

GAOZHONG
WULI
TUOZHAN LIXUE

钟佐华◎编著

高中物理拓展 力学

北京工业大学出版社

高中物理拓展

力学

钟佐华 编著

北京工业大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中物理拓展：力学 / 钟佐华编著. —北京：北京工业大学出版社，2012. 8

ISBN 978 - 7 - 5639 - 3172 - 9

I. ①高… II. ①钟… III. ①中学物理课 - 高中 - 教学参考资料 IV. ①G634. 73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 160949 号

高中物理拓展：力学

编 著：钟佐华

责任编辑：王轶杰

封面设计：陈 辉

出版发行：北京工业大学出版社

(北京市朝阳区平乐园 100 号 100124)

010 - 67391722(传真) bgdebs@ sina. com

出 版 人：郝 勇

经销单位：全国各地新华书店

承印单位：徐水宏远印刷有限公司

开 本：787 mm × 1092 mm 1/16

印 张：30. 25

字 数：711 千字

版 次：2012 年 9 月第 1 版

印 次：2012 年 9 月第 1 次印刷

标准书号：ISBN 978 - 7 - 5639 - 3172 - 9

定 价：48. 00 元

版权所有 翻印必究

(如发现印装质量问题，请寄本社发行部调换 010 - 67391106)

前 言

本书是一本旨在帮助学生巩固和提高高中物理力学学习成绩和能力的参考书。

当前，市面上中学教辅书籍的品种非常多，但多半是应试性质的书籍，巩固和提高的参考书还是不多的。

作为一本巩固和提高的参考书，应该包含一些在深度和广度上超出教学大纲要求的内容。这些超大纲的内容不宜过深，应以学生努力把力就能读懂为限；在广度上也不宜过广，要适可而止，否则就会漫无边际，失去重点。本书在静力学中引入的关于一般物体平衡的论述就是这样的内容。引入它的目的是让学生对物体平衡问题有一个全面的了解，而且学生努力把力就能把它读懂。从中学到大学是一个不小的台阶。为了使学较顺利地跨越这台阶，本书对大学课程中常用的一些观点(如等效观点)和方法(如用旋转矢量表示正弦函数的方法)都有适当的讲述。本书还用浅显的方法介绍微积分的初步知识，并用这些知识解决一些物理问题，以求把问题讨论得深入些，同时也是为了使学进入大学学习微积分课程时比较容易适应。所有这些都是为了使学生开扩眼界、启发思维、提高能力这个目的。

本书还配有大量习题供学选用。

本书也可供中学物理教师参考。

希望本书在巩固和提高上对学有帮助。

希望本书对学将来上大学能起到垫脚石的作用。

编 者
2012 年 1 月

目 录

第一章 力	(1)
第一节 力的性质	(1)
第二节 力的作用效果	(1)
第三节 牛顿第三定律	(2)
第四节 力的合成和分解	(5)
习题	(14)
第二章 在共点力作用下物体的平衡	(16)
第一节 物体平衡的概念	(16)
第二节 在共点力作用下物体平衡的条件	(17)
习题	(21)
第三章 在共面力作用下物体平衡的一般情况	(24)
第一节 在共面力的作用下物体平衡的条件	(24)
第二节 在平行力作用下物体的平衡	(27)
第三节 平行力的合力、重力、重心	(29)
第四节 弹力分析	(32)
第五节 摩擦力分析	(36)
第六节 物体的受力分析	(42)
第七节 有固定转动轴的物体平衡	(45)
第八节 在共面力作用下一般的物体平衡	(48)
习题	(53)
第四章 直线运动	(62)
第一节 关于物体机械运动的几个概念	(62)
第二节 速度的相对意义	(77)
第三节 直线运动	(80)
习题	(118)
第五章 牛顿第一定律和牛顿第二定律 牛顿万有引力定律	(128)
第一节 牛顿第一定律	(128)
第二节 牛顿第二定律	(131)
第三节 牛顿万有引力定律	(136)
第四节 牛顿第二定律的应用	(138)
习题	(193)
第六章 平面曲线运动	(210)
第一节 抛体运动	(212)
第二节 圆周运动	(224)
第三节 人造地球卫星的发射	(269)

习题	(276)
第七章 功与能	(293)
第一节 功的定义和计算	(293)
第二节 功率	(304)
第三节 几个容易混淆的问题	(307)
第四节 动能与动能定理	(310)
第五节 势能	(323)
第六节 功能原理、机械能守恒定律、能量守恒定律	(335)
习题	(354)
第八章 动量	(368)
第一节 动量定理	(368)
第二节 动量守恒定律	(383)
习题	(423)
第九章 机械振动	(441)
第一节 简谐振动	(441)
第二节 单摆	(450)
第三节 简谐振动的合成	(459)
第四节 阻尼振动、受迫振动	(462)
习题	(464)
参考答案	(472)

第一章 力

第一节 力的性质

一、力的物质性

力是物体对物体的作用。力源于物体，又施于物体，力不能离开物体而独立存在，这就是力的物质性。任何力都发生在两个物体之间，一个物体受到力的作用，一定有另一个物体对它施加这种作用。受力作用的物体叫做受力物，施力于他物的物体叫做施力物。

有一种力是通过施力物与受力物接触而施加在受力物上的，这种力叫做接触力。例如，战士甩手榴弹，就是通过战士的手与手榴弹接触而施加推力于手榴弹上的，手榴弹一旦从战士的手中飞出去，与手不再接触了，推力就不再存在，所以这种推力就是接触力。另一种力是施力物超越空间而施加在受力物上的，这种力叫做非接触力。例如，地球对地面邻近的物体的吸引力、磁铁对铁制品的吸引力就是非接触力。

二、力的矢量性

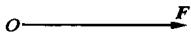
力不仅有大小，而且有方向，它是一种矢量。这就是力的矢量性。力的大小、方向和作用点叫做力的三要素，考虑力的作用时必须知道这三要素。我们可以用一个箭头在图形上表示力：箭头的长度表示力的大小，箭头的指向表示力的方向，箭尾  所在处表示力的作用点。用斜黑体 F 表示力的矢量，斜白体 F 表示力的大小，如图 1-1 所示。

图 1-1

在国际单位制中，表示力的大小的单位是牛顿，简称牛。牛顿的国际符号为 N。

三、力的相互性

力还有一个特性叫做相互性。当 A 物体对 B 物体施力时，B 物体也对 A 物体施力，这就是说，力是物体间的相互作用。例如，人站在船上用竹竿撑船，竹竿给河底一个向后的推力，河底则给竹竿一个向前的推力。正是这个向前的推力使船向前运动。

第二节 力的作用效果

力作用于物体，必定要产生一定的效果。力有两个作用效果：一是使受力物的形状和大小发生变化，这叫做形变；二是使受力物的运动状态发生变化。这里讲的运动状态的变化，是指运动速率的变化和运动方向的变化。用弹簧秤吊一重物，弹簧秤伸长，重物对弹簧秤的拉力使弹簧秤发生形变；用手推一静止中的小车，使小车从静止状态运动起来，从而改变了小车的运动状态；一个在地面上沿着直线的方向运动的物体，如果在

它侧面施加一个垂直于运动方向的力，它的运动方向就会偏转，也就是说，它的运动状态被改变了。

一般来说，物体在力的作用下总是要发生形变的，但是在很多情况下，物体在外力作用

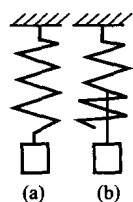


图 1-2

下的形变是非常微小的，在研究物体在外力作用下的运动状态变化时可将物体的微小形变忽略而把物体视为不会发生形变的刚体。在刚体受力的情况下，力的作用点可沿力的作用线移动而不会影响力的作用效果。如果受力作用的不是刚体，力的作用点沿力的作用线移动，就会影响力作用效果。例如，将重物挂在弹簧的端点处，如图 1-2 (a) 所示，弹簧的各个部分都将被拉长；而将重物挂在弹簧的中点处，如图 1-2 (b) 所示，则只有弹簧的上半部被拉长，弹簧的下半部却没有受到外力的作用。显然，在这两种情况下，外力的作用效果是不同的。

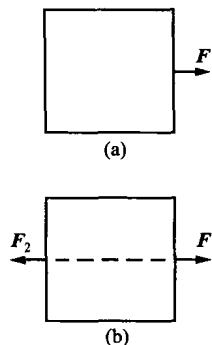


图 1-3

一个原来静止的刚体，当受到一个外力作用时，如图 1-3 (a) 所示，便会沿力的方向移动；当受到大小相等、方向相反且具有同一作用线的两个力作用时，如图 1-3 (b) 所示，由于这两个力的作用彼此抵消，物体好像没有受到外力的作用似的，其运动状态当然不会变化，即仍然静止不动。作用在一个物体上的两个大小相等、方向相反且具有同一作用线的力称为一对平衡力。

多个力作用在处于静止状态的刚体时，它们的作用也可能彼此抵消，这时物体也好像没有受到外力的作用似的，其运动状态也不发生变化。加在同一个物体上、作用彼此抵消的多个力共同组成一组平衡力。

由上面的讨论中可以得出：要改变物体的运动状态，必须加力于物体；当物体（刚体）的运动状态没有变化时，它要么没有受到外力作用，要么是处在两个或多个作用彼此抵消的外力作用下。

第三节 牛顿第三定律

在第一节中讲力的相互性时讲到，力是物体间的相互作用。当 A 物体对 B 物体有力的作用时，B 物体也一定同时对 A 物体有力的作用。两个物体间的相互作用力叫做作用力与反作用力。

一、作用力与反作用力的关系

作用力与反作用力的大小和方向是什么关系呢？牛顿第三定律告诉我们：两个物体之间的作用力和反作用力总是大小相等，方向相反，作用在一条直线上。

要深刻理解牛顿第三定律，需要明确以下几个问题：

1. 作用力与反作用力是相对的

作用力与反作用力是相对的，两个力中的任何一个都可以看成是作用力，而另一个则看成是反作用力。例如，根据万有引力定律，地面邻近的物体与地球互相吸引，地球对地面邻近的物体的吸引力与地面邻近的物体对地球的吸引力共同构成一对作用力与反作用

力,我们既可以把地球对地面邻近物体的吸引力看成作用力,也可以把地面邻近物体对地球的吸引力看成作用力。

2. 作用力与反作用力总是成对出现、同时存在

作用力与反作用力总是互相依存、同生同灭的。有了作用力,必有反作用力;作用力一旦没有了,反作用力也就消失。例如,用桨划船,桨向后划,给水一个向后的推力;与此同时,水也给桨一个向前的推力,推动船前进。一旦桨不划水了,水也就不再给桨向前的推力,于是船就失去了前进的动力。作用力与反作用力同时出现,没有先后之别。

3. 作用力与反作用力具有同一性质

作用力与反作用力是同一性质的力。例如,地球对地面邻近物体吸引,地面邻近物体也对地球吸引,一方对另一方施加的力都是超越空间的非接触力。

4. 作用力与反作用力分别作用在两个物体上

虽然作用力与反作用力大小相等、方向相反,且具有同一作用线,但由于它们分别作用在不同的物体上,各有各的作用,不能互相抵消。

二、易混概念分析

1. 在学习中有同学把平衡力与作用力、反作用力混淆了,他们只注意了这两对力相同之处,而忽略了这两对力本质的区别,从而导致了错误。下面将一对平衡力与一对作用力、反作用力的异同点作一比较。

相同点:

二者都是由大小相等、方向相反且具有同一作用线的两个力组成。

不同点:

(1) 一对平衡力的两个力共同作用在同一物体上;一对作用力、反作用力的两个力分别作用在两个物体上。

(2) 一对平衡力的两个力的性质不一定相同;一对作用力、反作用力的两个力的性质一定相同。

(3) 一对平衡力的两个力独立存在,一个力的变化不一定影响另一个力;一个力可能有平衡力,也可能没有平衡力。一对作用力、反作用力的两个力互相依存、同时产生、同时变化、同时消失;任何一个力都必定有其反作用力。

(4) 一对平衡力的两个力的作用效果互相抵消;一对作用力、反作用力的两个力各有各的作用效果,不能互相抵消。

例 1-1 如图 1-4 所示,物体 A 静止在水平桌面上。下面说法哪个是正确的?

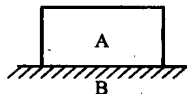


图 1-4

(1) A 对 B 的正压力等于 A 的重力(由地球对 A 的吸引力引起),这两个力组成一对平衡力。

(2) A 对 B 的正压力等于 A 的重力,这两个力是作用力与反作用力。

(3) A 对 B 正压力等于 A 的重力,这两个力实质上是一个力。

(4) B 对 A 的支持力等于 A 的重力,这两个力是一对平衡力。

(5) B 对 A 的支持力等于 A 的重力,这两个力是作用力与反作用力。

解 A 对 B 的压力作用于 B, A 的重力作用于 A, 它们分别作用在两个物体上, 所以不是平衡力, 可见(1)是错误的.

A 对 B 的正压力是接触力, A 的重力是超越空间的非接触力, 这两个力性质不同, 所以不是作用力与反作用力. 再者, 这两个力的方向相同, 都是竖直向下, 而作用力与反作用力方向相反, 可见这两个力不可能是作用力与反作用力, 所以(2)是错误的.

由于 A 对 B 的正压力与 A 的重力性质不同, 而且又作用在不同物体上, 所以不可能是同一个力, 可见(3)是错误的.

B 对 A 的支持力是接触力, A 的重力是非接触力, 而且它们都作用在同一物体 A 上, 所以不是作用力与反作用力, 可见(5)是错误的. 这两个力大小相等、方向相反、具有同一的作用线, 且作用在同一物体上, 完全符合平衡力的条件, 所以是一对平衡力, 可见(4)是正确的.

例 1-2 用弹簧秤吊一重物, 处于静止状态. 下列说法哪个是正确的?

- (1) 弹簧秤对物体的拉力与物体的重力构成一对作用力与反作用力.
- (2) 弹簧秤对物体的拉力与物体的重力构成一对平衡力.
- (3) 弹簧秤对物体的拉力与物体对弹簧秤的拉力构成一对平衡力.
- (4) 弹簧秤对物体的拉力与物体对弹簧秤的拉力构成一对作用力与反作用力.
- (5) 物体的重力与物体对弹簧秤的拉力构成一对作用力与反作用力.

解 弹簧秤对物体的拉力是接触力, 物体的重力是非接触力, 二者性质不同, 且作用在同一物体上, 故不是一对作用力和反作用力, 可见(1)是错误的. 这两个力大小相等、方向相反、具有同一的作用线, 且作用在同一物体上, 完全符合平衡力的条件, 所以它们是一对平衡力, 可见(2)是正确的.

弹簧秤对物体的拉力与物体对弹簧秤的拉力分别作用在两个物体上, 不可能是一对平衡力, 所以(3)是错误的. 这两个力大小相等、方向相反、性质相同、互相依存、具有同一作用线, 且分别作用在两个物体上, 完全符合作用力与反作用力的条件, 所以它们是一对作用力与反作用力, 可见(4)正确的.

物体的重力与物体对弹簧秤的拉力是性质不同的两个力, 且有相同的方向, 不可能是一对作用力与反作用力, 所以(5)是错误的.

2. 在学习过程中有的同学认为, 在某些情况下有可能出现作用力与反作用力一大一小的情况. 例如, 将 A 物体压在 B 物体上(图1-5), 当 A 物体比 B 物体重时, 有些人就错误地认为 A 对 B 的压力大于 B 对 A 的支持力; 一辆马车在路上奔驰, 当马车加速时, 有些人就错误地认为马对车的拉力肯定大于车对马的拉力, 否则马车为什么会加速呢? 之所以出现这些错误的看法, 是由于对牛顿第三定律没有正确的理解. 牛顿第三定律告诉我们, 不管物体是静止的还是运动着的, 不管物体在进行加速运动还是进行减速运动, 不管相互作用的两个物体中的一个是多么的大, 另一个又是多么的小, 它们之间的相互作用总是大小相等的, 绝不会出现作用力与反作用力一大一小的情况. 对马拉车产生上述的错误看法, 还由于不理解作用力与反作用力是分别作用在两个不同的物体上的, 它们不能互相抵消, 也不能一个克服另一个.

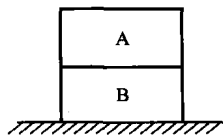


图 1-5

第四节 力的合成和分解

当几个力同时作用于同一物体时,如果能找到另外一个力,这个力单独对物体作用时产生的效果与几个力共同对物体作用时产生的效果相同,那么,这个力就叫做那几个力的合力,而那几个力则叫做这个力的分力。

一、力的合成

在第一节中已经讲过,力是矢量,所以力的合成问题就是求力的矢量和问题。求矢量和的基本方法是平行四边形法则。

我们来研究一下,在什么条件下作用在同一物体上的两个力可以用一个力来代替,即这两个力有合力。最简单的情况是这两个力都作用在物体的同一点,这时可以从这个公共的作用点出发引出两个矢量分别代表这两个力,如图1-6所示。图中 O 为作用点, F_1 、 F_2 为给定的两个力。根据平行四边形法则,以 F_1 、 F_2 的矢量为两条邻边作出平行四边形,其对角线即表示合力 $F_{\text{合}}$ 。

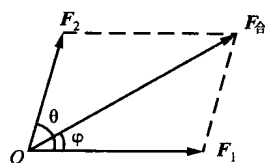


图1-6

从立体几何我们知道,共点的两条直线在同一平面上,即这两条直线共面。

我们再来看看两力共面的其他情况。有两种情况:一是两力的作用点不同,作用线不平行;二是两力的作用点不同,作用线平行。在作用线不平行的情况下,由于作用线在同一平面上,将两条作用线延长后必相交。在刚体的情况下,力的作用点可以沿着作用线移动而不影响力的作用效果。这样,我们就可以将两力的作用点沿着各自的作用线移到两条作用线的交点上,等效于两个共点力。应用平行四边形法则可求得这两个力的合力。在作用线平行的情况下,一般也是可以求得合力的(二平行力大小相等、方向相反的情况除外),这个问题留到第三章中再来阐述。

从上面的讨论中可以得出结论:共面的两力一般都有合力,不共面的两力没有合力。

我们把两个力的情况推广到几个力的情况。

先定义一个共点力。如果几个力(包括两个力的情况)都作用在物体的同一点,或者它们的作用线相交于一点,那么这几个力就叫做共点力。

不难证明,共点力(不管有几个力)必有合力。我们任取共点力中的两个力,求出其合力;再求这个合力与共点力中其他一个力的合力;如此一直进行下去,最后可求得几个共点力的合力。应该说明的是,这里的证明并不要求所有力都共面,即不要求都是共面力。

我们再来看看几个共面力的情况。上面讲过,两个共面力一般都有合力。任取共面力中的两个,求出其合力;再求这个合力与其他一个共面力的合力;如此一直进行下去,最后可求得几个共面力的合力。由此可见,如果几个力共面,那么这几个力一般都有合力。

由此可见,共点诸力(不一定共面)必有合力;共面诸力一般也有合力。我们回过头来对两力相加的情况进行定量计算。在图1-7中可用解三角形的方法求出合力的大小 $F_{\text{合}}$ 。根据余弦定律,得

$$F_{\text{合}}^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos(180^\circ - \theta) = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta$$

$$F_{\text{合}} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\theta} \quad (1-1)$$

合力的方向可以用合力跟原来任意一个力的夹角来表示,例如,用 $F_{\text{合}}$ 跟 F_1 的夹角 φ 表示. 根据正弦定律,得

$$\begin{aligned} \frac{F_2}{\sin\varphi} &= \frac{F_{\text{合}}}{\sin(180^\circ - \theta)} = \frac{F_{\text{合}}}{\sin\theta} \\ \sin\varphi &= \frac{F_2 \sin\theta}{F_{\text{合}}} = \frac{F_2 \sin\theta}{\sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos\theta}} \end{aligned} \quad (1-2)$$

取图 1-7 中平行四边形的一半,即把 F_2 或 F_1 平行地移到对边去,即得 F_1 、 F_2 和合力 $F_{\text{合}}$ 组成的三角形,如图 1-7(a),图 1-7(b)所示.



图 1-7

由此可导出求共点二力的合力的三角形法则. 这个法则说的是:从作用点作出任意一个力的矢量,再从这个矢量的末端作出另一个力的矢量,从作用点到第二个矢量末端作一矢量,此矢量即为合力的矢量.

还可以把三角形法则推广为适用于多个共点力合成的多边形法则. 这个法则说的是:从作用点作出任意一个力的矢量,然后从这个矢量的末端作出第二个力的矢量,再从第二个力的矢量末端作出第三个力的矢量. 如此依次地将所有力的矢量都作出来,最后从作用点到最后一个矢量的末端作出矢量,该矢量即为合力的矢量,如图 1-8(a)所示. 如果最后一个矢量的末端正好与第一个矢量的始端重合,则诸力之矢量和为零,如图 1-8(b)所示. 这方法也适用于非共面的共点力的情况,这时作出来的图形不再是平面上的多边形,而是一个空间的闭合折线.

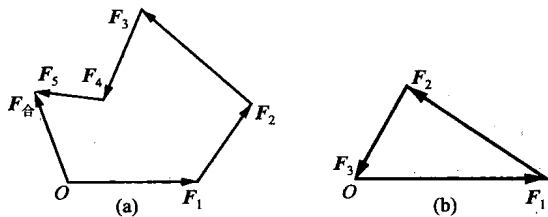


图 1-8

例 1-3 有两个互相垂直的共同点力 F_1 、 F_2 , 如图 1-9 所示. 已知 $F_1 = 40\text{N}$, $F_2 = 20\text{N}$, 求合力 $F_{\text{合}}$ 的大小和方向.

解 根据平行四边形的法则,在图上画出合力 $F_{\text{合}}$ 的矢量. 解图中直角三角形,得

$$F_{\text{合}} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{40^2 + 20^2} = 44.72\text{N}$$

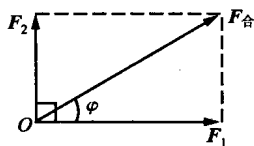


图 1-9

$F_{\text{合}}$ 与 F_1 的夹角 φ 为

$$\varphi = \arctan \frac{F_2}{F_1} = \arctan \frac{20}{40} = 26.565^\circ$$

例 1-4 一艘船在河中行驶, 由两个力拉着它前进, 如图 1-10 所示. 已知两力的方向如图所示, 其中一力的大小为: $F_1 = 300\text{N}$. 为使船能沿河笔直地行驶而不偏转, 问 F_2 应多大?

解 要使船笔直行驶而不偏转, F_1 、 F_2 的合力必须直指前方. 应用平行四边形法则作出合力示意图, 如图 1-10 所示. 解三角形, 得

$$\frac{F_1}{\sin 30^\circ} = \frac{F_2}{\sin 45^\circ}$$

$$\therefore F_2 = F_1 \times \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = 300 \times \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} = 300\sqrt{2} = 424.2\text{N}$$

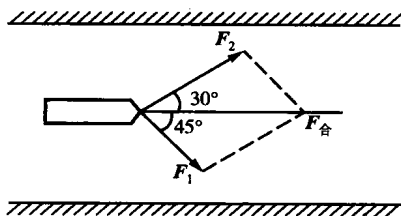


图 1-10

例 1-5 有三个大小相同的、共面的共点力, 它们的方向互成 120° 角, 求它们的合力.

解 作出三力的矢量图, 如图 1-11 所示, 任取两力求合力, 画出合力的矢量. 图中 F_{12} 表示 F_1 和 F_2 的合力. 从平面几何可知, 作出的平行四边形是菱形, 于是得

$$F_{12} = F_1 = F_2 = F_3$$

从图中可见, F_{12} 与 F_3 方向相反, 所以 F_{12} 和 F_3 的合力为零, 即 F_1 、 F_2 、 F_3 三力的合力为零.

例 1-6 有三个共面的共点力, 互成 120° 角. 已知 $F_1 = 60\text{N}$, $F_2 = 20\text{N}$, $F_3 = 40\text{N}$. 求三力的合力.

解 将图 1-12 的矢量图等效变换为图 1-13(a) 的矢量图.

F_1 、 F_2' 、 F_3' 三力大小相等, 方向互成 120° 角. 根据例 1-5 的分析, 这三力的矢量和为零而彼此抵消, 故在图 1-13(a) 中剩下来的只有 F_2'' 和 F_3'' . 因此, 求 F_2'' 和 F_3'' 的合力, 即得原来的三力 F_1 、 F_2 、 F_3 的合力. 用平行四边形法则作出合力 $F_{\text{合}}$, 如图 1-13(b) 所示.

根据(1-1)式, 得

$$\begin{aligned} F_{\text{合}} &= \sqrt{(F_2'')^2 + (F_3'')^2 + 2F_2''F_3''\cos 120^\circ} \\ &= \sqrt{40^2 + 20^2 + 2 \times 40 \times 20 \times (-0.5)} = 34.64\text{N} \end{aligned}$$

用正弦定律求 $F_{\text{合}}$ 与 F_2'' 之间的夹角 φ :

$$\frac{F_{\text{合}}}{\sin 60^\circ} = \frac{F_3''}{\sin \varphi}$$

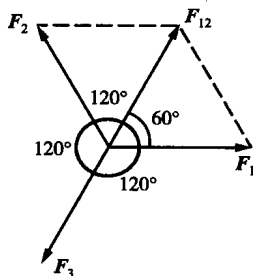


图 1-11

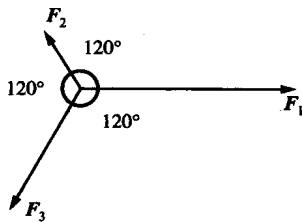


图 1-12

$$\sin\varphi = \frac{F_3''}{F_{\text{合}}} \sin 60^\circ = \frac{20}{34.64} \times 0.866 = 0.5$$

因此

$$\varphi = \arcsin 0.5 = 30^\circ$$

$F_{\text{合}}$ 与 F_1 的夹角 θ 为

$$\theta = 60^\circ - \varphi = 30^\circ$$

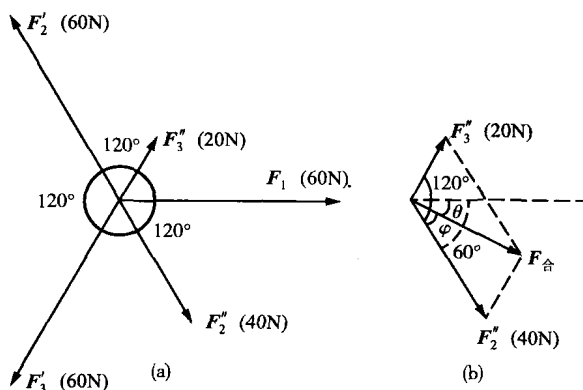


图 1-13

例 1-7 在一个平面上有三个共点力，它们的大小分别为 2N、8N 和 7N。它们的合力最大是多少？最小是多少？

解 三个力方向一致时，其合力最大，所以最大的合力的大小为

$$F_{\text{max}} = 2 + 8 + 7 = 17\text{N}$$

最小的合力是多少呢？人们很容易猜想，如果三力在一条直线上，其中二力同向，另一力反向，求它们的矢量和，就可得出最小的合力。于是得出最小的合力的大小为

$$F_{\text{min}} = 2 + 7 - 8 = 1\text{N}$$

这个结果是错误的。三个共面共点力相加，合力的最小值可能为零。三力的合力为零有两种可能：一是三力在一条直线上，二力同向，一力反向，当同向二力之和等于反向力时，三力的合力为零；二是三力组成一个三角形，这样就必须满足三角形的条件，即任意两边之和必大于第三边。从本题给出的三个力的数值来看，三力在一条直线上时合力不可能为零，因为在给定的三个数值中找不到两个数值之和等于第三个数值的情况。给定的三个数值倒是满足任意两个数值之和大于第三个数值这个条件，所以具有这些数值的三条线段必能组成一个三角形，从而使得三个力的合力为零。

由此可见，正确的答案是

$$F_{\text{min}} = 0$$

二、力的分解

力的分解是力的合成的逆运算，即把一个力分解为两个或几个分力。力的分解同样遵从平行四边形法则。将一个力分成两个力时，可将该力作为平行四边形的对角线，以该力的作用点作为平行四边形的顶点，再选定两条邻边(矢量)即可作出平行四边形，这两条邻边(矢量)就是该力的两个分力。如果没有其他限制，对于同一条对角线，可以作出无数个

平行四边形,也就是说,同一个力可以分解为无数组大小、方向不相同的分力. 这与力的合成不同,力的合成是唯一的、确定的,力的分解则不是唯一的,可以作这样分解,也可以作那样分解. 要使力的分解有唯一的、确定的答案,就得附加一些条件. 在什么条件下力的分解有唯一的、确定的解答,或有确定而非唯一的解答? 下面分别加以讨论.

1. 给定两个分力的方向

在图 1-14 中给定了两个分力的方向,见图中两条虚线:从力 F 的末端作两条平行线分别平行于这两条虚线,于是得到一个平行四边形,该平行四边形的两条邻边即表示所求的两个分力 F_1 和 F_2 . 由此可见,在给定两个分力的方向的情况下,力的分解是唯一的、确定的. 最常见的是给定互相垂直的两个方向,如图 1-15 所示. 这时

$$F_1 = F \cos \varphi \quad F_2 = F \sin \varphi$$

2. 给定一个分力的大小和方向

在图 1-16 中给定了分力 F_1 的大小和方向. 作出从 F_1 矢量末端到 F 矢量末端的矢量,该矢量就是另一个分力 F_2 . 由此可见,在给定一个分力的大小和方向的情况下,力的分解也是唯一的、确定的.

3. 给定一个分力的方向和另一个分力的大小

在图 1-17 中给定了分力 F_1 的方向(与合力 F 的夹角为 φ)和分力 F_2 的大小. 作出力三角形如图 1-17(a)所示. 由图中可得

$$F_1 = F \cos \varphi \pm \sqrt{F_2^2 - F^2 \sin^2 \varphi}$$

当 $F_2 > F \sin \varphi$ 时, F_1 有两解,见图 1-17(a);

当 $F_2 = F \sin \varphi$ 时, F_1 只有一解,其值为 $F_1 = F \cos \varphi$,见图 1-17(b);

当 $F_2 < F \sin \varphi$ 时, F_1 无解,见图 1-17(c).

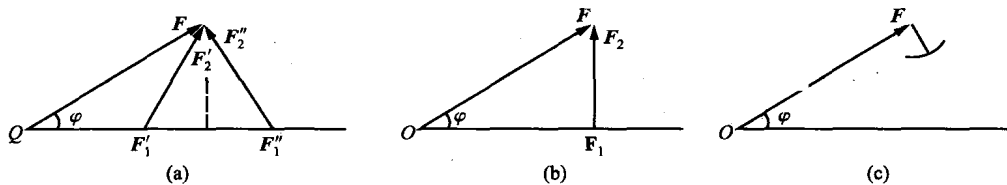


图 1-17

由此可见,在给定一个分力的方向和另一个分力的大小的情况下,力的分解可能是唯一的、确定的,也可能是确定而非唯一的,也可能无解.

4. 给定两个力的大小

分几种情况讨论:

A. 给定两个分力的大小与合力 F 的大小符合三个数值中任意两个数值之和大于第三个数值这一条件,这时三力构成一个三角形. 作出这个三角形即可求得两个分力. 有两种作图方法,如图 1-18 所示. 图 1-18(a)所示的是以合力始端为圆心,以给定的 F_1 的大

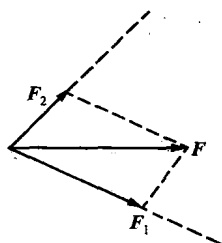


图 1-14

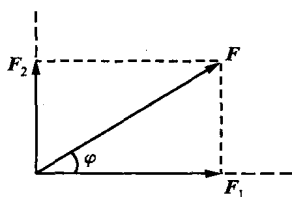


图 1-15

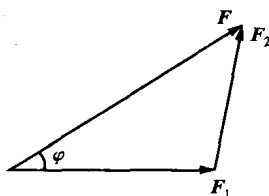


图 1-16

小为半径作一圆弧；然后以合力末端为圆心，以给定的 F_2 的大小为半径作另一个圆弧；这两个圆弧交于两点，分别作合力始端到圆弧交点的线段和圆弧交点到合力末端的线段，便可得到两组分力，即 F'_1 、 F'_2 和 F''_1 、 F''_2 。图 1-18(b) 表示另一种作图方法，这种作图方法与前一种作图方法不同之处在于以合力始端作圆弧时是以 F_2 的大小为半径，而以合力末端作圆弧时则以 F_1 的大小为半径。

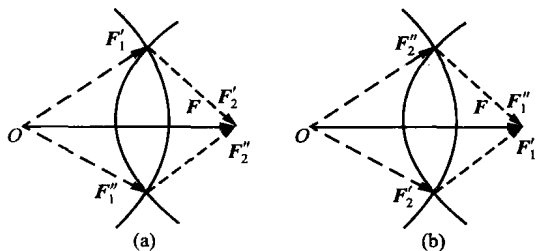


图 1-18

不难看出，图 1-18 所示的两种通过作图求分力的方法，所得结果是一样的。由此可见，在给定二分力的大小而二分力与合力能构成力三角形的情况下，力的分解是确定而非唯一的，有两个分解方案。

B. 给定二分力大小之和等于合力的大小。此时二分力与合力同方向，且具有同一作用线。在这种情况下，只有一个确定的分解方案，如图 1-19 所示。图中两分力与合力本应是在同一作用线上，但为了清楚起见，把分力与合力分开来画了。

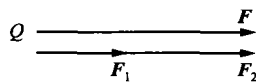


图 1-19

C. 给定二分力大小之差正好等于合力 F 的大小。此时二分力与合力也是同一条作用线上，大的分力与合力同方向，小的分力与合力反方向，见图 1-20。在这种情况下，也是只有一个确定的分解方案，如图 1-20 所示。

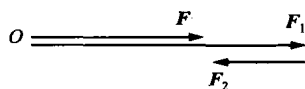


图 1-20

D. 给定二分力大小之和小于合力 F 的大小。此时无解。

在上面的讨论中给定了分解条件，但在更多的情况下题中并没有给定分解条件，这就要求同学根据实际情况选定一个分解方案。选定分解方案的思路是：将哪个力进行分解，如何分解，要以最有利于分析问题为原则。分解方案选得不好，不但徒劳无功，而且有时还会使问题复杂化。

最常见的选定分解方案的方法有下列两种：

(1) 接力的实际作用效果分解

一个力往往能产生两个效果，可以根据这两个效果来选定进行力的分解时两个分力的方向。例如，设放在地面上的物体受到一个斜向上方的拉力 F 的作用，如图 1-21(a)。此力产生两个效果：一个是沿水平方向向前拉物体，另一个是沿竖直方向向上提物体，从而减小物体对地面的压力。如果选取这两个作用效果的方向作为两个分力的方向，并作出平行四边形，那么就得到两个分力：一个沿水平方向，叫做水平分力，图中用 F_1 表示；另一个沿竖直方向，叫做竖直分力，图中用 F_2 表示。作这样的分解有一个好处，就是合力 F 的两个作用效果分别由两个分力来考虑，水平分力 F_1 管“向前拉”，竖直分力 F_2 管“向上提”，各管各的，互不干扰。这样处理能使分析简单化。两分力的数值为

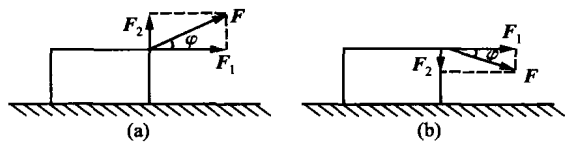


图 1-21

$$F_1 = F \cos \varphi$$

$$F_2 = F \sin \varphi$$

如果物体受到一个斜向下方的拉力 F 的作用, 如图 1-21(b) 所示, 那么此力产生的两个效果为: 一个是沿水平方向向前拉物体, 另一个是沿竖直方向向下压物体, 从而增大物体对地面的压力. 为了分析问题简单起见, 可以选取这两个作用效果的方向作为两个分力的方向.

再举一个例子. 一物体放在斜面上, 物体受到重力 G (地球吸力) 的作用, 其方向为竖直向下, 如图 1-22 所示. 此力有两个作用效果: 一是使物体沿斜面下滑, 另一是将物体压紧斜面, 使物体对斜面产生压力. 选取这两个作用效果的方向作为两个分力的方向, 并作出平行四边形, 得到两个分力为: 沿斜面的分力 F_1 和垂直于斜面的分力 F_2 , 它们的大小为

$$F_1 = G \sin \theta$$

$$F_2 = G \cos \theta$$

θ 为斜面的倾角.

用分力 F_1 和 F_2 代替合力 F 的好处是: 每个分力各管 G 的一个作用效果, 能使分析问题简单化.

有的同学分解力时不注意根据力的作用效果来选择分力的方向, 从而使力的分解无多大作用. 例如, 有的同学按照图 1-23 所示那样, 将 G 分解为水平方向的分力 F_1 和垂直于斜面的分力 F_2 . 这样分解并不能使分析问题简单化, 因为 F_1 也能产生两个效果: 一个效果是使物体沿斜面下滑, 另一个效果是把物体沿着垂直于斜面的方向向上提, 从而减小物体对斜面的压力. 要使分力的作用效果单一化, 还得将 F_1 分解成平行于斜面的分力 F'_1 和垂直于斜面的分力 F'_2 , 如图 1-23 所示. 这时, 使物体沿斜面下滑的分力大小为

$$F'_1 = F_1 \cos \theta = G \tan \theta \cos \theta = G \sin \theta$$

使物体对斜面产生压力的分力的大小为

$$\begin{aligned} F_2 - F'_2 &= \frac{G}{\cos \theta} - F_1 \sin \theta = \frac{G}{\cos \theta} - G \tan \theta \sin \theta = \frac{G}{\cos \theta} - G \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \sin \theta \\ &= \frac{G}{\cos \theta} (1 - \sin^2 \theta) = G \cos \theta \end{aligned}$$

结果与按图 1-22 分解相同, 但这样做太繁琐了.

例 1-8 在图 1-24 所示的支架上挂有一个物体. 物体给绳索一个垂直向下的拉力 F . 为了研究问题的方便, 应如何将 F 分解为两个分力?

解 F 有两个作用效果: 一个是使支撑杆 BC 受到沿 C 到 B 的压力, 另一个是使绳索 AC 受到沿 A 到 C 的拉力. 因此可以选取这两个作用效果的方向作为分力方向. 根据平行四边形法则作出平行四边形, 可求得两个分力 F_1 和 F_2 .

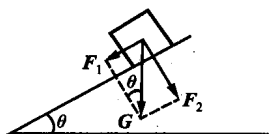


图 1-22

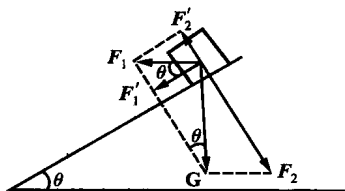


图 1-23

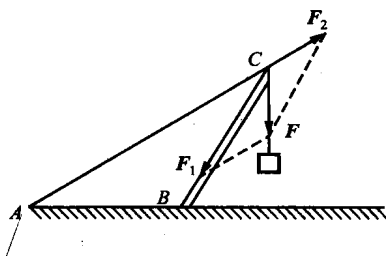


图 1-24