



普通高等院校“十二五”规划教材

大学物理

(下册)

主 编 咸立芬 王子国

副主编 薛建华 赵 静 王艳海



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

普通高等院校“十二五”规划教材

大学物理（下册）

主 编 咸立芬 王子国

副主编 薛建华 赵 静 王艳海



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书是参照教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会物理基础课程教学指导分委员会编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2010年版)编写的。本书分为上、下两册,上册内容包括质点的运动、运动定律与力学的守恒定律、相对论、静电场、恒定磁场和磁介质以及电磁感应和电磁场;下册内容包括机械振动、机械波、波动光学、气体动理论、热力学、量子物理基础和固体物理简介。考虑目前学生学习和教师教学的实际情况,还为本书配套编写了标准化习题集、习题解答和电子教案等教学资源。

本书内容简练、难易适度,适合普通高等学校工科各专业学生使用,可作为非物理类专业大学物理课程教材,亦可作为教师或相关人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理. 下册 / 咸立芬, 王子国主编. -- 北京 :
中国水利水电出版社, 2011.12
普通高等院校“十二五”规划教材
ISBN 978-7-5084-9128-8

I. ①大… II. ①咸… ②王… III. ①物理学—高等学校—教材 IV. ①04

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第224417号

策划编辑: 杨谷 责任编辑: 宋俊娥 封面设计: 李 佳

书 名	普通高等院校“十二五”规划教材 大学物理(下册)
作 者	主 编 咸立芬 王子国 副主编 薛建华 赵 静 王艳海
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: mchannel@263.net (万水) sales@waterpub.com.cn
经 售	电话: (010) 68367658(发行部)、82562819(万水) 北京科水图书销售中心(零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京万水电子信息有限公司
印 刷	北京蓝空印刷厂
规 格	184mm×240mm 16开本 15印张 232千字
版 次	2011年12月第1版 2011年12月第1次印刷
印 数	0001—6000册
定 价	27.00元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社发行部负责调换

版权所有·侵权必究

前 言

《国家中长期教育改革和发展规划纲要(2010—2020年)》提出的“优先发展、育人为本、改革创新、促进公平、提高质量”工作方针,明确要求全面提高高等学校教育质量,提高人才培养质量,提升科学研究水平。本书是依据2010版的《理工科类大学物理课程教学基本要求》,并结合编者多年教学经验及当前高等教育新形势编写而成,是一套实用、现代、适用于高等理工院校各专业的大学物理课程教材。

大学物理课程教学不只是让学生认识和理解物理学的基本概念、基本理论,更重要的是引导学生在学的同时,逐步形成正确的科学观念,掌握科学方法,培养科学精神,从而为学生的持续发展打下基础。基于这样的认识,本教材编写思路是:充分考虑教师教与学生学的特点,以基础教育和素质教育为目标建立教材的结构体系,采用简洁、通俗易懂的语言阐述物理现象和物理规律,内容全面,重点突出。

本书由咸立芬、王子国任主编,分为上、下两册,共13章。本书具体的编写分工为:上册第1、2章由王子国编写,第3章由王保如编写,第4、5章由咸立芬编写,第6章和附录由李新娟编写,上册习题及答案由安兴涛和编写各章的老师共同完成;下册第7、8章由任世伟编写,第9章由薛建华编写,第10、11章由赵静编写,第12章由汤书梗编写,第13章由王爱坤编写,下册习题及答案由王艳海和编写各章的老师共同完成。全套书由咸立芬、王子国统稿并定稿。

在本书的编写过程中,得到了河北科技大学理学院物理系全体老师的大力支持和帮助,在此特致谢意。

中国水利水电出版社为本书的出版、发行做了大量的工作,在此一并致谢。

由于编者水平有限,难免会有错误、疏漏和不妥之处,恳请广大读者批评指正。

编者

2011年10月

目 录

前言

第 7 章 机械振动	1	8.3 波的能量	28
7.1 简谐运动	1	8.3.1 波动能量的传播	29
7.1.1 简谐运动的特征	1	8.3.2 能流与能流密度	31
7.1.2 简谐运动的运动方程	2	8.4 惠更斯原理 波的衍射	32
7.1.3 简谐运动中的振幅、周期、频率 和相位	3	8.4.1 惠更斯原理	33
7.1.4 常数 A 和 φ 的确定	5	8.4.2 波的衍射	33
7.2 旋转矢量	6	8.5 波的干涉	34
7.3 微振动的简谐近似	8	8.5.1 波的叠加原理	34
7.3.1 单摆	8	8.5.2 波的干涉	35
7.3.2 复摆	9	8.6 驻波	38
7.4 简谐运动的能量	9	8.6.1 驻波的概念	38
7.5 简谐运动的合成	11	8.6.2 驻波方程	39
7.5.1 两个同方向同频率简谐运动的合成	11	8.6.3 驻波的特点	39
7.5.2 同方向不同频率简谐运动的合成	13	8.6.4 半波损失	41
7.6 阻尼振动 受迫振动 共振	14	习题 8	42
7.6.1 阻尼振动	14	第 9 章 波动光学	45
7.6.2 受迫振动	15	9.1 光源 光谱 相干光	45
7.6.3 共振	16	9.1.1 光源	45
习题 7	17	9.1.2 普通光源的发光机制	46
第 8 章 机械波	20	9.1.3 光谱	46
8.1 机械波的概念	20	9.1.4 相干光	48
8.1.1 机械波的形成	20	9.1.5 相干光的获得方法	49
8.1.2 横波与纵波	20	9.2 光程 光程差	50
8.1.3 波长 波的周期和频率 波速	22	9.2.1 光程	50
8.1.4 波线 波面 波前	24	9.2.2 光程差	51
8.2 平面简谐波的波函数	24	9.2.3 光程差和相位差之间的关系	51
8.2.1 平面简谐波的波函数	25	9.2.4 干涉相长和干涉相消的条件	52
8.2.2 波函数的物理意义	26	9.2.5 物像之间的等光程性	53
		9.2.6 反射光的相位突变和附加光程差	54

9.3 杨氏双缝干涉	55	9.11.3 光的宏观偏振态	88
9.3.1 杨氏双缝干涉实验装置	55	9.11.4 偏振度	91
9.3.2 实验现象	56	9.11.5 起偏与检偏	92
9.3.3 双缝干涉的光程差	56	9.12 反射光和折射光的偏振	92
9.3.4 干涉条纹的特点	57	9.12.1 反射光和折射光的偏振态	93
9.3.5 对实验现象的解释	58	9.12.2 布儒斯特定律	93
9.3.6 干涉条纹的移动	58	习题 9	94
9.3.7 菲涅耳双面镜干涉实验	59	第 10 章 气体动理论	99
9.3.8 洛埃镜实验	59	10.1 平衡态 理想气体	99
9.4 薄膜干涉 (一) ——等倾干涉条纹	60	10.1.1 平衡态	99
9.4.1 薄膜两表面反射或透射光产生 的光程差	60	10.1.2 状态参量 热力学第零定律	100
9.4.2 等倾干涉条纹	62	10.1.3 理想气体 理想气体物态方程	101
9.4.3 增透膜与增反膜	64	10.2 压强公式与温度公式	102
9.5 薄膜干涉 (二) ——等厚干涉条纹	64	10.2.1 理想气体的微观模型	102
9.5.1 劈尖干涉	65	10.2.2 理想气体的压强公式	104
9.5.2 牛顿环	67	10.2.3 理想气体的温度公式	106
9.6 迈克耳孙干涉仪	70	10.3 能量均分定理 理想气体的内能	107
9.6.1 迈克耳孙干涉仪的结构和光路图	70	10.3.1 自由度	107
9.6.2 迈克耳孙干涉仪的干涉条纹	71	10.3.2 能量按自由度均分定理	109
9.7 光的衍射现象——惠更斯—菲涅耳原理	72	10.3.3 理想气体的内能	110
9.7.1 光的衍射现象	72	10.4 麦克斯韦速率分布律	111
9.7.2 惠更斯—菲涅耳原理	73	10.4.1 气体分子速率分布的实验测定	111
9.7.3 衍射的分类	74	10.4.2 麦克斯韦速率分布律	113
9.8 单缝衍射	75	10.4.3 由麦克斯韦分布函数计算气体分子 速率的三种统计平均值	116
9.8.1 单缝夫琅禾费衍射	75	10.5 玻尔兹曼分布律	118
9.8.2 菲涅耳半波带法——定性分析 单缝衍射条纹	76	10.5.1 重力场中理想气体分子密度 按高度的分布	118
9.9 圆孔夫琅禾费衍射和 光学仪器的 分辨本领	80	10.5.2 玻耳兹曼分布律	119
9.9.1 圆孔夫琅禾费衍射	80	10.6 气体分子的平均自由程	120
9.9.2 光学仪器的分辨本领	81	10.6.1 分子的平均碰撞频率	120
9.10 衍射光栅	82	10.6.2 分子的平均自由程	121
9.10.1 光栅及其种类	82	习题 10	122
9.10.2 实验装置和衍射图样	83	第 11 章 热力学	126
9.10.3 光栅衍射的亮纹特征	85	11.1 热力学的基本概念	126
9.11 光的偏振态 马吕斯定律	87	11.1.1 准静态过程	126
9.11.1 光的偏振	87	11.1.2 内能 准静态过程的功 热量	128
9.11.2 偏振片	88	11.2 热力学第一定律	130
		11.2.1 热力学第一定律	131

11.2.2 热力学第一定律对理想气体 等值过程的应用	131	12.7 薛定谔方程	183
11.3 循环过程 卡诺循环	141	12.8 无限深方势阱中的粒子	184
11.3.1 循环过程及循环效率	141	12.9 势垒穿透	188
11.3.2 卡诺循环	142	12.10 氢原子	192
11.4 热力学第二定律	147	12.11 电子的自旋	199
11.4.1 热力学第二定律的两种主要表述 ..	147	12.12 各种原子中电子的排布	201
11.4.2 可逆过程与不可逆过程	150	习题 12	203
11.4.3 卡诺定理	152	第 13 章 固体物理简介	207
11.5 热力学第二定律的统计意义 熵 熵增加原理	153	13.1 晶体结构	207
11.5.1 热力学第二定律的统计意义	153	13.2 能带理论及能带结构	210
11.5.2 熵	155	13.2.1 能带理论	211
11.5.3 熵增加原理	158	13.2.2 近自由电子近似	211
习题 11	158	13.2.3 紧束缚近似 (原子轨道线性 组合法)	213
第 12 章 量子物理基础	162	13.2.4 导体、半导体和绝缘体	216
12.1 量子概念的诞生	162	13.3 半导体的导电机构	217
12.2 光的粒子性的提出	165	13.3.1 空穴	217
12.3 康普顿散射	168	13.3.2 杂质半导体	217
12.4 德布罗意波	171	13.3.3 半导体的光电导现象	221
12.5 概率波与概率幅	175	13.3.4 p-n 结	222
12.6 不确定关系	179	习题答案	223
		参考文献	231

第7章 机械振动

从广义来说,描述物质运动状态的物理量(例如物体的位移、电流、电场强度等),在某一数值附近所作的变化,都叫**振动**。**机械振动**是指物体在一定位置附近所作的来回往复的运动。例如钟摆的摆动、脉搏的搏动等。有关振动的知识在声学、机械、建筑、地震等领域的工作中是必不可少的。

机械振动有多种多样的形式,大多数情况是非常复杂的。而简谐运动是最简单、最基本的振动形式,复杂的振动可以看作是简谐运动的叠加。



7.1 简谐运动

7.1.1 简谐运动的特征

物体振动时,如果物体离开平衡位置的位移按照余弦或正弦函数的规律随时间变化,这种振动就称为**简谐运动**。例如,弹簧振子的小幅度振动以及单摆的小角度振动在不计阻力的情况下都可以看作是简谐运动。

下面以弹簧振子为例研究简谐运动的基本特征及规律。

如图 7-1 所示,将一个轻质弹簧的一端固定,另一端连接一个可以在水平光滑面上自由运动的物体 m ,这样就组成了一个弹簧振子。如果所有的摩擦都可以忽略,则组成了一个无阻尼的弹簧振子。假设当弹簧既没有压缩也没有拉伸而处于自然长度时,弹簧连接的物体 m 处于位置 O 。由于此时物体 m 所受的合力为零, O 点被称为物体的平衡位置。

现在以 O 为原点,取如图所示坐标轴 OX 。将 m 向右移到 A 位置,然后放开,此时,因弹簧伸长而出现了指向平衡位置的弹性力。在此力的作用下,物体将加速向左运动,当物体到达位置 O 时,物体具有一定的速度,但作用在 m 上的弹性力等于零。由于惯性作用, m

将继续向左运动，这时弹簧将被压缩。由于弹簧被压缩，出现了向右的指向平衡位置的弹性力，该弹性力阻止物体向左运动，使 m 速率减小，直至物体速度变为零（此时对应的位置为 B 点）。之后，物体在弹性力作用下开始加速向右运动，到达平衡位置时，物体受力再次为零，但具有一定速度，于是物体继续向右运动，但由于受到了向左的作用力，物体速度逐渐减小，直至为零。以后，物体会反复重复上述运动。像这样，在弹性力作用下物体在某一平衡位置附近来回往复地运动，即作**机械振动**。

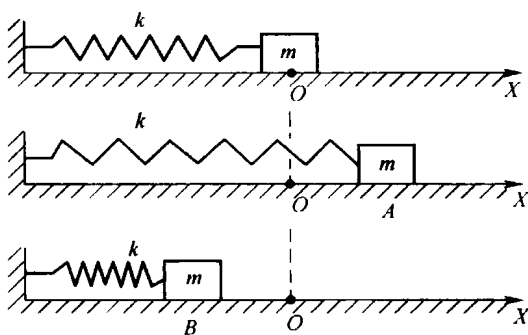


图 7-1

可以证明，如果所有的摩擦都可以忽略，物体对于平衡位置的位移 x 将按余弦或者正弦函数的规律随时间 t 变化，即做简谐运动。

7.1.2 简谐运动的运动方程

由上述分析可知，如果物体相对于平衡位置的位移为 x ，则物体所受弹性力为

$$F = -kx \quad (7-1)$$

式中比例常数 k 代表弹簧的劲度系数，由弹簧的性质例如材料、形状、尺寸等决定，负号表示物体所受弹性力与物体位移方向相反。

如果所有的摩擦都可以忽略，则根据牛顿第二定律，物体的加速度为

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}x \quad (7-2)$$

对于一个确定的弹簧振子， k 与 m 都是常量且都大于零，则可以令

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad (7-3)$$

于是, 我们有 $a = -\omega^2 x$, 显然, 物体的加速度与位移大小成正比, 与位移方向相反。

由于 $a = \frac{d^2 x}{dt^2}$, 于是结合 $a = -\omega^2 x$, 我们有 $a = \frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 x$ 。即

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 x$$

上式是简谐运动物体的微分方程。它是一个常系数的齐次二阶线性微分方程, 解此微分方程, 得

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (7-4)$$

此即为简谐运动的运动方程, 简称简谐运动方程(运动学方程)。式中 A 和 φ 是积分常量, 其物理意义将在后面讨论。

由上式可以知道, 当物体在回复力 $F = -kx$ 作用下作振动时, 其位移是时间的余弦(或正弦)函数, 这就是为什么把此种振动称为简谐运动的原因。

将简谐运动方程对时间求一阶、二阶导数, 可以分别得到作简谐运动物体的速度和加速度:

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi)$$

由简谐运动的运动方程、速度和加速度表达式, 可以作出如图 7-2 所示的 $x-t$ 、 $v-t$ 和 $a-t$ 图 ($\varphi = 0$ 的情况)。由图中可以看出, 物体做简谐运动时, 它们的位移、速度和加速度均作周期性的变化。

7.1.3 简谐运动中的振幅、周期、频率和相位

根据简谐运动方程: $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ 可以看到决定物体简谐运动的特征物理量是 A 、 ω 和 φ , 它们称为描写简谐运动的物理量。

1. 振幅

在简谐运动的运动方程中, 由于 $\cos(\omega t + \varphi)$ 的值在 +1 和 -1 之间变化, 因此物体的位移就在 $-A$ 和 $+A$ 之间变化, 所以运动方程中的 A 表示质点可能离开原点的最大距离, 它给出了质点运动的范围在 $-A$ 和 $+A$ 之间, 这个量, 即简谐运动物体离开平衡位置的最大位移的绝

对值, 我们叫做振动的振幅。由于振幅 A 是一个常量, 因而简谐运动的全部变化都反映在余弦函数的变化之中。

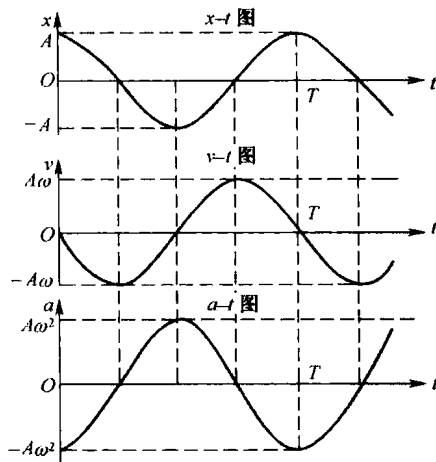


图 7-2

2. 角频率、周期、频率

简谐运动的运动方程中的 ω 叫角频率。

由于

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

k 与 m 都是常量且都大于零, 所以角频率是振动系统固有的特征量, 由系统特征量 k 与 m 确定。

余弦函数是周期函数, 振动物体的运动状态完全重复一次, 称为物体进行了一次全振动。物体进行一次全振动所需要的时间叫振动的周期, 以 T 表示。从简谐运动方程我们看到周期一定满足如下公式 (余弦函数周期性)

$$2\pi = \omega T$$

则有

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

而频率是周期的倒数, 即单位时间内物体全振动的次数叫做简谐运动的频率, 用 ν 表示:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

ω 、 T 或 ν 都描述了简谐运动的周期性。为了方便, 我们把以上

ω , T 和 ν 的关系一并记作

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \quad (7-5)$$

显然, ω , T 和 ν 这三个量中, 只要有一个知道了, 其余两个也就很容易得到。在国际单位制中, T 的单位是秒 (s), ν 的单位是赫兹 (Hz 或 s^{-1}), ω 的单位是弧度/秒 (rad/s 或 s^{-1})。

3. 相位和初相

在简谐运动中, 无论是关于位移的方程还是速度或加速度的方程中, 都含有变量 $(\omega t + \varphi)$, 我们称之为振动的相位 (或位相)。

相位是描述简谐运动状态的物理量。相位是一个非常重要的概念, 由简谐运动物体的运动方程可知, 当振幅和角频率一定时, 振动物体在任一时刻相对于平衡位置的位移、速度和加速度等运动特性都取决于相位。 $t=0$ 时的相位 φ 叫初相, 初相描述简谐运动的初始状态。

相位还常常用于讨论两个不同振动的同步问题。例如, 有下列两个简谐运动:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

它们的相位差 (简称相差) 为

$$\Delta\Phi = (\omega t + \varphi_2) - (\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi$$

相差可以描述同一时刻两个不同振动的状态差异。从上面的式子可以看出, 两个同频率的简谐运动在任意时刻的相差等于其初相差, 而与时间无关。由这个相差的值就可以分析它们的步调是否一致。

如果 $\Delta\Phi = 0$ (或者 2π 的整数倍), 两振动质点将同时到达各自的极大值, 并且同时越过原点并同时到达极小值, 它们的步调始终相同。这种情况我们说二者同相。

如果 $\Delta\Phi = \pi$ (或者 π 的奇数倍), 两振动质点中的一个到达极大值时, 另一个将同时到达极小值, 并且将同时越过原点并同时到达各自的另一个极值, 它们的步调正好相反。这种情况我们说二者反相。

当 $\Delta\Phi$ 为其他值时, 我们一般说二者不同相。

7.1.4 常数 A 和 φ 的确定

由 $t=0$ 时振动物体的速度和加速度 (称为初始条件), 根据简谐运动方程和其速度方程, 我们有

$$x_0 = A \cos(\varphi)$$

$$v_0 = -A\omega \sin(\varphi)$$

联立以上两个方程, 则

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} \quad (7-6)$$

$$\tan \varphi = \frac{-v_0}{\omega x_0} \quad (7-7)$$

由以上的讨论可知, 对给定振动系统, 周期由系统本身性质决定 (不同系统决定的因素不一样, 对于弹簧振子, 由 k 和 m 决定), 而振幅和初相由物体的初始速度和初始位移决定。



7.2 旋转矢量

在上一节, 我们用谐振方程和谐振曲线来描述了简谐运动, 除此以外, 还有一种很直观、很方便的描述方法, 称为**旋转矢量法**。

如图 7-3, 在某一平面上作一个以 O 为原点的坐标轴 OX , 以原点 O 为起点作一个长度等于简谐运动振幅 A 的矢量 A , 令 A 绕原点 O 以等于简谐运动圆频率的匀角速度 ω 沿着逆时针方向匀速旋转, 我们称 A 为旋转矢量, 此旋转矢量的端点将在平面上画出一个圆, 称为参考圆。现设 $t=0$ 时矢量 A 与 x 轴的夹角为 φ , 则任意 t 时 A 与 x 轴的夹角为 $(\omega t + \varphi)$, 那么矢量的端点在 x 轴上投影点的坐标为

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

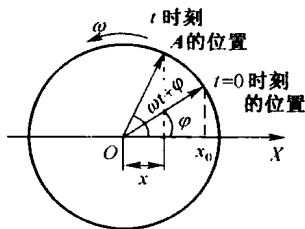


图 7-3

我们看到, 上式与简谐运动方程式完全相同, 所以旋转矢量的端点在 x 轴上的投影的运动实质上就是简谐运动。很明显, 一个旋转矢量是与一个简谐运动相对应的, 其对应关系是: 旋转矢量的长度对应简谐运动的振幅, 因而我们把旋转矢量又称为振幅矢量; 矢量的角位

置对应简谐运动的相位, 矢量的初角位置对应振动的初相位, 矢量的角位移则对应振动相位的变化; 矢量旋转的角速度与振动的角频率相对应, 亦即相位变化的速率; 矢量旋转的周期和频率对应振动的周期和频率。

由以上分析可以看到, 我们在研究简谐运动的运动特性时, 用以上方法作一个旋转矢量进行分析, 可以使简谐运动在运动过程中的各个物理量更为直观地表现出来, 运动过程更为清晰。

例 7.1 如图 7-4 所示, 一个轻质弹簧的左端固定, 右端连着一物体组合成弹簧振子, 弹簧的劲度系数 $k = 0.72 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, 物体的质量 $m = 20 \text{ g}$ 。

(1) 把物体从平衡位置向右拉到 $x = 0.05 \text{ m}$ 处停下后再释放, 求简谐运动方程;

(2) 求物体从初始位置运动到第一次经过 $\frac{A}{2}$ 处时的速度。

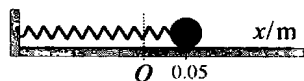


图 7-4

解 (1) 弹簧振子的圆频率和振幅分别为

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{0.72 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}}{0.02 \text{ kg}}} = 6.0 \text{ s}^{-1}, \quad A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}} = x_0 = 0.05 \text{ m}$$

设初相位为 φ , 则

$$\tan \varphi = \frac{-v_0}{\omega x_0} = 0, \quad \varphi = 0 \text{ 或 } \pi$$

由图 7-5 的初始位置对应的旋转矢量图可知, $\varphi = 0$ 。

则弹簧振子的简谐运动方程为

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) = (0.05 \text{ m}) \cos[(6.0 \text{ s}^{-1})t]$$

(2) 由弹簧振子的简谐运动方程, 得

$$\cos(\omega t) = \frac{x}{A} = \frac{1}{2}, \quad \omega t = \frac{\pi}{3} \text{ 或 } \frac{5\pi}{3}$$

由图 7-6 中第一次经过 $\frac{A}{2}$ 处对应的旋转矢量图, 可得 $\omega t = \frac{\pi}{3}$, 于是, 得

$$v = -A\omega \sin \omega t = -0.26 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad (\text{负号表示速度沿 } x \text{ 轴负方向})$$

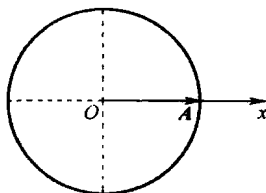


图 7-5

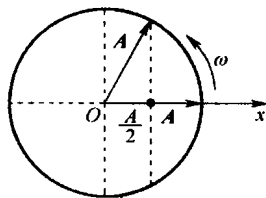


图 7-6

7.3 微振动的简谐近似

弹簧振子是由于受到了 $F=-kx$ 的弹性力才会作简谐运动, 在物体的机械运动过程中, 无论物体所受作用力是否为弹性力, 只要所受作用力满足类似于 $F=-kx$ 那样的规律, 它的运动必为简谐运动, 人们把这种与弹簧的弹性力相类似的作用力称为准弹性力。以下为两种准弹性力作用下简谐运动的例子。

7.3.1 单摆

如图 7-7 所示, 一根没有伸缩的不考虑质量的细绳, 上端固定, 下端悬挂一个尺寸很小的质量为 m 的重物, 把此重物稍加移动后, 在重力作用下, 重物就可以在竖直平面内来回摆动, 这种装置称为单摆。

受力分析可知, 重物受到重力和绳子拉力作用。设绳长为 l , 则重物重力对 C 点的力矩为

$$M = -mgl \sin \theta$$

当绳子的摆角不是很大时 (一般 $\theta < 5^\circ$), $\sin \theta \approx \theta$, 则有

$$M = -mgl\theta$$

那么, 根据转动定律 $M = J \frac{d^2\theta}{dt^2} = ml^2 \frac{d^2\theta}{dt^2}$, 有

$$ml^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} = -mgl\theta$$

令 $\omega^2 = g/l$, 则上式变为

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0$$

不难得到此微分方程的解

$$\theta = \theta_m \cos(\omega t + \varphi)$$

显然, 在形式上, 此式与弹簧振子满足的微分方程是一样的, 只不过由弹簧振子的位移换成了单摆的角位移。由此我们得出结论: 单摆的小角度摆动振动也是简谐运动。

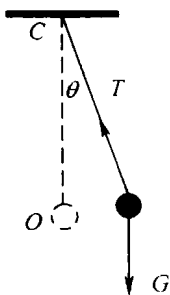


图 7-7

单摆振动的角频率和周期分别为

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (7-8)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (7-9)$$

7.3.2 复摆

一个可绕不过质心的水平固定轴转动的刚体称为**复摆**，也称**物理摆**。平衡状态下，摆的重心在轴的正下方，摆动时，重心与轴的连线偏离平衡时的竖直位置，如图 7-8 所示。

设重心 C 到转轴 O 的距离为 h ，刚体的转动惯量为 J ，则重力 G 的力矩为

$$M = -mgh\sin\theta$$

由转动定律，有

$$-mgh\sin\theta = J \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

当绳子的摆角不是很大时（一般 $\theta < 5^\circ$ ）， $\sin\theta \approx \theta$ ，则为

$$-mgh\theta = J \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

设

$$\omega^2 = \frac{mgh}{J}$$

则有

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2\theta = 0$$

由此得到结论：复摆的小角度摆动振动是简谐运动。

容易证明：复摆的振动周期和频率分别为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgh}}, \quad \nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgh}{J}}$$

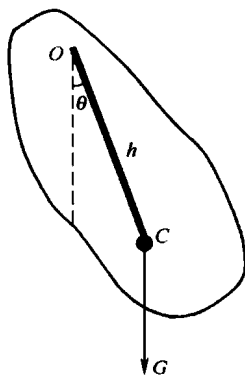


图 7-8

7.4 简谐运动的能量

下面我们以弹簧振子为例来讨论简谐运动的能量特征。实际上，

任何一个简谐运动的物体, 由于它们受到的合外力均要满足 $F=-kx$, 都相当于一个弹簧振子。不同的是, 它们的 k 值可能不是弹簧的倔强系数, 而是其他的由系统的性质决定的常数而已, 所以其他诸如单摆或复摆等情况可以依次类推。

简谐运动系统的能量=系统的动能 E_k +系统的势能 E_p 。

利用弹簧振子的简谐运动方程及其速度方程, 可以得到任意时刻一个弹簧振子的弹性势能和动能。

某一时刻, 谐振子速度为 v , 位移为 x 。

由简谐运动方程 $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$

得到势能为

$$\begin{aligned} E_p &= \frac{1}{2} kx^2 \\ &= \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0) \end{aligned}$$

由速度

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$$

得到动能为

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0) \\ &= \frac{1}{2} kA^2 \sin^2(\omega t + \varphi_0) \quad (\because \omega^2 = \frac{k}{m}) \end{aligned}$$

显然, 简谐运动的动能和势能是时间的周期性函数。

则弹簧振子总机械能为

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} kA^2 \quad (7-10)$$

可见弹簧振子的总机械能是不随时间改变的, 即其机械能守恒。这是由于无阻力自由振动的弹簧振子是一个孤立系统, 在振动过程中没有任何外力对它做功的缘故。上面的结果还表明弹簧振子的总能量和振幅的平方成正比, 这一点对其他的简谐运动系统也是正确的。这意味着振幅不仅描述简谐运动的运动范围, 而且反映振动系统能量的大小。