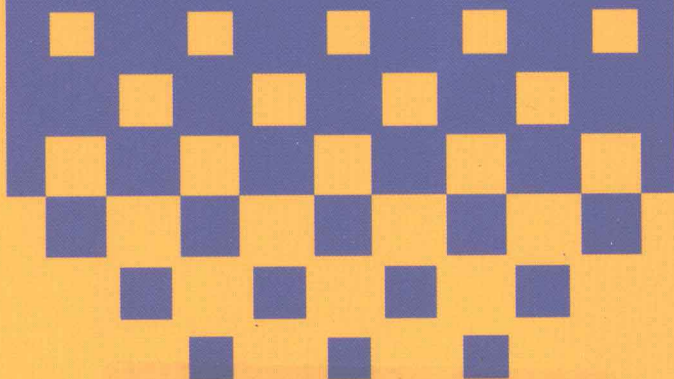


经 济 管 理 类 数 学 基 础

微积分

于伟红 王义东 主编

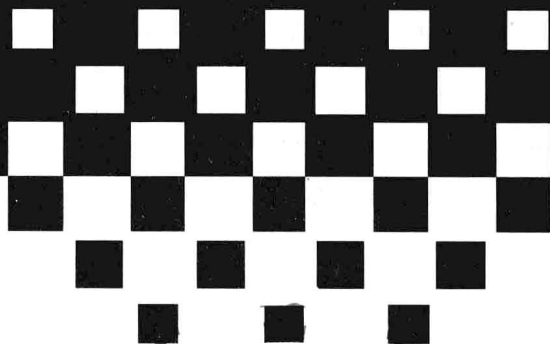


清华大学出版社

经 济 管 理 类 数 学 基 础

微积分

于伟红 王义东 主编



清华大学出版社
北 京

内 容 简 介

本书涵盖了教育部非数学类专业数学基础课程教学指导分委员会最新制定的经济管理类本科数学基础教学基本要求,与教育部最新颁布的研究生入学考试数学三考试大纲的微积分内容相衔接。教材编写遵循加强基础、强化应用、注重后效的原则,将微积分和经济学的有关内容有机结合,注重渗透现代数学思想,符合经济管理类专业对数学要求越来越高的趋势。

全书共10章,包含了极限、导数与微分、中值定理及其应用、不定积分与定积分、多元函数微分与积分、无穷级数、微分方程与差分方程等内容。每章节配有难易兼顾的习题,书后附有习题的参考答案。

本书可作为高等学校经济管理类或其他非数学类专业的教材或教学参考书。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

微积分/于伟红,王义东主编.--北京:清华大学出版社,2012.7

(经济管理类数学基础)

ISBN 978-7-302-28919-7

I. ①微… II. ①于… ②王… III. ①微积分 IV. ①O172

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第107017号

责任编辑:石磊 赵从棉

封面设计:傅瑞学

责任校对:王淑云

责任印制:沈露

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦A座 邮 编:100084

社总机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者:北京四季青印刷厂

装 订 者:北京市密云县京文制本装订厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×230mm 印 张:25 字 数:543千字

版 次:2012年7月第1版 印 次:2012年7月第1次印刷

印 数:1~4000

定 价:38.00元

产品编号:042956-01

随着我国经济与管理学科的迅速发展,数学作为经济与管理学科的重要基础课受到越来越广泛的关注和重视.数学课的教学目的在于培养学生的抽象思维能力、逻辑思维能力、科学的定量分析能力等基本数学素质,特别是培养学生在研究经济理论和经济管理的实践中综合运用数学思想方法去分析问题和解决问题的能力.数学课的教学质量,直接影响后续专业课的教学和相关专业学生的培养质量.

经济管理类数学基础系列课程主要有微积分、线性代数、概率论与数理统计三门课程.长期以来,中央财经大学应用数学学院一直非常重视这些基础课程的建设与改革.学院曾于1998年组织骨干教师编写出版了这三门课程的教材.该教材被评为中央财经大学重点系列教材,自出版发行以来,深受广大教师及学生的好评,还在一定程度上满足了兄弟院校教学的需要.

近年来,随着我校教育教学改革的不断深入,我们进一步对数学课的教学内容、教学手段等方面进行了一系列改革,力求使之更加适应新形势下财经应用型创新人才培养的要求.依据新的培养目标和培养方案,参考2009年教育部最新颁布的研究生入学数学考试大纲,我们重新修订了这三门课的教学大纲,组织教学小组积极探索提高公共数学课教学质量的途径、方法和有效手段.经过几年的努力,我们在课程建设方面取得了一定的成绩.目前,三门经济管理类数学课程均已成为校级精品课,其中微积分于2008年被评为北京市精品课程.

2010年5月,教育部为贯彻落实《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020年)》,扎实有序地推进教育改革,决定在全国范围分区域、有步骤地开展改革试点工作.中央财经大学的“财经应用型创新人才培养模式改革”成为首批国家教育体制改革试点项目.基于此,我们在课程建设中进一步突出了学生创新意识和创新能力的培养,成立教学改革课题组,开展“数学课程与教材一体化建设的研究”.

在上述工作的基础上,我们编写了这套“经济管理类数学基础”系列教材,包括《微积分》、《线性代数》、《概率论与数理统计》,以及配套的习题课教材和电子教案.教材内容涵盖了教育部非数学类专业数学基础课程教学指导分委员会最新制定的“经济管理类本科数学基础教学基本要求”,并且满足经济类、管理类各专业对数学越来越高的要求.在我们原有教材的基础上,该系列教材凝聚了作者近年来在大学数学教学改革方面的一些新成果,借鉴了近几年国内外一批优秀教材的有益经验.教材在内容上注重基本概念、基本理论和基本技

II 微积分

能的讲解,突出理论联系实际,努力体现实用性.根据经济管理类专业学生的实际情况,尽量以直观的、通俗的方法重点阐述数学方法的思想、应用背景及其在金融、保险、统计等领域应用中应该注意的问题.选择与当今社会经济生活和现代科技密切相关的实例,避免那种远离实际而只讲数学的抽象定义、定理、证明的模式,尽量突出数学建模的思想和方法.通过加强对经济学、管理学具体问题的数学表述和数学理论问题的经济学含义解释,使得数学的能力培养功能与应用功能有机结合,培养学生在经济学中的数学思维方式和数学应用能力,实现经济、管理类数学基础教育的“培养素质、提高能力特别是专业素质”的目标.我们希望系列教材与精品课程互为依托,进一步促进课程与专业建设水平全面提高.

在本系列教材的编写和出版过程中,得到中央财经大学教务处、应用数学学院以及清华大学出版社的大力支持,在此一并致谢.

尽管作者都有良好的愿望和多年的教学经验,但由于受经验和水平的限制,加之时间仓促,书中难免存在作者未发现的错漏,恳请使用本书的读者不吝指正,以便进一步完善.

编 者

2012年5月

前言

本书依据教育部《经济管理类本科数学基础教学基本要求》编写,内容涵盖一元微积分、多元微积分、无穷级数与微分方程等,可作为经济管理类和其他非数学专业的教材或教学参考书。

本书突出了微积分在经济中的应用。例如,在第2章介绍了单利、复利、连续复利三种常用的计息方式;第4章介绍了常用的经济函数及其边际、弹性、极值;第6章引入了收益流的现值和将来值;第7章给出了偏边际与偏弹性以及拉格朗日乘数的经济解释;第10章引入了治污、价格调整、贷款等与实际联系紧密的模型,突出了数学建模思想。这样从具体到抽象,再从抽象到具体,将微积分内容与经济问题有机地结合起来,为学生将来利用数学方法讨论更复杂的经济问题打下扎实的基础。

此外,对一些内容和定理的证明,作了简化和新的处理,注意几何意义和实际背景的介绍,更加突出对数学思想与方法的分析。例如,在第2章中将有限变量、无穷小、无穷大与函数的极限放在一起,将极限的性质与极限的四则运算法则放在一起;第4章将经济函数及其边际、弹性、极值等问题合并到一节集中介绍;第6章将积分上限函数与函数的单调性、连续性、可导性、极值、最值、中值定理、微分方程等知识点结合;第7章将空间解析几何初步与多元微分学结合;第9章将级数与极限、现值、定积分、微分方程等知识点结合,并增加了利用函数的幂级数展开式求函数的 n 阶导数等内容;在第10章将微分方程与一元积分学、多元微积分学等知识点结合,提高学生综合运用数学知识的能力。

在教材编写过程中,我们还注意到高中数学和大学数学的有机衔接问题,将现行中学课本已经淡化但在大学数学中又经常使用的知识在第1章中做了梳理和补充,例如三角函数公式、极坐标、参数方程、复数等;同时我们也对教材的深度和广度进行调整,对篇幅较长、公式推导相对繁难和与某些专业的实际问题联系比较紧密的问题以“*”号的形式加以阐述,以适应不同层次的需求。吸收国内外优秀教材的优点,在习题类型的选取、难度的把握和数量等问题上都进行了充分的研究,其中有很多题目是我们多年教学经验的总结;给出了一些综合性很强、知识覆盖面广的习题,以帮助学生提高数学素养、培养创新意识、提高运用数学工具解决具体问题的能力。书末还附有习题答案与提示。

IV 微积分

本书共分 10 章,第 1,2,10 章由刘丽敏编写,第 3,4 章由于伟红编写,第 5,6,9 章由姜玲玉编写,第 7,8 章由王义东编写.全书由于伟红统稿.

由于水平有限,书中的错误和不妥之处恳请广大读者批评指正,以期不断完善.

作 者

2011 年 12 月

目录

第 1 章 函数	1
1.1 集合	1
1.1.1 区间与邻域	1
1.1.2 函数的概念	2
1.1.3 初等函数	3
1.2 函数的参数方程与极坐标方程	5
1.2.1 函数的参数方程	5
1.2.2 函数的极坐标方程	6
1.3 复数	7
1.3.1 复数域	7
1.3.2 复数的模与辐角	8
复习题一	9
第 2 章 极限与连续	10
2.1 数列的极限	10
2.1.1 引例	10
2.1.2 数列的极限	11
习题 2.1	15
2.2 函数的极限	15
2.2.1 自变量趋于无穷大时函数的极限	16
2.2.2 自变量趋于有限值时函数的极限	17
2.2.3 有界变量、无穷小与无穷大	19
习题 2.2	22
2.3 极限的性质与运算法则	23
2.3.1 极限的性质	23
2.3.2 极限的运算法则	24
习题 2.3	29

2.4	极限存在准则与两个重要极限	30
2.4.1	夹逼准则	30
2.4.2	单调有界收敛准则	32
2.4.3	连续复利	35
	习题 2.4	36
2.5	无穷小的比较	37
2.5.1	无穷小的比较	37
2.5.2	等价无穷小	38
	习题 2.5	39
2.6	函数的连续性与间断点	40
2.6.1	函数的连续性	40
2.6.2	函数的间断点	41
2.6.3	连续函数的运算性质	42
	习题 2.6	43
2.7	连续函数的性质	44
2.7.1	最大值与最小值定理	44
2.7.2	零点定理与介值定理	45
	习题 2.7	46
	复习题二	46
第 3 章	导数与微分	49
3.1	导数的概念	49
3.1.1	引例——变化率问题	49
3.1.2	导数的定义	51
3.1.3	导数的几何意义	55
3.1.4	函数的可导性与连续性的关系	56
	习题 3.1	57
3.2	求导法则与基本初等函数的求导公式	58
3.2.1	函数的和、差、积、商的求导法则	58
3.2.2	反函数的求导法则	60
3.2.3	复合函数的求导法则	61
3.2.4	求导法则与基本初等函数导数公式表	64
	习题 3.2	65
3.3	高阶导数	67
	习题 3.3	69

3.4	隐函数的导数以及由参数方程所确定的函数的导数	70
3.4.1	隐函数的导数	70
3.4.2	由参数方程所确定的函数的导数	72
	习题 3.4	74
3.5	微分及其简单应用	75
3.5.1	微分的定义	75
3.5.2	可微与可导的关系	75
3.5.3	微分的几何意义	77
3.5.4	基本初等函数的微分公式与微分运算法则	77
3.5.5	微分形式的不变性	78
3.5.6	微分在近似计算中的应用	80
	习题 3.5	81
	复习题三	82
第 4 章	微分中值定理与导数的应用	84
4.1	微分中值定理	84
4.1.1	罗尔中值定理	84
4.1.2	拉格朗日中值定理	87
4.1.3	柯西中值定理	90
	习题 4.1	91
4.2	洛必达法则	92
4.2.1	$\frac{0}{0}$ 型未定式	92
4.2.2	$\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式	94
4.2.3	$0 \cdot \infty, \infty - \infty, 0^0, 1^\infty, \infty^0$ 型未定式	95
	习题 4.2	97
4.3	函数的单调性、极值与最值	97
4.3.1	函数的单调性	97
4.3.2	函数的极值	100
4.3.3	函数的最大值和最小值	104
	习题 4.3	106
4.4	曲线的凹凸性与拐点	107
4.4.1	曲线的凹凸性	107
4.4.2	曲线的拐点	108

习题 4.4	109
4.5 函数图形的描绘	109
习题 4.5	112
4.6 导数在经济学中的应用	112
4.6.1 经济学中的常用函数	112
4.6.2 导数在经济分析中的应用	116
4.6.3 函数最值的经济应用问题	122
习题 4.6	126
4.7 泰勒公式	127
习题 4.7	131
复习题四	132
第 5 章 不定积分	134
5.1 不定积分的概念与性质	134
5.1.1 原函数与不定积分的概念	134
5.1.2 基本积分公式表	136
5.1.3 不定积分的性质	137
习题 5.1	138
5.2 换元积分法	138
5.2.1 第一类换元积分法	139
5.2.2 第二类换元积分法	144
习题 5.2	148
5.3 分部积分法	150
习题 5.3	153
5.4 有理函数的积分	154
5.4.1 真分式的分解	154
5.4.2 有理函数的积分	156
习题 5.4	158
复习题五	159
第 6 章 定积分	162
6.1 定积分的概念与性质	162
6.1.1 问题的提出	162
6.1.2 定积分的定义	164
6.1.3 定积分的几何意义	165

习题 6.1	166
6.2 定积分的性质	167
习题 6.2	170
6.3 微积分基本公式	170
6.3.1 变速直线运动的位置函数与速度函数之间的联系	170
6.3.2 积分上限函数及其导数	171
6.3.3 牛顿-莱布尼茨公式	172
习题 6.3	174
6.4 定积分的换元积分法	175
习题 6.4	178
6.5 定积分的分部积分法	179
习题 6.5	181
6.6 反常积分与 Γ 函数	182
6.6.1 无穷限区间上的反常积分	182
6.6.2 无界函数的反常积分	183
6.6.3 Γ 函数	185
习题 6.6	186
6.7 定积分的几何应用	187
6.7.1 定积分的微元法(元素法)	187
6.7.2 微元法在求平面图形面积中的应用	188
6.7.3 微元法在求特殊立体体积中的应用	191
习题 6.7	194
6.8 定积分在经济学中的应用	195
6.8.1 由变化率求总量函数	195
6.8.2 收益流的现值与将来值	197
习题 6.8	199
复习题六	199
第 7 章 多元函数微分学	202
7.1 空间直角坐标系与空间曲面	202
7.1.1 空间直角坐标系	202
7.1.2 空间中的曲面与方程	204
7.1.3 柱面和旋转曲面	205
7.1.4 常见的二次曲面简介	207
习题 7.1	208

7.2	多元函数的概念	209
7.2.1	平面区域	209
7.2.2	多元函数的概念	210
	习题 7.2	211
7.3	二元函数的极限与连续	211
7.3.1	二元函数的极限	211
7.3.2	二元函数的连续性	213
	习题 7.3	214
7.4	偏导数与全微分	214
7.4.1	偏导数	214
7.4.2	全微分	217
	习题 7.4	220
7.5	多元复合函数微分法	221
7.5.1	全导数公式	221
7.5.2	复合函数求偏导数公式	223
	习题 7.5	225
7.6	隐函数微分法	226
7.6.1	一元隐函数的求导公式	226
7.6.2	二元隐函数求偏导数的公式	227
* 7.6.3	由方程组确定的隐函数偏导数的计算公式	228
	习题 7.6	230
7.7	高阶偏导数	231
	习题 7.7	234
7.8	多元函数的极值与条件极值	235
7.8.1	极值	235
7.8.2	条件极值	237
	习题 7.8	240
7.9	多元函数微分法的应用举例	241
7.9.1	偏边际与偏弹性	241
* 7.9.2	拉格朗日乘数的一种解释	243
* 7.9.3	最小二乘法	245
	习题 7.9	246
	复习题七	247

第 8 章 二重积分	250
8.1 二重积分的概念与性质	250
8.1.1 二重积分的概念	250
8.1.2 二重积分的几何意义	252
8.1.3 二重积分的性质	252
习题 8.1	253
8.2 二重积分的计算	253
8.2.1 利用直角坐标系计算二重积分	253
8.2.2 利用极坐标计算二重积分	256
8.2.3 反常(广义)二重积分简介	259
习题 8.2	261
复习题八	263
第 9 章 无穷级数	265
9.1 常数项级数的概念与性质	265
9.1.1 常数项级数的概念	265
9.1.2 常数项级数的性质	270
习题 9.1	272
9.2 正项级数	273
9.2.1 正项级数收敛的充要条件	273
9.2.2 正项级数的比较审敛法	274
9.2.3 正项级数的比值审敛法和根值审敛法	277
* 9.2.4 正项级数的积分审敛法	279
习题 9.2	281
9.3 任意项级数	282
9.3.1 交错级数及其审敛法	282
9.3.2 绝对收敛与条件收敛	283
习题 9.3	285
9.4 幂级数	285
9.4.1 函数项级数的概念	285
9.4.2 幂级数及其收敛性	286
9.4.3 幂级数的性质	290
习题 9.4	293
9.5 函数的幂级数展开	294

9.5.1	泰勒级数	294
9.5.2	函数展开成幂级数的方法	297
习题 9.5		302
9.6	函数幂级数展开式的应用	303
9.6.1	利用幂级数展开式求函数的 n 阶导数	303
9.6.2	函数的幂级数展开式在近似计算中的应用	305
习题 9.6		306
复习题九		306
第 10 章	微分方程与差分方程	309
10.1	微分方程的基本概念	309
习题 10.1		311
10.2	一阶微分方程	311
10.2.1	可分离变量的微分方程	312
10.2.2	一阶线性微分方程	313
10.2.3	用适当的变量替换解微分方程	314
10.2.4	一阶微分方程的应用	318
习题 10.2		320
10.3	可降阶的二阶微分方程	321
10.3.1	$y''=f(x)$ 型的微分方程	321
10.3.2	$y''=f(x, y')$ 型的微分方程	322
10.3.3	$y''=f(y, y')$ 型的微分方程	322
习题 10.3		323
10.4	二阶线性微分方程	324
10.4.1	二阶线性微分方程解的理论	324
10.4.2	二阶常系数线性微分方程	325
* 10.4.3	欧拉方程	329
习题 10.4		330
10.5	差分与差分方程的概念、线性差分方程解的结构	331
10.5.1	差分的概念	331
10.5.2	差分方程的概念	332
10.5.3	线性差分方程解的结构	333
习题 10.5		334
10.6	一阶常系数线性差分方程	334
10.6.1	一阶常系数齐次线性差分方程的求解	334

10.6.2	一阶常系数非齐次线性差分方程的求解	335
10.6.3	一阶常系数差分方程在经济中的应用	336
习题 10.6		338
10.7	二阶常系数线性差分方程	339
10.7.1	二阶常系数齐次线性差分方程的解法	339
10.7.2	二阶常系数非齐次线性差分方程的解法	340
习题 10.7		342
复习题十		342
部分习题答案		345
参考文献		382

函数

函数是数学中最重要的基本概念之一,是现实世界中量与量之间的依存关系在数学中的反映,也是经济数学的主要研究对象.本章将对中学学过的一些函数知识进行总结.

1.1 集合

1.1.1 区间与邻域

在数学中,我们把具有某种特定性质的事物所组成的全体称为集合.例如,全体复数的集合记为 $\mathbf{C}$;全体实数的集合记为 $\mathbf{R}$;全体有理数的集合记为 $\mathbf{Q}$;全体整数的集合记为 $\mathbf{Z}$;全体自然数的集合记为 $\mathbf{N}$ (通常我们记 $\mathbf{N}^*$ 为正整数集合).

在微积分中最常用的一类实数集是区间.设 a 与 b 都是实数,且 $a < b$,则数集 $\{x | a < x < b\}$ 称为开区间,记为 (a, b) .数集 $\{x | a \leq x \leq b\}$ 称为闭区间,记为 $[a, b]$.类似地,规定: $[a, b) = \{x | a \leq x < b\}$, $(a, b] = \{x | a < x \leq b\}$ 为半开半闭区间.这些区间均称为有限区间.引进记号 $+\infty$ 及 $-\infty$,可类似地表示无限区间.例如

$$[a, +\infty) = \{x | x \geq a\}, \quad (-\infty, b) = \{x | x < b\},$$

全体实数的集合 $\mathbf{R}$ 可记为 $(-\infty, +\infty) = \{x | x \in \mathbf{R}\}$.

邻域是另一种常用的集合.设 a, δ 是实数且 $\delta > 0$,集合

$$\{x | |x - a| < \delta\} = \{x | a - \delta < x < a + \delta\}$$

称为点 a 的 δ 邻域(图 1-1(a)),记为 $U(a, \delta)$,其中 a 称为邻域的中心, δ 称为邻域的半径.

如果把邻域的中心 a 去掉,就成为空心的,称为点 a 的去心 δ 邻域(图 1-1(b)),记为 $\dot{U}(a, \delta)$,即

$$\dot{U}(a, \delta) = \{x | 0 < |x - a| < \delta\}.$$

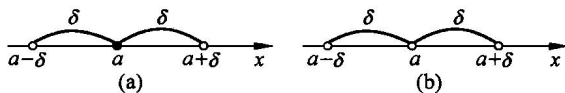


图 1-1