

18 Lectures On Mathematical Way Of Thinking

小学数学

解题思维 方法大全

主编 * 陆志昌 景山

必备的工具书

- 奥妙的数学
- 奇特的解法

五年级



山西出版传媒集团 山西教育出版社

掌握一种解题思维方法 比做一百道题更重要
激发创新思维 培养解题技能

内容提要

传统的解题方法类图书是按题讲解方法，而本书与之不同，是按不同的思维方法来选题、讲解，共介绍了发散思维法、调频思维法等十八种解题思维方法。因而结构和分类更加科学合理，对习题讲解更加深入明白。

小学数学解题思维方法大全（三年级）

小学数学解题思维方法大全（四年级）

小学数学解题思维方法大全（五年级）

小学数学解题思维方法大全（六年级）

初中数学解题思维方法大全（七年级）

初中数学解题思维方法大全（八年级）

初中数学解题思维方法大全（九年级）

ISBN 978-7-5440-5586-4



定价：15.00元

18 Lectures On Mathematical Way Of Thinking



小学数学

解题思维 方法大全

主编 陆志昌 景山

必备的工具书

- 奥妙的数学
- 奇特的解法

五年级



山西出版传媒集团
山西教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

小学数学解题思维方法大全. 五年级 / 陆志昌, 景山主编. —太原: 山西教育出版社, 2012.12

(数学解题思维方法系列丛书 / 陆志昌, 景山主编)

ISBN 978-7-5440-5586-4

I. ①小… II. ①陆… III. ①小学数学课—题解 IV. ①G624.505

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第170702号

小学数学解题思维方法大全·五年级

责任编辑 薛海斌

特约编辑 徐亚东

复 审 邓吉忠

终 审 邓立平

装帧设计 李 珍

印装监制 贾永胜

出版发行 山西出版传媒集团·山西教育出版社

(太原市水西门街馒头巷7号 电话: 0351-4035711 邮编: 030002)

印 装 山西晋财印刷有限公司

开 本 850×1168 1/32

印 张 7.625

字 数 195千字

版 次 2012年12月第1版山西第2次印刷

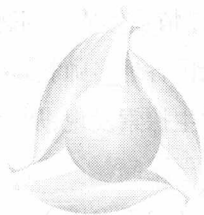
印 数 5001-10000册

书 号 ISBN 978-7-5440-5586-4

定 价 15.00元

如发现印装质量问题,影响阅读,请与印刷厂联系调换。电话:0351-2673871

出版宣言



我们的口号：掌握一种解题思维方法比做一百道题更重要！

我们常常会看到这样一种现象：不少同学整天忙着做作业，什么“竞赛辅导”、“升学练兵”，手头资料一大堆，习题做了好几本，但学习成绩就是提不高，这是为什么？

究其原因，就是没有掌握好正确的解题思维方法。

解题思维方法是什么？

方法是身陷困境后突然伸出的一只援手；方法是苦思冥想中的恍然大悟；方法是茫茫大海上引你前行的点点白帆；方法是攀登顶峰时你选择的最佳路径。

我们精心策划出版的这套《数学解题思维方法大全》与其他同类书相比，最突出的是有五大亮点：

理念新。

与传统的解题方法类图书相比，本书的结构分类与之不同。传统的解题方法类图书是按题型讲解方法，如植树问题、行程问题等等，而本丛书是按不同的思维方法进行讲解的，如分析综合法、发散思维法等等。每本书介绍了近二十种不同的解题思维方法，突破了通过习题讲解方法的传统理念。另外，丛书的特色

栏目“情境体验·问题探究”和“思维聚焦·融会贯通”中渗透了全国各地名师教育理念的变化,从“学生身边的实例”入手,让学生探索发现,从而掌握解题思维方法。

思路新。

丛书集中讲授一些解题思维方法、窍门,与日常生活中司空见惯的实例紧密结合,不仅简捷、巧妙,同时还十分有趣,运用这些思维方法来解答相应的问题不仅准确,而且快捷。

题目新。

新型的例题是有效地培养学生思维的深刻性、灵活性、独创性、敏感性的重要手段。本丛书大量题目是一代名师近期原创的新题、活题以及国内外的竞赛题,注重知识“点”与“面”的联系,课堂内与课堂外的渗透,培养学生新的思维、新的想象、新的发现。

作者功底深。

丛书全部由特级教师、高级教师主笔,采用双学段老师编写的方式:即小学段由初中老师和小学老师共同完成;初中段由高中老师和初中老师共同完成,各展所能,优势互补,使全书实现了“命题思维、能力考查、思维方法”的最佳结合。

体例新。

本丛书每道例题,解答前都有思路分析与规范解答,它是作者解题的体会和感受,是解题经验的总结。因此也可以说它是作者从解题实践中具体概括出来的精髓。更重要的是恰到好处的点拨,使学生做到立足基础、抓住关键、突破难点,研究方法,以一题代一类,真正使学生做到举一反三、触类旁通,从而达到跳出题海、启迪思维的效果。丛书特设的“熟能生巧”专栏,用

于学生自我检验,为进一步巩固所学解题思维方法奠定基础。

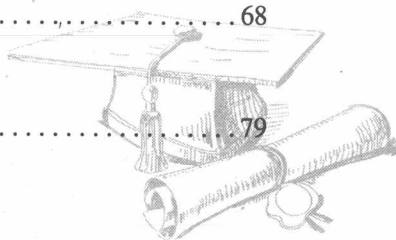
天才不常有,蠢才也罕见,思维就在你的头脑中。《数学解题思维方法大全》正迫不及待地向你走来!同学们用它辅助数学学习,可开思维之窃,入解题之门,从而受益终身;教师将它引入课堂,能活跃课堂气氛,增强教学艺术,提高教学效果。所以它不仅是学生开阔眼界、拓宽思维的有益读物,而且是家长的好帮手、教师的好参谋。

耕耘者总盼望丰收的金秋。本丛书一定能为莘莘学子送去一叶小舟,一副双桨,希望同学们顺利地到达理想的彼岸。如果本丛书能为开启同学们的智慧带来一点裨益,作者将感到极大的欣慰。不当之处,诚望广大读者指正。

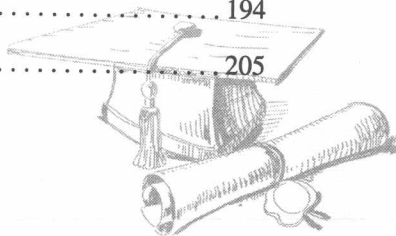


目 录
contents

06	估值调整	迅速奏效	
01		——调频思维法	1
01	第二讲 观察归纳	效果特好	
01		——归纳法	12
03	第三讲 拆分一招	技能提高	
03		——拆分法	24
04	第四讲 反面思考	倒推还原	
04		——还原法	35
05	第五讲 赋以特值	柳暗花明	
05		——设数代入法	45
06	第六讲 摸摸尾巴	便于解题	
06		——末位思维法	57
07	第七讲 一一对应	展示威力	
07		——对应法	68
08	第八讲 列举着眼	开辟坦途	
08		——列举法	79



第九讲	疑难莫慌	割补帮忙	——割补法.....	90
第十讲	妙在假设	巧辟捷径	——假设法.....	103
第十一讲	图画列表	好处不少	——图示法.....	114
第十二讲	分析综合	至关重要	——分析综合法(一).....	127
第十三讲	分析综合	至关重要	——分析综合法(二).....	139
第十四讲	注重消元	出奇制胜	——消元法.....	151
第十五讲	凝聚发散	沟通纵横	——发散思维法.....	161
第十六讲	巧妙转化	豁然开朗	——转化法.....	174
第十七讲	运用方程	迎刃而解	——方程法.....	185
第十八讲	操作演示	探索新路	——演示法.....	194
参考答案				205



第一讲 估值调整

迅速奏效

——调频思维法

一、情境体验

1. 情境

有一个三位数,十位上的数字比个位上的数字大3;百位上的数字是个位上数字的平方。又知这个三位数比它的十位与个位上数字乘积的25倍还多202。这个三位数是多少?

小明这样解:

抓住“百位上的数字是个位上数字的平方”这一条件,可知它个位上的数字不会超过3(因为大于3的各数的平方数都不是一位数)。

我们先假定这个三位数的个位数是“3”,根据题意可得这个三位数是“963”。接着用题目的第二个条件来验证: $963 - 6 \times 3 \times 25 = 513$,大于题目所说的“202”,可见这次假定值过大。

再假定它的个位数字是“2”,这个三位数为“452”,然后验证:

$$\begin{aligned} & 452 - 5 \times 2 \times 25 \\ &= 452 - 250 \\ &= 202 \end{aligned}$$

452 符合题意。

答:这个三位数是452。

2. 问题探究

你能说出小明这种解题思维吗?



二、思维聚焦

小明这种解题思维方法称为估值调整法,也叫调频思维法。

调频思维法,也叫估值调整法,是直接从得数入手,然后通过验证、稍作调整,取得答案。这种解法最突出的优点是省略了列式过程,是一种简单朴素而又非常适合我们小学生理解和掌握的解题方法。



三、融会贯通

例 1 小启启把 29 粒弹子分别装在甲、乙、丙 3 个盒子里。已知甲盒里的弹子数比乙盒的一半少 1 粒,乙盒里的弹子数又比丙盒的一半少 1 粒。求这 3 个盒子里各有多少粒弹子?

[分析] 根据题目条件,我们先不考虑“少 1 粒”,把甲盒里的弹子视为 1 份,乙盒里的弹子则为 2 份,丙盒里的弹子则为 4 份。3 个盒子里的弹子一共有 7 份。

又弹子的总数是 29 粒,所以每份弹子可能是 4 粒($29 \div 7 = 4 \cdots 1$)。

[解] 我们就按每份 4 粒来推算:甲盒 4 粒,乙盒则为 $[(4 + 1) \times 2 =]10$ 粒,丙盒则为 $[(10 + 1) \times 2 =]22$ 粒。它们一共为 $(4 + 10 + 22 =)36$ 粒,显然不符合题意。

以上“估值”大了一点,再按每份 3 粒来推算:甲盒 3 粒,乙盒 $[(3 + 1) \times 2 =]8$ 粒,丙盒 $[(8 + 1) \times 2 =]18$ 粒。三盒共有 $(3 + 8 + 18 =)29$ 粒,符合题意。

答:甲盒有 3 粒,乙盒有 8 粒,丙盒有 18 粒。

[点拨] 估值调整法是直接从得数入手,然后根据题意,通过验证,调整,取得答案。

例2 将1~9九个数字分别填入下面4个算式的9个□中,使得4个等式都成立:

$$\square + \square = 6 \quad \square \times \square = 8 \quad \square - \square = 6 \quad \square \square \div \square = 8$$

[分析] 因为每个□中要填不同的数字,对于加式只有两种填法:1+5或2+4;对于乘式也只有两种填法:1×8或2×4。加式与乘式的数字不能相同,搭配后只有两种可能:

(1) 加式为1+5,乘式为2×4;

(2) 加式为2+4,乘式为1×8。

对于第1种可能,还剩3、6、7、8、9五个数字未填,减式只能是9-3,此时除式无法满足;

对于第2种可能,还剩3、5、6、7、9五个数字未填,减式只能是9-3,此时除式可填56÷7。

[解]

$$2 + 4 = 6 \quad 1 \times 8 = 8 \quad 9 - 3 = 6 \quad 56 \div 7 = 8$$

[点拨] 此例用调频思维法解一目了然。

例3 陈虎是个中学生,他说:“这次考试(百分制),我的名次乘我的年龄再乘我的考试分数,结果是2910。”你能算出陈虎的名次、年龄与他这次考试的分数吗?

[分析] 由“陈虎的名次×陈虎的年龄×考试分数=2910”,可以看出,陈虎的名次、陈虎的年龄与考试分数都是2910的约数。

[解] 因为 $2910 = 2 \times 3 \times 5 \times 97$,显然,97是他的考试分数;2×3×5必须转化成两个数相乘的形式,即“名次×年龄”,有以下几种:6×5、3×10、2×15。

由于题目中已点明陈虎是中学生,年龄应在十四五岁,所以选择第三种:陈虎15岁,考试名次是第2名。

答:陈虎15岁,考试名次是第2名,考试成绩是97分。

[点拨] 此例用调频思维法求解相当成功。

例4 有一个首位数字为8的五位数,它能被9整除,且各位数字均不相同,问这样的五位数最小是几?

[分析] 此例可用调频思维法求解。

[解] 首位是8且各位数字均不相同的五位数最小为80123。但这个数的各位数字之和($8+0+1+2+3=$)14不是9的倍数。为使它能被9整除且使这个五位数尽可能地小,我们将个位上的数字3调整为7,这样,五位数就变成为80127,其各位数字之和($8+0+1+2+7=$)18是9的倍数,所以80127也是9的倍数。

答:这个五位数为80127。

[点拨] 解答这类题型,根据题意,要从整体入手,用调频思维,充分利用所学知识,推导出结果。

例5 在六位数“1995□□”的方框里填上适当的数字,使它能同时被7、8、9整除?

[分析] 这道题目可以利用“能被8和9整除的数的特征”去推断,但比较麻烦。若采用估值调整法来解答,就十分简捷巧妙。

[解] 因为这个六位数再大也大不过“199599”,我们不妨就拿它来推算。

题目说这个六位数“能同时被7、8、9整除”,即可知这个六位数能被504(7、8、9的最小公倍数)整除。

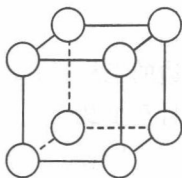
$$199599 \div 504 = 396 \cdots 15$$

除得的结果余数是15,若从“199599”里减去余数15,便得到我们所要求的数: $199599 - 15 = 199584$ 。

答:这个六位数是199584。

[点拨] 此例用调频思维法,使问题的解有了突破口,进而叩开了解题的大门。

例 6 在右图所示立方体的 8 个顶点上标出 1~9 中的 8 个数字,使得每个面上 4 个顶点所标数字之和都等于 k ,并且 k 不能被未标出的数整除。



[分析] 设未被标出的数为 a ,则被标出的 8 个数之和为 $1+2+\cdots+9-a=45-a$ 。由于每个顶点都属于 3 个面,所以 6 个面的所有顶点数字之和为

$$6k = 3 \times (45 - a)$$

$$\text{即 } 2k = 45 - a$$

因为 $2k$ 是偶数, $45 - a$ 也应是偶数,所以 a 必为奇数。

若 $a = 1$, 则 $k = 22$;

若 $a = 3$, 则 $k = 21$;

若 $a = 5$, 则 $k = 20$;

若 $a = 7$, 则 $k = 19$;

若 $a = 9$, 则 $k = 18$ 。

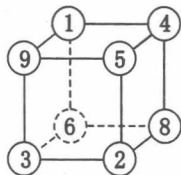
因为 k 不能被 a 整除,所以只有 $a = 7, k = 19$ 符合条件。

由于每个面上 4 个顶点上的数字之和等于 19,所以与 9 在一个面上的另外 3 个顶点数之和应等于 10。在 1、2、3、4、5、6、8 中,3 个数之和等于 10 的有 3 组:

$$10 = 1 + 3 + 6 = 1 + 4 + 5 = 2 + 3 + 5$$

将这 3 组数填入 9 所在的 3 个面上,可以得到答案。

[解] 根据以上分析,可得到下图的填法。



[点拨] 用调频思维法求解时,常要进行分析,分析得好,可减少调整的次数。

例7 一农民用几只船平均分3次把315袋化肥从河南边的王村运到河北边的北张村,已知每只船载的化肥袋数相等,且至少载5袋。问每次应有多少只船?每只船载多少袋?

[分析] 分3次载完,每次载的总袋数相等即105袋。这105袋应是每只船载的袋数与船数的乘积,即是每次过河的船数与每只船上的袋数都是105的约数。

再根据“每只船载的化肥袋数相等,且至少载5袋”可解出本例。

[解]

每次载的袋数 $315 \div 3 = 105$ (袋)

把105分解质因数 $105 = 3 \times 5 \times 7$

每次应有的船数和每只船载的袋数有下列几种情况:

用3只船,每只船载35袋;用5只船,每只船载21袋;用15只船,每只船载7袋;用21只船,每只船载5袋。

[点拨] 此例把105分解质因数后,运用调频思维法使问题迅速获解。

例8 在11 11的方框中各填入一个数字,使这个六位数能被17和19整除。那么,方框中的两位数“ ”是多少?

[分析] 因为我们不能掌握被17整除和被19整除的数的特征,我们解答这道题目就更需要采用调频思维法求解。

11 11除以323,商的个位是7,百位是3。待求商的十位数字。

[解] 首先在“ ”里随意填两个不大、不小的数,如,填成“11 11”。然后用17和19的最小公倍数“323”去试除(因为,若某数能同时被A和B两个数整除,那么,这个数一定能被A和B两个数的最小公倍数整除)。

从 $11 \square\square 11 \div 323$ 看出:商的个位是 7,商的百位是 3,应有等式 $11 \square\square 11 \div 323 = 3 \square 7$ 。商数的十位应在 1~9 中选 1 个数。

商十位先填 3,有 $337 \times 323 = 108851$,显然 3 偏小了;

再填 4,有 $347 \times 323 = 112081$,显然 4 还偏小;

再填 5,有 $357 \times 323 = 115311$,符合题意。

所以这个六位数应为 115311。

方框中的两位数是 53。

[点拨] 此例用调频思维法求解,给人以“柳暗花明又一村”的感觉。

例 9 某班总人数是 5 的倍数,男生人数减去女生人数所得的差是 6 的倍数。已知有女生 11 人,那么,这个班至少有多少名学生?

[分析] 可先假设男生人数为 A 。 A 与 11 相加,和是 5 的倍数,这样个位上的数字应是 0 或 5。又 A 减去 11,差是 6 的倍数,则个位上的数字当然是偶数。可根据这两个条件来求 A 。

男生人数 A 与 11 相加和的个位数字是 0 或 5,所以 A 的个位数字是 9 或 4;

又因“ $A - 11$ ”是偶数,所以 A 的个位数字必定是 9。即 A 只能是 9、19、29、39、49、…。

当 $A = 9、19、39$ 时, $A - 11$ 都不是 6 的倍数;

当 $A = 29$ 时, $29 - 11 = 18$ 是 6 的倍数。

所以 A 的最小值是 29。

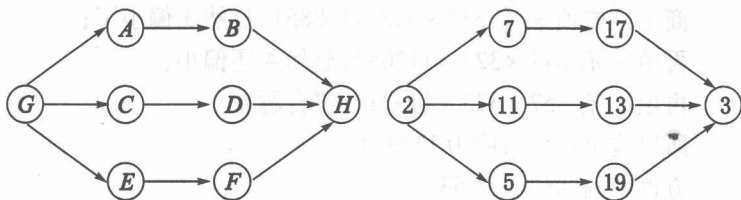
[解]

$$29 + 11 = 40 \text{ (人)}$$

答:这个班至少有 40 人。

[点拨] 解题之道贵在简捷,本例通过调频思维法,解得干净利索。

例 10 把 20 以内的 8 个质数 $A \sim H$ 分别填在下左图的圆圈中(每一质数限填一次),使图中用箭头连接起来的 4 个数的和都相等。
 (“从小爱数字”邀请赛应征赛题)



[分析] 设上左图是一种满足条件的填法,易知只要 $A + B = C + D = E + F$ 即可。

可见问题是从小于 20 的 8 个质数 2、3、5、7、11、13、17、19 中选出 6 个数填到 $A、B、C、D、E、F$ 的位置上去,使之满足条件。

首先注意 A 不能选 2,因 8 个质数中只有 2 是偶数,其余全是奇数,若 $A = 2$,则 $A + B =$ 奇数,而 $C + D =$ 偶数,不会相等,可见 2 可放在 G 或 H 中。

其次注意到 $A + B + C + D + E + F = 3(A + B)$,可见选出的 6 个数的和应是 3 的倍数,而去掉 2 之后,余下 7 个质数的和是 $3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 = 75$,是 3 的倍数,可见只有去掉 3,剩下的 6 个奇数的和是 72,仍是 3 的倍数,可以知道选出的 6 个数是 5、7、11、13、17、19;

怎样填呢?再进一步由 $72 \div 3 = 24$,知 $A + B = C + D = E + F = 24$ 。

[解] 根据以上分析,可得到上右图一种填法。

[点拨] 运用逐步调整时,常要进行分析,分析得好,可减少调整次数。本例还有其他填法,请读者试一试。