

PRINCIPLE OF
STRONGLY INTERACTING QUANTUM FIELD



强相互作用 量子场原理

赵 喜 赵树松◎著



科学出版社

强相互作用量子场原理

赵 喜 赵树松 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

从大量 N 个强子产生的实验数据(均来自 CERN, EHS/NA22, UA1, UA2, UA5, TASSO 等实验机构)当中归纳出亚群动力学对称性和非线性量子场联合偏微分方程,并将两者结合,用基本解逼近解析解的方法,得到 N 点截断 Green 函数,由此演绎出许多符合实验数据的表达式,尤其表现在强子质量产生的几率密度和强相互作用与弱电相互作用关系等方面;并在此基础上,结合实验数据及理论本身,对强相互作用量子场原理做了改进与补充。本书中,表达式及其相互关系的刻画建立在 Schwartz 分布、广义函数、点集拓扑和测度·维度理论的基础之上。

本书可供原子核物理、粒子物理等相关专业的本科高年级学生、研究生,以及从事相关教学研究的教师 and 研究人员参考阅读。

图书在版编目(CIP)数据

强相互作用量子场原理/赵喜,赵树松著. —北京:科学出版社,2012
ISBN 978-7-03-034019-1

I. ①强… II. ①赵… ②赵… III. ①量子场论 IV. ①O413.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 067180 号

责任编辑:童安齐 王 钰 / 责任校对:刘玉靖

责任印制:吕春珉 / 封面设计:耕者设计工作室

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2012年5月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2012年5月第一次印刷 印张:16 1/4

字数:317 000

定价:56.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

销售部电话 010-62136131 编辑部电话 010-62137026(BA08)

版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229; 010-64034315; 13501151303

前 言

强相互作用量子场没有理论, N 个强子产生,特别是质量产生,都没有动力学的基本概念。正则量子化场与传播子方法的 S -矩阵微扰论不能用于强相互作用。量子色动力学(QCD)是模型场论也只有微扰论,各级数项都依赖于规范参数,这是不可克服的弱点。任何量子场微扰论都不能给出最简单的强子动量分布。动量分布是由量子场的整体性质决定的,必须找到非线性量子场方程的解析解。我们用量子场联立偏微分方程组的基本解与亚群对称性相结合去逼近非线性的广义函数解,并得到与实验数据精确符合的 N -强产生几率密度 $(aQ_N)^{-\nu} K_\nu(aQ_N)$,这是取值的 Schwartz 分布即广义函数。

本书是我们组在长期研究活动与教学活动中形成的,依照实验发展顺序,总结实验数据,由简而繁,从浅入深。这样便于研究今后的 LHC 实验(15—20TeV)。实验最先是用传统方法,测量能量·动量分布,进而是动力学关联实验,海鸥效应即纵动量与横动量的关联(1974),二阶海鸥效应,触发强子(trigger hadron)方法,枚举与亚枚举,事例结构,横动量与强子质量的关联,多重数 N 的关联,动量与 N 的关联(1990),Bose-Einstein 关联,Fermi-Dirac 关联,自旋·电荷危机(1991),质量产生截面 $\langle m \rangle d\sigma/dm$ 的实验(1994),直到强子质量与电荷证认的“间隙阵发”(intermittency)效应,幂律与量子场的分维性(Fractality,1993)。所有这些实验数据都能用几率密度 $(aQ_N)^{-\nu} K_\nu(aQ_N)$ 给予恰当的解释和说明。内禀空间与时间·空间中的混合对称性能够帮助我们走出自旋危机。

从 1970 年开始,单个强子的枚举动量分布实验数据,精确度已达到研究动力学的要求,统计标度律成立(1974);20 世纪 80 年代,诸多实验数据、分布数据、关联数据铺天盖地而来,涌现出种种模型、唯象方法,理论研究承受着空前的压力。唯象模型众多(我们只能简略提及),研究活动很困难,众说纷纭,归纳为主,进退维谷,举步维艰。我们用 N -强子几率密度的 Bassett 广函分布 $(aQ_N)^{-\nu} K_\nu(aQ_N)$ 在计算机上做大量的实验数据拟合(data fitting),不断丰富综量 (aQ_N) 的内容,改进这个综量的形式;寻找现象与现象之间纵横交织的联系,以及关联与关联之间的错综复杂的关系,建立质量的相加规则,从归纳到演绎,从演绎到归纳,反复进行,以便能容纳新来的精确实验。全部实验的归纳丰富概念内涵,演绎如果能够通过严格缜密的推理途径绵延渗透到全部已知现象的实验领域,就会走向原理的研究。

我们的理论目的是寻找 N 点截断 Green 函数 $\underline{G}_R^{(N)}(k)$ 与 $\underline{G}_R^{(N)}(x)$,因为传播子方法的 S -矩阵没有截断传播子 $\underline{G}_R^{(2)}(k)$ 与 $\underline{G}_R^{(N)}(k)$;但是我们已经证明 N 点截断

Green 函数 $G_R^{(N)}(x)$ 存在并且是缓增 Schwartz 分布 (定理 A, 1986); 量子场联立偏微方程组中非线性相互作用项用 $\delta_D(x)$ 的 $\gamma_{BF}(g_R, e_R)$ 阶导数代替, 逼近解法的第一步得到 $G_R^{(2)}(x)$, 亚群对称性的无穷小算符定义出本征值函数即量子场反常维度 $\gamma_{BF}(g_R)$ 与质量反常维度 $\gamma_m^{BF}(g_R, e_R)$ 并得到 $G_R^{(2)}(k)$ 与 $G_R^{(N)}(k)$; 由质壳 $\delta(k^2 + m^2)$ 的 $\gamma_m^{BF}(g_R, e_R)$ 阶导数得到质量产生截面 $\langle m \rangle d\sigma/dm$, 这是个漫长的研究活动与教学活动, 以符合全部实验数据为准则。

量子场由可数无穷多个场量子组成, 每个场量子具有 4-动量的可数无穷多个态, 具有 $\aleph_0$ 的基数结构 (R. Haag, 1955, CERN); Hilbert 空间具有同样的基数结构。Cantor 的点集理论, 点集拓扑, 维度 (Dimensiongrad) 理论, 导致 Hausdorff 测度 · 维度的物理内容必然进入量子场论 (1991); Schwartz 分布 · 广义函数的任意阶导数是量子场的微积分理论。这些 20 世纪的新数学概念需要开设专题讨论班, 并用大量的实验数据拟合去找到它们的物理内容。我们对这些数学内容只能 在第 9~12 章中做简要叙述。

量子场论的发散问题 ($\infty!$) 是跨世纪的困难。发散困难是单纯的数学问题, 还是单纯的物理问题? 都不是。物理数学家建立起重整化量子场的 Callan-Symanzik 方程 (1970), 算符半群理论 (1983) 和具有实验基础的 N 个强子动力学亚群对称性 (1987) 将这个方程推向物理区域。量子场论的奇异性 ($\infty!$) 被反常维度 $\gamma_{BF}(g_R, e_R)$ 控制着。新物理量 $\gamma_{BF}(g_R)$ 与 $\gamma_m^{BF}(g_R)$ 都已经由动力学关联测定出精确的实验值, 而且实验值呈现出明显的渐近自由特征。 N -强产生的大量实验数据, 在 20 世纪新数学的基础上, 就沿着这个途径逐步补充强相互作用的量子场原理, LHC 实验数据 (15—20 TeV) 将会使这些补充更广泛、更丰富、更深刻。本书包含 18 个定理、80 多个图, 主要是 $(a_N Q_N)^{-1} K_\nu(a_N Q_N)$ 拟合实验数据图。

作 者

2011 年

目 录

前言

第 1 章 N -强子产生需要的量子场论

强相互作用场量子质量的形成 1

1.1 强子多重数 N 的标度分布与场量子质量 2

1.2 强子动量的标度分布 ($\sqrt{s}=4-1800\text{GeV}$) 6

1.2.1 亚枚举统计标度 7

1.2.2 能量·动量分布的唯象方法 8

1.3 N -强子产生事例的结构·复演性质 10

1.4 N -强子动量分布的几率密度:理论要求 14

第 2 章 N -强子产生的拓扑结构: S - T - A 整体变量

强子发射源内的场量子:自旋·电荷危机 18

2.1 三维动量空间中触发强子的实验 18

2.2 强子喷注实验:球度 S 与冲度 T 19

2.3 综量 Q_N 与异面度 A 的关系 20

2.4 动量- k 空间中的张量 21

2.5 高能粒子碰撞的动力学 23

2.6 N -强子能量极值定理 25

2.7 Einstein 泛函半群·快度分析 26

2.8 粒子·粒子碰撞与 N -个激发场量子发展的拓扑过程 28

2.9 粒子自旋与电荷的关系:自旋危机 32

2.10 N -强子物理实验中自旋·电荷的物理图像

微观粒子拓扑邻域内测度的数学概念 36

第 3 章 Bose-Einstein 干涉与强子发射源截面中耦合 (g_R, e_R, g_w) 之间的

关系:实验 40

3.1 强子发射源·相干性的数学内容 40

3.2 强子发射源的触发强子(Trigger)实验 43

3.3 动量空间的切断技巧:逼近发射源运动 44

3.4 三重海鸥效应:强子发射源的动力学结构 46

3.5 激发量子场内部的 N -强子质量序列 49

3.6 Goldstone 定理与质量的 Higgs 机制 51

3.7	激发量子数的相互作用性质	54
3.8	量子场非线性相互作用的耦合(g_R, e_R, g_w)空间	56
第4章	质量动力学的 N -强子产生实验与耦合(g_R, e_R, g_w)-空间中的 场量子	61
4.1	量子场论的粒子质量定义与种种质量理论	62
4.2	N -强子物理实验的质量序列结构	64
4.3	物理重整化量子场方程中的质量序列	67
4.4	质量自由度与质量产生几率的实验数据($\sqrt{s}=4-1800\text{GeV}$)	69
4.5	实验数据拟合得到的质量产生几率表达式与质量的 κ 自由度	74
4.6	质量产生几率的 J - S 压低: $\kappa_i(g_R)$ 效应	77
第5章	亚群对称性的物理数学内容	79
5.1	质量相对统计起伏 Γ/M 的序列性质	79
5.2	强相互作用激发量子场的全域性质	85
5.3	动力学的 Bose-Einstein 关联: 强子的 Bose 性与 Fermi 性	92
5.4	N 个强相互作用场量子的整体行为	95
第6章	强相互作用外场内的 N -强子产生动力学 强子的 Fermi-Dirac 动力学关联	98
6.1	高能粒子·核碰撞: N -强子的位垒产生理论	98
6.2	强相互作用核外场·标量场的实验证据	100
6.3	强相互作用外场内的强子发射源性质	101
6.4	Bose 强子质量与动量分布的 A 依赖	104
6.5	Fermi 强子能量·动量分布的 A 依赖	106
6.6	动力学的 Fermi-Dirac 关联: 强子的 Fermi 性与 Bose 性	109
第7章	强相互作用外场内强子质量产生的动力学实验: Bose 强子与 Fermi 强子	113
7.1	核·核碰撞产生 π 介子的能量迷惑	113
7.2	强相互作用标量场: 量子场与经典场	114
7.3	光子·核碰撞中强子产生过程的偶极共振	115
7.4	原子核 ^3He 强相互作用外场的大共振: $\gamma + ^3\text{He} \rightarrow \rho^0$ 动力学过程 中 ρ 介子质量变化的实验数据	118
7.5	质子·质子对的两粒子亚枚举动量分布	119
7.6	质子·质子对的 Fermi-Dirac 动力学关联	120
第8章	亚群对称性的物理实验基础: N -强子产生的普适动力学相似性与 重粒子级联衰变产生强子的自相似性	123
8.1	耦合(g_R, e_R, g_w)空间中粒子动量分布与质量的运动学性质	123

8.2	高能反粒子·粒子碰撞中的湮灭动力学与轻子·强子相似性: $\bar{p}p \rightarrow N\text{-强子与 } e^+e^- \rightarrow N\text{-强子}$	127
8.3	$\pi^\pm$ 介子与反质子·质子 $p^\pm$ 的动量分布: $\gamma_F(g_R)$ 与 $\gamma_B(g_R)$	130
8.4	强子发射源 $J_0\text{-}J_1\text{-}J_2$ 与高质量粒子 $Z^0 W^\pm - \Upsilon(nS) \cdots \Lambda_b^0 \cdots \psi(nS) \cdots$ $\Lambda_c^+ \cdots B^{\pm 0} \cdots D^{\pm 0} - \Sigma^{\pm 0} \cdots K^{*\pm} - K^\pm \cdots \rho$ 介子在产生过程中的 动力学相似性	132
8.5	高质量粒子 $Z^0 W^\pm - \Upsilon(nS) \cdots \Lambda_b^0 \cdots \psi(nS) \cdots \Lambda_c^+ \cdots B^{\pm 0} - D^{\pm 0} \cdots \Sigma^{\pm 0} -$ $K^{*\pm 0} - K^{\pm 0}$ 与 $\cdots \rho$ 介子在衰变产生过程的动力学自相似性	135
8.6	强子发射源在耦合 (g_R, e_R, g_w) 空间中的结构	137
第 9 章	量子场需要的数学概念	
	数学概念中的物理内容	142
9.1	场量子点集的基数概念	143
9.2	场量子的邻域概念	145
9.3	量子场的测度·维度:数学概念	149
9.4	量子场的测度·维度:物理内容	151
第 10 章	相对论量子场的数学结构	
	S-矩阵微扰论:古典微积分的局限性	
	量子场论的公理: Schwartz 分布的数学理论	156
10.1	正则量子化与传播子方法的数学概念	156
10.2	相对论宏观时间·空间:代数结构 相对论微观时间·空间: Dirac 矩阵	159
10.3	量子统计物理:几率密度的基数结构	161
10.4	量子场论发散困难的根源	162
10.5	Schwartz 分布与对易关系 $[a_R(k'), a_R^\dagger(k)]$	164
10.6	非线性效应: 耦合 (g_R, e_R, g_w) 与电荷的尺度变换	166
第 11 章	时间·空间的动力学性质	168
11.1	长度的物理性质·Lebesgue 测度	168
11.2	距离的物理性质·Riemann 几何	169
11.3	量子场的基数 $\aleph_\mu$ 与 Hilbert 空间	170
11.4	Weinberg 定理与维度正规化: $D = D^0 - \epsilon$	172
11.5	Poincaré 的维度思想及其发展	173
11.6	重整化常数 $Z_{BF}^{1/2}(g_R, e_R)$ 的点集拓扑结构	175
11.7	Hausdorff 尺标的物理性质	177
11.8	质壳的对偶 Schwartz 分布	180

第 12 章 量子场论走向解析的数学体系	183
12.1 三个公理的量子场论	183
12.2 量子场的动力学亚群对称性: 实验	186
12.3 量子场的动力学亚群对称性: 数学	187
第 13 章 N 个量子场的联合偏微分方程组: 质量相加规则	191
13.1 动力学亚群算符 $\mathcal{Q}$ 的主特征	192
13.2 N 个场量子 Green-Schwartz 分布的测度 · 维度	195
13.3 N 个强相互作用场量子的动力学关联与质量关系	197
13.4 场量子的次与级: 场量子质量序列的产生	200
第 14 章 N 个场量子的联合偏微分方程组: 整体解析性质	203
14.1 亚群重整化常数与非线性相互作用	203
14.2 N -点 Green-Schwartz 分布的缓增性质	207
14.3 耦合 (g_R, e_R, g_w) 空间中的微分方程	210
14.4 强子的质量与连续阶偏微分方程	215
第 15 章 量子场基本原理的 N-强子产生实验	217
15.1 N -强子实验中的 Hausdorff 维度 · 测度	218
15.2 Fermi-Dirac 关联与 Bose-Fermi 关系	223
15.3 激发量子场的电荷极化与自旋极化	229
15.4 量子场的数学原理与物理原理	232
参考文献	238

第 1 章 N -强子产生需要的量子场论

强相互作用场量子质量的形成

高能粒子·粒子碰撞产生 N 个强子, $a+b \rightarrow N$ -强子, 同时产生 N 个强子的质量, 约 $4/5$ 的 π 介子, 约 $1/18$ 的 K 介子。随着碰撞粒子在质心系(CMS)能量 $\sqrt{s}$ 的增长, 比率 K/π 呈对数增长: $K/\pi = 0.07 - 0.15(\sqrt{s} = 4 - 1800 \text{ GeV})^{(1)}$ 。粒子质量的跨度约 3 个数量级: $m_i = 0.14 - 91 \text{ GeV}$ ($m_\pi = 135 \text{ MeV}$, $m_z = 91.2 \text{ GeV}/c^2$), 其中有 153 种介子[玻色强子(Bosehadron)], 115 种重子[费米强子(Fermihadron)]。

强子参与各种相互作用, 强子·强子碰撞能产生各类粒子, 包括 6 类轻子(lepton): 电子 e , μ 子, τ 轻子及其对应的中微子(neutrino) ν_e, ν_μ, ν_τ 。电子·电子碰撞能产生强子, $e^+e^- \rightarrow N$ -强子, 这个原因至今没有理论; 目前用模型解释: $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ [夸克(Quark)·反夸克(Antiquark)]。

弱·电统一理论(1967)中弱相互作用荷 g_w 与电荷的关系为 $e_R = g_w \sin\theta_w$, g_w 比 e_R 要大^[1]。轻子没有强相互作用性质; 强相互作用荷 g_R 与电荷 e_R 之间的关系没有找到, 这是量子物理的疑难; 量子电动力学(QED)是成功的, 但是强相互作用没有理论, 量子色动力学(Quantum Chromodynamics, QCD)^[2] 只是尚存争议的模型场论⁽²⁾, 姑且用之。QCD 只有微扰论, 其非微扰性质即模型理论的整体行为知之甚少; 整体行为就是非线性量子场偏微分方程之解的解析性质⁽²⁾。因此, 不能推导出 $(a+b) \rightarrow N$ -强子产生过程的各种动量的几率分布。这里 N 叫强子多重数(multiplicity), $N = 8 - 200(\sqrt{s} = 4 - 1800 \text{ GeV})$ 。产生 N 个强子的截面 σ_N 叫拓扑截面(topological cross-section)。每个强子都有纵动量 $k_{\parallel}$ 与横动量 $k_{\perp}$ 的几率分布(Distribution), $\langle k_{\perp} \rangle - k_{\parallel}$ 之间存在关联效应(correlation)。反过来, 这些分布与关联的实验数据, 对量子场方程的解析性质能够提供一些必要条件。

量子场服从玻色场 $\Phi_R(x)$ 与费米场 $\psi_R(x)$ 的联合偏微分方程, 其非线性的性质集中表现在变分原理中的耦合项(coupling), 最简单的耦合为 $g_R \Phi(x) \bar{\psi}(x) \psi(x)$, 这个耦合的代数维度(Dimensiongrad)为 $D=4$, $\text{Dim}[\Phi]=1$, $\text{Dim}[\psi]=3/2$ 。当耦合中含 $\partial\varphi/\partial x$ 与 $\partial\psi/\partial x$ 项时 $D>4$ 。当 $D \leq 4$ 时理论是可以重整化的, 即将全部发散(∞)项能够整理在一些重整化常数 $Z_i(g_R, \mu)$ 中(μ 是虚动量, $\mu^2 = -k^2$); QED 重整化后的结果, 与实验精确符合(1949); 当 $D>4$ 时理论无法重整化。可重整化量子场论逐渐被广泛接受。接着出现了重整化群思想(1953)。

重整化量子场论被量子物理确立后(1949—1965),为研究无穷多项微扰论的整体性质,物理数学家 Callan 与 Symanzik 建立重整化群的一阶拟齐次偏微分方程(1970)^[3,4]。这个方程是在动量 k 空间的非物区域建立的,能够对微扰级数本身进行研究,但是由于只保留高能极限($k_i \rightarrow \infty$)项,通常认为它的结论具有危险性,因为研究中沿途丢掉许多项。Callan-Symanzik 方程,当我们从物理对称性的角度去研究时,它与因果律的亚群(Deimigroup)理论具有相似的数学特征(1984—1986)^(3,4)。亚群的无限小算符与 Callan-Symanzik 算子类似。

数学在泛函分析中研究因果律(波的传播)的对称性时发展出半群(Semigroup)与亚群理论(1957),并且有半群亚群算符与偏微分方程之间的关系(1983)。从 N -强子产生中能量·动量分布的标度律(Scaling law)的实验研究(1969—1974),到重粒子的 N -强子衰变与重粒子自身的能量·动量分布的标度相似性(1986—1992),在研究各种分布与关联的实验数据,以及研究量子场整体性质的基础上,我们找到了亚群对称性的实验基础;并对 Callan-Symanzik 方程在动量空间的物理区做了改进。这些内容我们将在第 2 章与第 8 章中讲到。

用拓扑截面 σ_N 的物理 Callan-Symanzik 亚群方程,能够得到与实验符合的多重数 N 的标度分布。标度律是亚群对称性的特征之一。

强子的能量·动量几率分布,一开始就呈现出与传统的量子统计显著不同的特点,而且动量之间的关联直接依赖于 g_k^2 ,这就激起了研究人员浓郁的物理兴趣,量子物理原理将会变得更充实。 N -强子产生实验的理论研究将会明了强相互作用量子场的非线性物理量。这些都同量子场方程与亚群的 Callan-Symanzik 方程紧紧联结;而亚群对称性具有很苛刻的数学物理与物理数学条件,它需要现代数学:泛函分析(Hadamard, 1903),Cantor (康托)的无穷点集理论(1897),广义函数(1945),Schwartz 的分布理论(1950);取值的 Schwartz 分布就是广义函数⁽⁵⁾。

研究必须统一处理 N -强子产生的全部实验数据,我们就从这里开始叙述,并从相对论理想气体的统计用模型参数的方法走向非微扰量子场论的结果。

1.1 强子多重数 N 的标度分布与场量子质量

标度律有 3 个内容:①规律不随能量 $\sqrt{s}$ 与碰撞粒子种类而改变:各类几率分布与关联对各种入射粒子的碰撞与碰撞能量[质心系(CMS)总能量 $\sqrt{s} = 4 - 1800\text{GeV}$]必须是普适的;②标度变量的选择,必须是相对论不变的;③标度分布函数的形状与解析性质必须与实验符合,并且由量子场方程推论出来。

量子场论中有限体积内的粒子数 N_v 满足下列对易关系^[5]

$$[N_v, N_v'] = \Lambda^3 \quad (1.1)$$

这里 $|x_\mu|$ 是两个有限体积 v' 与 v 间的距离, $\Lambda = \hbar/mc$ 。由此得到定性关系

$$\Delta N_v^2 |x_\mu|^3 \geq \Lambda^3 \quad \Lambda = \hbar/mc \quad (1.2)$$

这里 $\Delta N^2 = \langle (N - \langle N \rangle)^2 \rangle$, $\Delta v = |x_\mu|^3$; 对于荷电强子, 还有电荷测不准关系^[6]

$$Q_e^2 \gg \frac{\Lambda^2}{\Delta x^2} \frac{\hbar c}{e_R^2} \quad (1.3)$$

统计物理定义倒易统计起伏为

$$\alpha_N = \frac{\langle N \rangle^2}{\langle N^2 \rangle - \langle N \rangle^2} \quad (1.4)$$

这是个几率分布的重要物理量, 其实验值是理论正确与否的第一判据。标度律要求 α_N 与能量 $\sqrt{s}$ 无关, 因为我用 N -强子体系的能量 $E_N = \eta_N \sqrt{s}$ 作为亚群的基本参数^[7], η_N 是粒子·粒子碰撞的非弹性度 (inelasticity)。标度律的条件为: α_N 是亚群算符^[8] 的积分常数, 即

$$\mathcal{D}_{\alpha_N}(g_R) = 0 \quad (1.5)$$

亚群算符 $\mathcal{D}$ 的具体形状较复杂[见(13.2)–(13.6)式], 这里我们只用到 $\mathcal{D}$ 的一阶拟齐次性质。 $\mathcal{D}$ 的积分常数在亚群变换中保持不变。

物理学的原理 (principles) 在数学中叫公理 (axioms)。量子场的公理化理论有 3 个假设^[9], 即因果律、对称性和渐近条件。渐近条件指出: 量子场的 N 点截断 Green 函数^[5,9] $\underline{G}_R^{(N)}(g_R, k)$ 是 N -强子产生的几率幅, 产生截面 σ_N 为

$$\sigma_N = \underline{G}_R^{(N)*}(g_R, k) \cdot \underline{G}_R^{(N)}(g_R, k) \quad (1.6)$$

但是公理化量子场论一直不能向前发展, 因为微扰论的截断 Green 函数为^[2,5]

$$\underline{G}_R^{(N)}(g_R, \mu) = Z_B^{-1/2}(\mu_1, g_R) Z_B^{-1/2}(\mu_2, g_R) \cdots Z_F^{-1/2}(\mu_i, g_R) \cdots Z_F^{-1/2}(\mu_N, g_R) \quad (1.7)$$

这里 μ 是虚动量: $\mu_i^2 = -k_i^2$; $Z_{BF}(\mu_i, g_R)$ 是无穷多个无穷大 (发散积分) 的总和。这样, 通常认为微扰论没有截断 Green 函数^[2,5]。

量子场微扰论没有截断 Green 函数。更为迷惑的是重整化量子场被写为^[5]

$$\Phi_R(x) = Z_B^{-1/2} \Phi(x) \quad (1.8a)$$

$$\psi_R(x) = Z_F^{-1/2} \psi(x) \quad (1.8b)$$

这就意味着连量子场 $\Phi(x)$ 与 $\psi(x)$ 都不见了。

我们从量子场的偏微分方程与亚群对称性出发, 在 N -强子产生实验数据的支持下, 找到了 $\underline{G}_R^{(N)}(g_R, x)$ 与 $\underline{G}_R^{(N)}(g_R, k)$ 的非古典形状, 即取值的 Schwartz 分布——广义函数^[10,11], 也用到非取值的 Schwartz 分布^[12]。我们称(1.6)–(1.8)式为三公理量子场论。

注意, 我们将求出强子多重数 N 的几率分布, 只用到(1.6)式及其亚群对称性, 与 $\underline{G}_R^{(N)}(g_R, k)$ 的具体形状无关。亚群不变性能得到方程

$$\mathcal{D}_{\sigma_N} = 2\gamma_{BF}(g_R) N_{BF\sigma_N} \quad (1.9)$$

$$N_{BF}\gamma_{BF}(g_R) = N_B\gamma_B(g_R) + N_F\gamma_F(g_R) \quad (1.10)$$

这里 $\mathcal{D}$ 是一个阶线性的亚群变换的无穷小生成算符^[8]。方程(1.9)是在重整化群意义下被写出的^[13,14]。 $N=N_B+N_F$, $\gamma_B(g_R)$ 与 $\gamma_F(g_R)$ 叫量子场反常维度。

运用算符 $\mathcal{D}$ 一阶线性的微分性质, 对于玻色量子场, 我们有

$$\mathcal{D}\sigma_T = 2\gamma_B(g_R)\sigma_T \quad \sigma_T = \sum \sigma_N \quad (1.11)$$

这里 σ_T 是非弹性总截面。微分方程(1.11)可写为

$$\mathcal{D}\sigma_T = 2\langle N \rangle \gamma_B(g_R)\sigma_T \quad P_N = \sigma_N/\sigma_T \quad (1.12)$$

这里 P_N 是强子多重数的几率分布。由 $\langle N \rangle$ 平均值的定义

$$\mathcal{D}\langle N \rangle = \sum N \cdot \mathcal{D} \frac{\sigma_N}{\sigma_T} \quad (1.13)$$

由于

$$\mathcal{D} \frac{-1}{\sigma_T} = \frac{1}{\sigma_T} \mathcal{D}\sigma_T = 2\langle N \rangle \gamma_B(g_R) \frac{1}{\sigma_T} \quad (1.14)$$

联结(1.11)—(1.14)式并注意定义(1.4)式, 我们得到方程^[14]

$$\mathcal{D} \frac{-1}{\langle N \rangle} = \frac{1}{\alpha_N(g_R)} \cdot 2\gamma_B(g_R) \quad (1.15)$$

倒易统计起伏 $\alpha_N(g_R)$ 依赖于强相互作用的耦合常数, 但只靠亚群对称性得不出这个依赖关系的函数形状。

在(1.11)—(1.15)式的基础上, 采用概率论统计半不变量(semi-invariant)即累积量(cumulant)函数 $G(u)$ 的方法求出强子多重数 N 的分布 P_N 。引入 $G(u)$ 的生成泛函⁽⁶⁾

$$\phi(u) = \ln G(u) \quad G(u) = \sum e^{uN} P_N \quad (1.16)$$

令 $\psi'(u) = \frac{\partial}{\partial u} \phi$, 我们得到一阶非线性方程^[14]

$$\alpha_N \mathcal{D}\psi' = 2\gamma_B(g_R)\psi'^2 \quad (1.17)$$

由此解出半不变量

$$G(u) = \left[1 - \frac{u}{C_N} \right]^{-\alpha_N} \quad (1.18)$$

这里 C_N 是一个普通积分常数, 再将(1.18)式代回(1.17)式, 则

$$\mathcal{D}C_N = 2\gamma_N(g_R) \quad (1.19a)$$

由(1.5)式与(1.15)式得

$$\mathcal{D} \left[C_N - \frac{\alpha_N}{\langle N \rangle} \right] = 0 \quad (1.19b)$$

将(1.18)式与(1.19)式代入(1.16)式得知与能量无关的标度量为 $N/\langle N \rangle$ 而且

$$\langle N \rangle P_N = \frac{\alpha_N^{a_N}}{\Gamma(\alpha_N)} \left(\frac{N}{\langle N \rangle} \right)^{a_N-1} \exp \left[-\alpha_N \frac{N}{\langle N \rangle} \right] \quad (1.20)$$

这个分布叫 Kendall 分布, $\Gamma(\alpha_N)$ 是 Gamma 函数。统计标度变量 $N/\langle N \rangle$ 最初叫 KNO 标度变量^[15]。Kendall 分布与强子多重数分布的实验数据符合(图 1.1)。

将(1.4)式写为更方便的形式

$$\frac{D^2 N}{\langle N \rangle^2} = \frac{1}{\alpha_N} \quad (1.21)$$

量子统计物理中粒子数 n 按能量 ω 的分布为

$$n = \frac{1}{e^{a(\omega-\mu)} + \theta_{BF}} \quad \theta_{BF} = \begin{cases} -1 & \text{玻色子} \\ +1 & \text{费米子} \end{cases} \quad (1.22a)$$

$$kT(K^0) = 8.6 \times 10^{-5} \text{ eV} \quad (1.22b)$$

这里 $a=1/kT$; μ 是化学势。玻色统计与费米统计的统计起伏为^[16]

$$D^2 n = \frac{1}{\langle n \rangle} - \theta_{BF} \frac{1}{\alpha_{BF}} \quad (1.23)$$

这里 $1/\langle n \rangle$ 是粒子性的统计起伏, 统计权重因子 α_{BF} (粒子波函数覆盖的相格数) 即量子态的数目与下列测不准关系相连^[14]

$$\Delta p_x \cdot \Delta p_y \cdot \Delta p_z \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z = \alpha_{BF} \hbar^3 \quad (1.24)$$

量子场是量子化的波函数, 因此倒易统计起伏 α_N 完全起源于量子场; 再由(1.2)式与(1.3)式得知, 强相互作用场量子(field quanta)受到有限时间、空间区域的约束。因此具有统计起伏。

Kendall 分布(1.20)式当 $\alpha_N=4.55$ 时与实验数据符合(图 1.1); 这个分布只是一种近似, 我们将看到严格的理论能给出 $\alpha_N(g_R)$ 的数值及其对 g_R^2 的依赖关系。由于 σ_T 连续有限且随 $\sqrt{s}$ 连续变化, $\mathcal{D}$ 是 $\mathcal{C}_0$ 类亚群, $\mathcal{D}_{\sigma_T}$ 的上界模方(supremum norm)满足 Landau 不等式^[8]

$$(\text{Sup } \mathcal{D}_{\sigma_T})^2 \leq 4\sigma_T (\text{Sup } \mathcal{D}^2 \sigma_T) \quad (1.25)$$

由(1.12)式, (1.25)式被写为

$$4\mathcal{D} \left(\frac{-1}{\mathcal{D}_{\sigma_T}} \right) \geq \frac{1}{\sigma_T} \quad (1.26)$$

注意(1.15)式, (1.26)式变为

$$\alpha_N < \alpha_N^{\max} \quad (1.27)$$

$$\alpha_N^{\max} = 4 + \frac{1}{\langle N \rangle} \quad (1.28)$$

Landau 不等式对 N-强子产生动力学的积分效应很重要, 由粒子·粒子碰撞

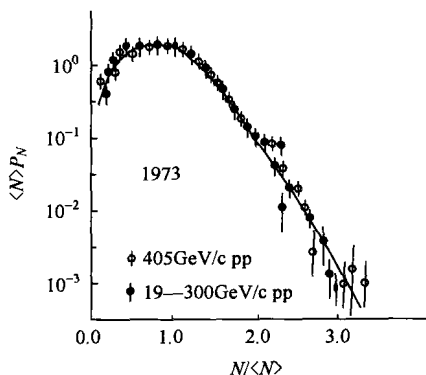


图 1.1 多重数的 Kendall 分布

能量 $\sqrt{s}$ 的区域跨度达三个数量级, KNO 标度严重被破坏, 原因有两个: 多重数 N 是个粗糙概念, 因为强子质量 m_i 的变域有两个数量级; 强子来自两个或多个发射源(emission source)。

高能粒子·粒子产生 3 个发射源, 但是直到 2000 年 EHS/NA22 动量关联数据(1993)的相对论量子场的三重海鸥效应(triplet seagull effect)的结论^[17], 才得到证明; 多个强子发射源的概念是 1958 年的火球(fire ball)模型^[18]提出来的。

强子多重数的概念要用场量子质量来代替

$$N \cdot m = N_\pi m_\pi(g_R, e_R) + N_K m_K(g_R, e_R) + \cdots \quad (1.29)$$

这里 m 是等效质量, $N = N_\pi + N_K + \cdots$ 。(1.29)式要求动力学过程具有复演性质。

强相互作用场量子转化为强子, 4-动量 k_μ 走向质壳 $\delta(k_i^2 + m_i^2)$ 的动力学过程, 可以通过 N 个强子动量 $Q_N(k)$ 的几率分布的实验数据来研究, $Q_N(k)$ 必须在质壳上

$$Q_N(k) \rightarrow \prod_{i=1}^N Q_N(k_i) \cdot \delta(k_i^2 + m_i^2) \quad (1.30)$$

这里 $Q_N = (k_\pi^2 + k_K^2 + \cdots)^{1/2}$ 。这个过程需要解连续阶偏微分方程^[19]。4-动量 k_μ 在动量空间中怎样取值, 以及 k_μ 走向质壳的动力学过程都很复杂^[19]。

疑问: Kendall 分布 α_N 的值与 Landau 不等式抵触, 亚群对称性不能精确决定多重数 N 的分布; 高能粒子·粒子碰撞不只产生一个强子发射中心。Kendall 分布是无穷可分的分布: $\alpha_N = \alpha_{N1} + \alpha_{N2} + \cdots$, $N = \sum N_i$ 。怎样得到 N -分布的动力学性质? 怎样划分各发射中心?

1.2 强子动量的标度分布($\sqrt{s}=4-1800\text{GeV}$)

粒子·粒子在 z 方向发生碰撞, z 叫碰撞轴, 新生强子动量为 k , k_z 构成产生平面; 横动量 $k_\perp = k \cos\theta$, 纵动量 $k_\parallel = k \sin\theta$; 碰撞一次产生 N_1 个强子, 叫一个事例(event)。碰撞第二次产生 N_2 个强子, 产生 N_1 个强子的事例数为 n_1 , 产生 N_2 个强子的事例数为 n_2 , $\cdots$; 事例总数 $n = \sum n_i$; 按照概率论, 描写强子产生只有当事例总数 $n \rightarrow \infty$ 时, 才能够得到理论的几率分布。横动量 $k_\perp$, 纵动量 $k_\parallel$ 与位角 φ 都具有几率分布(图 1.2); 描写一个能得到几率分布的实验, 需要大量事例才有统计结果。

目前的实验达到事例总数 $n = 1 \times 10^5 - 1 \times 10^6$ 。具有相同 N 的事例数与每平方厘米入射粒子流产生的非弹性碰撞次数(总事例数 n)之比即 σ_N ; 在 N 个强子中只测量一个, 得到固定 N 的单粒子亚枚举(semi-inclusive)分布; 然后再用

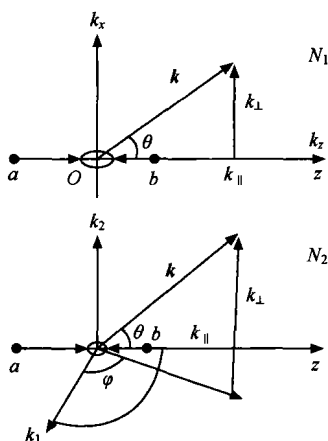


图 1.2 强子的横动量与纵动量

(1.12)–(1.14)式的方法对 N 求和,得到单粒子枚举分布。目前,枚举(exclusive)分布实验最多、最全($\sqrt{s}=4-1800\text{GeV}$)。

1.2.1 亚枚举统计标度

1969 年出现 Feynman-Yang 的标度变量 $X_F=2k_{\parallel}/\sqrt{s}^{[20,21]}$ 。标度很快被实验否定;1974 年由实验数据归纳出 $k_{\parallel}/\langle k_{\parallel} \rangle_N$ 与 $k_{\perp}/\langle k_{\perp} \rangle_N$ 的标度量,叫 Dao 标度,得到的分布形状为^[22a]

$$\frac{\langle k_{\perp} \rangle_N}{N\sigma_N} \frac{d\sigma_N}{dk_{\perp}} = a \left(\frac{k_{\perp}}{\langle k_{\perp} \rangle_N} \right)_N^c \cdot \exp \left[-b \left(\frac{k_{\perp}}{\langle k_{\perp} \rangle_N} \right)_N \right] \quad (1.31)$$

$$\frac{\langle k_{\parallel} \rangle_N}{N\sigma_N} \frac{d\sigma_N}{dk_{\parallel}} = f \cdot \exp \left[-e \left(\frac{k_{\parallel}}{\langle k_{\parallel} \rangle_N} \right)_N - d \left(\frac{k_{\parallel}}{\langle k_{\parallel} \rangle_N} \right)_N^2 \right] \quad (1.32)$$

这里 $a=6.23 \pm 0.52, b=2.37 \pm 0.04, c=1.37 \pm 0.03; f=0.91 \pm 0.15, e=0.83 \pm 0.04, d=0.03 \pm 0.01$; 固定 N 的横动量平均值为 $\langle k_{\perp} \rangle_N=0.34-0.33\text{GeV}/c$, 固定 N 的纵动量平均值 $\langle k_{\parallel} \rangle_N=0.93-0.41\text{GeV}/c (N=4-26)$; 入射动量 $13\text{GeV}/c-300\text{GeV}/c$ pp 碰撞(图 1.3, 图 1.4); 纵动量的倒易统计起伏^[22a]

$$\alpha_{\parallel}^{1/2} = 1.14 \pm 0.02 \quad (N=8) \quad (1.33)$$

这里 $\alpha_{\parallel}^{1/2} \langle k_{\parallel} \rangle / (\langle k_{\parallel}^2 \rangle - \langle k_{\parallel} \rangle^2)^{1/2}$; 实验测到 $\langle k_{\perp} \rangle - k_{\parallel}$ 的关联即海鸥效应(seagull effect)

$$S_B^{(1)}(\langle k_{\perp} \rangle, k_{\parallel}) = \langle k_{\perp}(k_{\parallel}) \rangle / \langle k_{\perp} \rangle \quad (1.34a)$$

$$\frac{\langle k_{\perp}(k_{\parallel}) \rangle}{\langle k_{\perp} \rangle} = \frac{\int_0^{\infty} k_{\perp} (d\sigma/dk_{\perp} dk_{\parallel}) dk_{\perp}}{\int_0^{\infty} (d\sigma/dk_{\perp} dk_{\parallel}) dk_{\perp}}$$

$$= S_B^{(1)}(\langle k_{\perp} \rangle, k_{\parallel}) \quad (1.34b)$$

这里 $\langle k_{\perp}(k_{\parallel}) \rangle$ 是 $\langle k_{\perp} \rangle$ 对 $k_{\parallel}$ 的依赖, 海鸥效应定义为 $S_B^{(1)}(\langle k_{\perp} \rangle, k_{\parallel}) = \langle k_{\perp}(k_{\parallel}) \rangle / \langle k_{\perp} \rangle$; 实验结果在碰撞轴上前后对称, 形似海鸥, 但这个实验误差较大^[22a]。

实验得到动量分布(1.31)式与(1.32)式近似为

$$\rho(x) = \frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} \exp(-\beta x) \quad (1.35)$$

这里 $\langle x \rangle = \alpha/\beta$, $\langle x^2 \rangle = \alpha(\alpha+1)/\beta^2$; 当 $\alpha = \beta$, 则变为 Kendall 分布。

统计标度^[22a]到更高能量时(1.31)式的参数 e 依赖于多重数 $e = 40(N+1)/\langle N \rangle$, $(k_{\perp}/\langle k_{\perp} \rangle_N) > 3$ 时出现偏离(图 1.3)。可见, 亚枚举动量分布离动力学更近, 因为 $\langle k_{\perp} \rangle_N$ 随 N 而变化。在这里的实验条件下, 数据可当作 $\pi^{\pm}$ 介子的 $k_{\parallel}$ 与 $k_{\perp}$ 几率分布, 因为 K 介子数很少。用 Bloch-Nordsieck 方法于 QCD 可以得到(1.31)式的 $k_{\perp}$ 分布^[22c]。

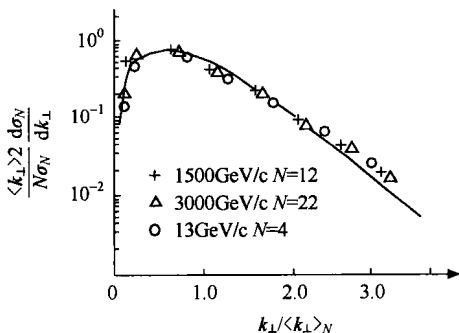


图 1.3 亚枚举横动量几率分布^[22]

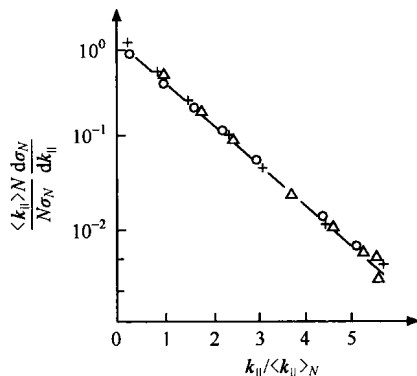


图 1.4 亚枚举纵动量几率分布
 $\langle k_{\parallel} \rangle = 0.025 \langle N \rangle / (N+1)$

1.2.2 能量·动量分布的唯象方法

由于量子场微扰论算出粒子能量·动量分布的困难, 三公理量子场论又仅限于(1.7)式, 模型方法变得很流行; 在量子场原理之外, 甚至在量子物理之外的模型假设也能工作。但是模型理论的成果表现在行之有效的数学表达式中。相对论热力学模型在说明强子横动量·质量关联 $\langle k_{\perp}(m) \rangle$ 时用到过 Basset 函数 $Q^{-\nu} K_{\nu}(aQ)$ ⁽⁷⁾, 模型参数法用到这个函数⁽⁸⁾。Bose 广函 $Q^{-\nu} K_{\nu}(aQ)$ 的吸引力来自大 aQ 近似^[24]

$$(aQ)^{-\nu} K_{\nu}(aQ) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} (aQ)^{-(\nu+1/2)} e^{-aQ} \quad (1.36)$$

与 Basset 函数的小 aQ 近似为^[24]