

科学家讲的
科学故事

031

韩国最受欢迎的科普读物
销量突破10000000册

$$x \times a = y \times b$$

$$x > y?$$

$$x < y?$$

我和他相比，
谁更重？

$$x \times k > g$$

$$x + x + x > 3$$

4

5

3

最经典的科学，最前沿的技术加最通俗、最权威的解读

柯西

讲的不等式的故事

郑玩相 著 王 辉 译

ative and Exclusive

Oil has export- medietely available for comm report as many Russian o trained closed after the

$$a \leq b$$

$$a < b$$

$$a + c > b$$

$$c - b \leq a$$

$$a \leq b$$

$$c \geq b$$

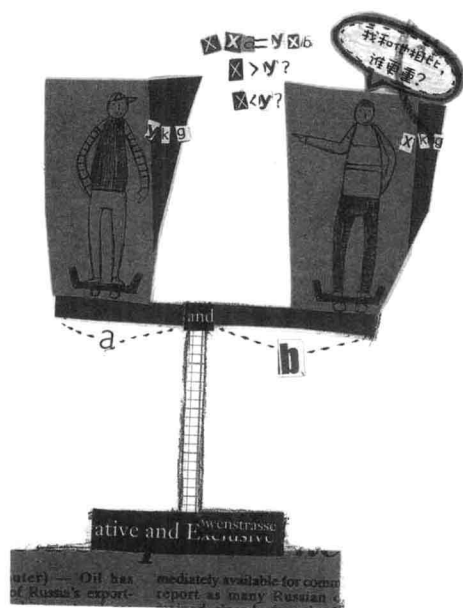
$$a \geq b$$

$$c > b - c$$



柯西讲的不等式的故事

[韩]郑玩相 著 王 辉 译



云南出版集团公司 云南教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

柯西讲的不等式的故事 / (韩) 郑玩相著; 王辉
译. — 昆明: 云南教育出版社, 2011.12
(科学家讲的科学故事)
ISBN 978-7-5415-5875-7

I. ①柯… II. ①郑… ②王… III. ①不等式 - 青年
读物 ②不等式 - 少年读物 IV. ①O178-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第227859号
著作权合同登记图字: 23-2010-074号

The Scientist Tells the Story of Science
Copyright © 2008 by JAEUM&MOEUM Co., Ltd
Simplified Chinese translation copyright © 2011 by Yunnan Education
Publishing House
Published by arrangement with JAEUM&MOEUM Co., Ltd, Seoul
through Shanghai All One Culture Diffusion Co., Ltd
All rights reserved

科学家讲的科学故事031

柯西讲的不等式的故事

(韩) 郑玩相 著 王 辉 译

策 划: 李安泰

出 版 人: 李安泰

责任编辑: 李灵溪

特约编辑: 陈化仙

装帧设计: 齐 娜 张萌萌

责任印制: 张 旸 赵宏斌 兰恩威

出 版: 云南出版集团公司 云南教育出版社

社 址: 昆明市环城西路609号

网 站: www.yneph.com

经 销: 全国新华书店

印 刷: 深圳市精彩印联合印务有限公司

开 本: 680mm × 980mm 1/16

印 张: 9.25

字 数: 110千字

版 次: 2012年1月第1版

印 次: 2012年1月第1次印刷

印 数: 1-10000

书 号: ISBN 978-7-5415-5875-7

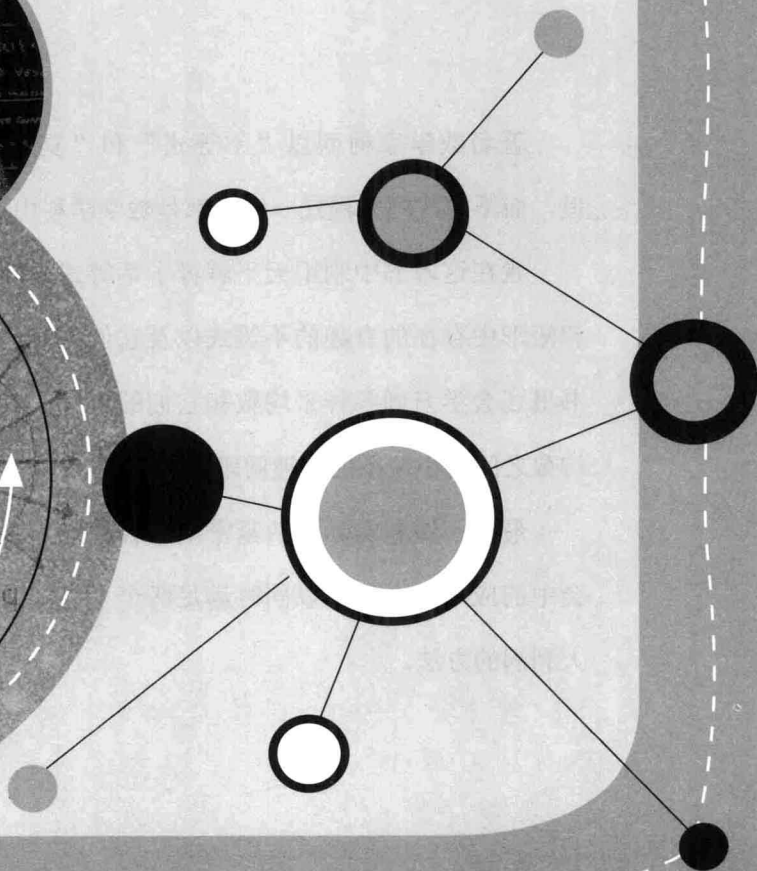
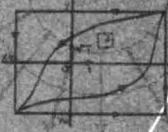
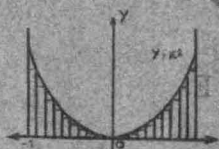
定 价: 19.80元

版权所有, 翻印必究

写在
前面



$$f(a) = \frac{1}{2i\pi} \int_{\Gamma} \frac{f(z)}{z-a} dz$$





| 写在前面 |

为梦想成为柯西的朋友们讲的 “不等式”的故事

著名数学家柯西以“不等式”和“复数”的研究成果闻名于世，而不等式同方程式一样，都是数学学科中非常重要的部分。

我在这本书中利用天平解释了不等式的性质，还介绍了三角形和矩形中存在的有趣的不等式以及它们的应用。此外，我们在这本书里还会学习到各种平均数和它们的意义，其中有很多涉及各种平均数之间大小关系的有趣问题。

最后一课和实际生活紧密地结合起来，讲述了不等式在商业社会中的应用，介绍了以同时满足两个不等式为条件，让公司获得最大利润的方法。

我在韩国科学技术院获得了理论物理学博士学位，在教学中一直采用专门为小学生设计的简单有趣的教学模式。我主张让伟大的数学家走进教室，通过日常的游戏，一点一点地传授游戏中的数学理论，让小学生能够充分理解。

为更好地理解不等式的内容，希望读者朋友们在阅读本书之前，能够先读一下《丢番图讲的方程的故事》这本书。

书中最后部分是原创童话《不等式之神——迈修斯》，这个童话是以本书内容为背景讲述的迈修斯利用不等式原理统治众神的故事。希望这个故事能够帮助大家，全面地梳理本书介绍的有关不等式的内容。

郑玩相

目录

1/ 第一课
什么是不等式? 1

2/ 第二课
怎样解不等式? 11

3/ 第三课
不等式的多种应用 25

4/ 第四课
联立不等式 39

5/ 第五课
三角形和不等式 47

6/ 第六课

四边形和不等式 57

7/ 第七课

各种平均数 65

8/ 第八课

有趣的不等式 81

9/ 第九课

不等式的商业应用 93

附录

不等式之神——迈修斯 103

科学家简介 132

科学年代表 134

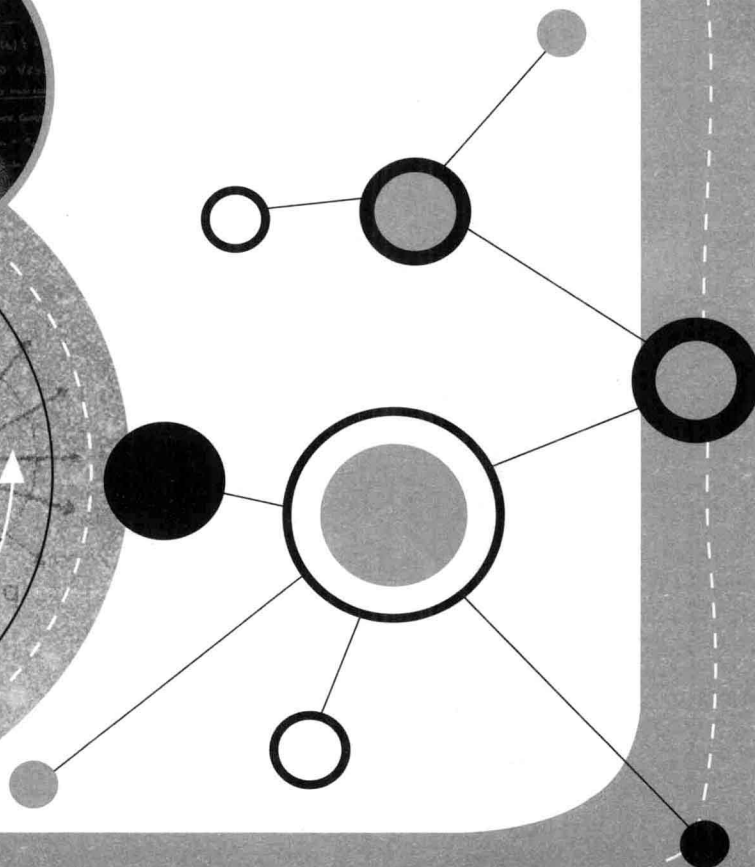
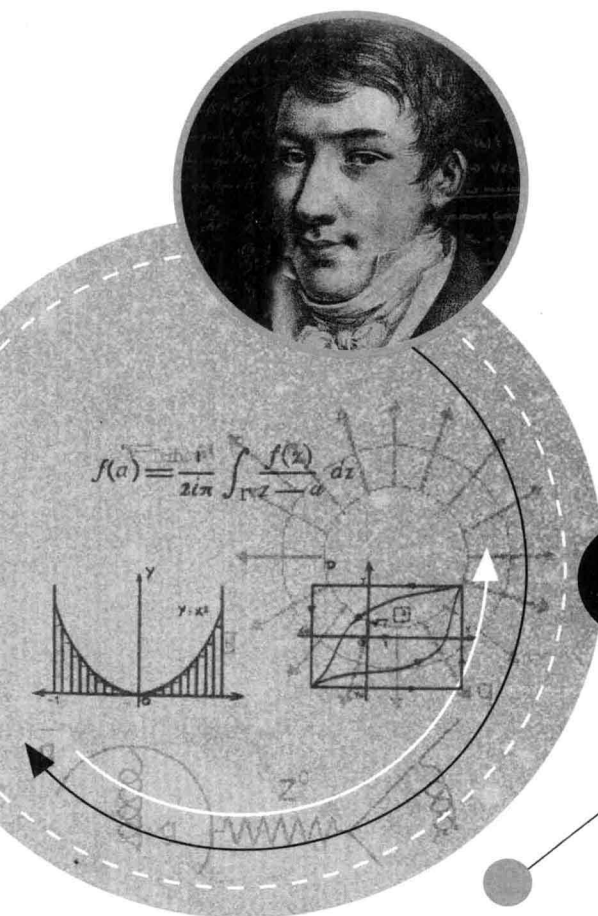
核心内容测试 135

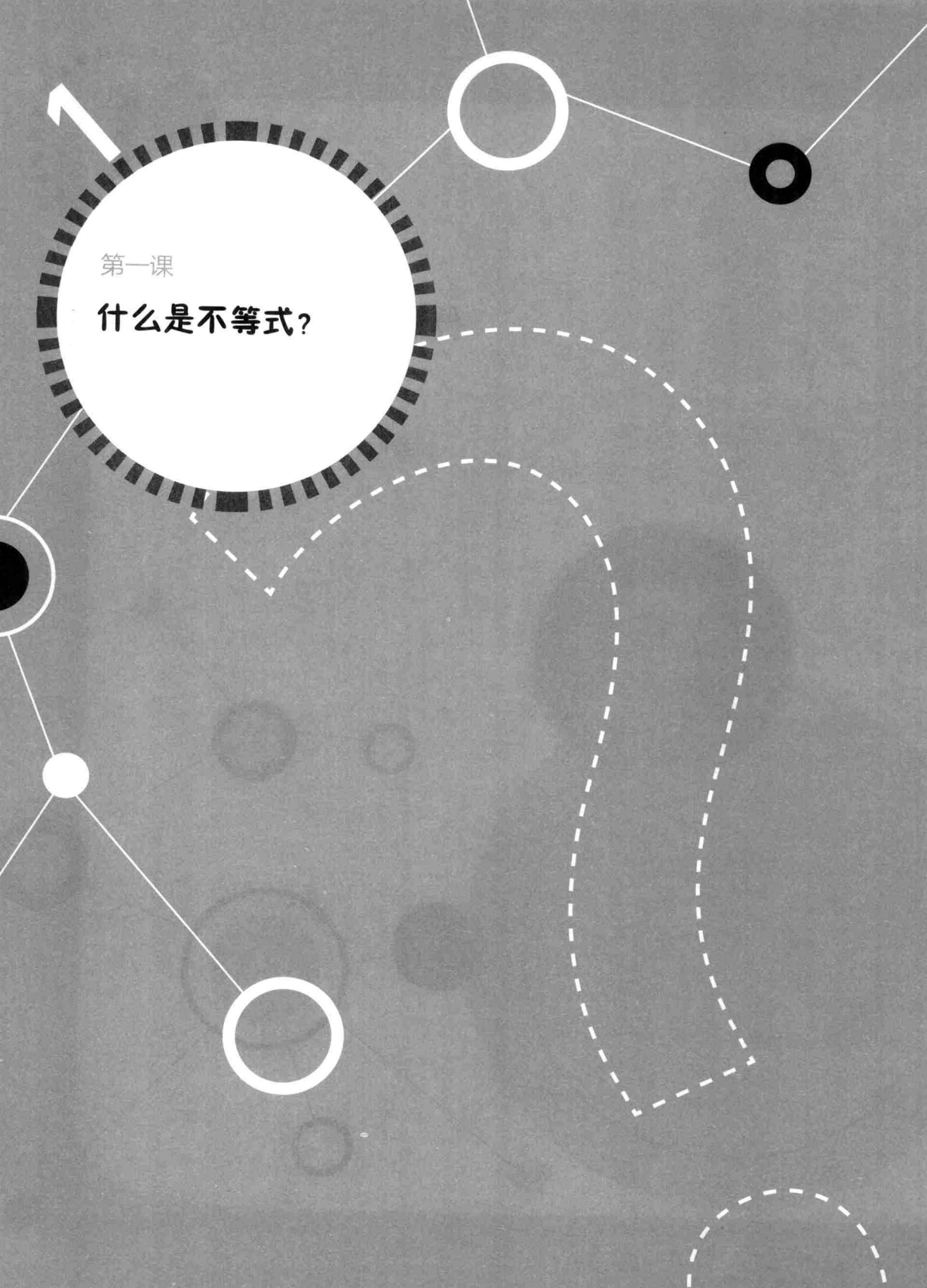
现代科学辞典 136



什么是不等式？

什么是不等式？
让我们来看一下不等式的性质。



The background is a dark gray with various geometric elements. A large white circle with a thick black dashed border is in the upper left. A white arrow points from the top left towards it. Several other circles of different sizes and colors (white, black, gray) are scattered around, connected by thin white lines. A large, irregular dashed white line curves across the middle and right side of the page.

第一课

什么是不等式?



让同学们比较数的大小后，
柯西开始了他的第一课。

3和2相比，谁大？

——3大。

我们把它写成“ $3 > 2$ ”。像这样，用不等号将两个解析式连结起来所成的式子叫做不等式。

通常情况下，不等式可以分为以下四类：

$$a > b$$

$$a < b$$





$$a \geq b$$

$$a \leq b$$

让我们来逐一认识它们。

“ $a > b$ ”可以读作“ a 大于 b ”；同样，“ $a < b$ ”可以读作“ a 小于 b ”。

那么“ $a \geq b$ ”怎么读呢？应该读作“ a 大于等于 b ”，表示“大于或等于”的意思。所以， $2 \geq 2$ 这样的式子是成立的。

同样，“ $\leq$ ”应该读作“ a 小于等于 b ”，表示“小于或等于”的意思。

不等式的性质

现在我们来说一说不等式的性质。

请看下面的不等式：

$$4 > 2$$

我们把不等号左侧的式子叫做左边，不等号右侧的式子叫做右

边。左边和右边合起来叫做不等式的两边。

柯西在天平左侧放置一个4克的砝码，右侧放置一个2克的砝码，这时，天平左侧倾斜。



4克的砝码比2克的砝码重，对吧？

这是因为4比2大。也就是说4大于2，即 $4 > 2$ 。所以天平向数字大的一端倾斜。

柯西向天平两端各加了一个1克的砝码，天平仍然偏向左侧。





天平左侧的砝码重量是4克加1克也就是5克，右侧的砝码重量是2克加1克也就是3克。这时，因为5比3大，即 $5 > 3$ ，所以天平向左侧倾斜。

通过这一实验，我们了解到“不等式 $4 > 2$ 的两边同时加1，不等号的方向不变”这一事实。也就是说：

$$4 + 1 > 2 + 1$$

由此我们可以得出：

如果 $a > b$ ，那么 $a+c > b+c$

同样，不等式 $4 > 2$ 两边同时减去1后，左边变成3，右边变成1，3比1大，即 $3 > 1$ ，不等式依然成立。也就是说：

$$4-1 > 2-1$$

像这样，不等式的两边减去相同的数，不等号的方向不变。

由此我们得出：

如果 $a > b$ ，那么 $a-c > b-c$

可见，不等式的两边加上或减去相同的数，不等号的方向不会改变。

我们再来看看不等式两边同时乘以或者除以一个数时的情况。

不等式 $4 > 2$ 的两边同时乘以3后，左边为 $4 \times 3 = 12$ ，右边为 $2 \times 3 = 6$ 。12比6大，如下所示：

$$4 \times 3 > 2 \times 3$$

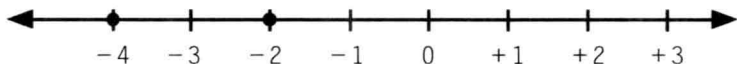




那么，是不是不等式的两边无论乘以一个什么数，不等号的方向都不会改变呢？

不是这样的，让我们在刚才的不等式两边同时乘以-1，于是，左边是 $4 \times (-1) = -4$ ，右边是 $2 \times (-1) = -2$ 。

把-4和-2在数轴标注出来，如下图所示：



从数轴上，我们可以看到 $-4 < -2$ 。啊，不等号的方向改变了！

这就是不等式的重要性质，即在不等式的两边同时乘以一个负数，不等号的方向就会发生改变。

$$4 \times (-1) < 2 \times (-1)$$

我们由此可以得出：

如果 $a > b$ ，那么，当 $c > 0$ 时， $a \times c > b \times c$ ；当 $c < 0$ 时， $a \times c < b \times c$ 。

将刚才不等式的两边同时除以2后，左边是 $\frac{4}{2}=2$ ，右边是 $\frac{2}{2}=1$ ， $2>1$ 。也就是说，不等式两边同时除以一个正数时，不等号的方向不变；当同时除以-2时，左边是 $\frac{4}{-2}=-2$ ，右边是 $\frac{2}{-2}=-1$ ，而 $-2<-1$ 。所以当不等式两边同时除以一个负数时，不等号的方向改变。

我们由此可以得出：

如果 $a>b$ ，那么当 $c>0$ 时， $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$ ；当 $c<0$ 时， $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$ 。

也就是说，不等式的两边同时乘以或除以一个正数时，不等号的方向不变；同时乘以或除以一个负数时，不等号的方向改变。

