



普通高等教育“十一五”国家级规划教材辅导教材



世纪高等教育规划教材——学习指导与考研系列

理论力学辅导 与习题解答

贾启芬 刘习军 主编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十一五”国家级规划教材辅导教材
21 世纪高等教育规划教材——学习指导与考研系列

理论力学辅导与习题解答

主 编 贾启芬 刘习军
参 编 张素侠 钟 顺
主 审 王春敏



机械工业出版社

本书为理论力学课程教学及考研用辅导教材,共四篇。前三篇包括静力学、运动学和动力学共14章,与贾启芬、刘习军主编的普通高等教育“十一五”国家级规划教材——《理论力学》(第2版)同步使用。每章编有课程“主要内容”、教学“基本要求”、本章“重点讨论”、典型“例题分析”和“习题解答”五个部分。对《理论力学》(第2版)中的习题进行了解答,阐述了解题的正确思路、方法和技巧,加强了自学指导。附录汇编了天津大学2006—2010年的理论力学硕士研究生入学考试试卷及精解。

本书内容丰富,通俗易懂,由浅入深,以务实、应用为根本。可供高等院校工科各专业及高职高专各专业的理论力学中、少学时课程使用,同时也可供工程技术人员参考,对报考硕士研究生的考生也很有帮助。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学辅导与习题解答/贾启芬,刘习军主编. —北京:机械工业出版社,2011.12

普通高等教育“十一五”国家级规划教材辅导教材. 21世纪高等教育规划教材——学习指导与考研系列

ISBN 978-7-111-36276-0

I. ①理… II. ①贾…②刘… III. ①理论力学-高等学校-教学参考资料 IV. ①O31

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第220674号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:姜凤 责任编辑:姜凤

版式设计:霍永明 责任校对:肖琳

封面设计:姚毅 责任印制:乔宇

三河市宏达印刷有限公司印刷

2012年3月第1版第1次印刷

169mm×239mm·22.75印张·469千字

标准书号:ISBN 978-7-111-36276-0

定价:36.80元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010) 88361066

门户网:<http://www.cmpbook.com>

销售一部:(010) 68326294

教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售二部:(010) 88379649

读者购书热线:(010) 88379203

封面无防伪标均为盗版

前 言

理论力学课程是高等院校工科各专业重要的技术基础课。对多数工科专业的学生来说,理论力学又是从纯数理学科过渡到专业学科过程中要学习的与工程技术有关的第一门力学课程。因此,学好理论力学,能应用力学中的抽象化方法,恰当地选择研究对象并列写运动微分方程,这些能力的培养,都要通过分析、练习一定的习题来实现。理论力学的习题,绝大多数都是从工程实际中简化而来的,或者习题本身就是一个简单的工程实际问题。为了帮助读者学好理论力学,我们编写了这本《理论力学辅导与习题解答》,希望为学生课程学习及考研提供帮助。

本书符合教育部高等学校力学基础课程教学指导分委员会最新修订的《理论力学课程教学基本要求》,共四篇。前三篇包括静力学、运动学和动力学,共14章,与贾启芬、刘习军主编的《理论力学》第2版教材同步使用。每章编有课程“主要内容”、教学“基本要求”、本章“重点讨论”、典型“例题分析”和“习题解答”五个部分。对《理论力学》第2版中的习题进行了解答,阐述了解题的正确思路、方法和技巧,加强了自学指导。附录汇编了天津大学2006—2010年理论力学硕士研究生入学考试试卷及精解。

本书既可作为高等院校工科各专业及高职高专各专业的学生学习理论力学时的指导书和考试参考书,也可作为报考硕士研究生读者的复习参考书。

本书的编写得到了天津大学理论力学教研室全体教师的支持,使用的教材是教研室三代人几十年教学经验的积累和总结。本书的第1~7章,由贾启芬与钟顺编写;第8~14章,由刘习军与张素侠编写。全书由贾启芬、刘习军定稿。曹俊灵、王德利、郎作贵参加了全书的制图工作;刘龙霞、黄元英等参加了全书的校对工作。

本书承蒙王春敏教授详细审阅,郝淑英老师复审,提出了许多宝贵意见,在此谨向他们致以衷心的感谢。

限于水平,如有错误和不妥之处,望读者不吝指正。

编 者
于天津大学

目 录

前言

第一篇 静力学	1
第1章 静力学基础	1
1.1 主要内容	1
1.2 基本要求	3
1.3 重点讨论	4
1.4 例题分析	4
1.5 习题解答	8
第2章 力系的简化	15
2.1 主要内容	15
2.2 基本要求	17
2.3 重点讨论	17
2.4 例题分析	17
2.5 习题解答	20
第3章 力系的平衡	29
3.1 主要内容	29
3.2 基本要求	30
3.3 重点讨论	30
3.4 例题分析	31
3.5 习题解答	36
第4章 静力学应用问题	58
4.1 主要内容	58
4.2 基本要求	60
4.3 重点讨论	60
4.4 例题分析	61
4.5 习题解答	64
第二篇 运动学	81
第5章 点的一般运动和刚体的基本运动	81
5.1 主要内容	81
5.2 基本要求	83
5.3 重点讨论	84

5.4 例题分析	84
5.5 习题解答	88
第6章 点的合成运动	96
6.1 主要内容	96
6.2 基本要求	97
6.3 重点讨论	97
6.4 例题分析	98
6.5 习题解答	102
第7章 刚体的平面运动	121
7.1 主要内容	121
7.2 基本要求	122
7.3 重点讨论	122
7.4 例题分析	123
7.5 习题解答	129
第三篇 动力学	144
第8章 动力学基础	144
8.1 主要内容	144
8.2 基本要求	147
8.3 重点讨论	148
8.4 例题分析	148
8.5 习题解答	150
第9章 动能定理	163
9.1 主要内容	163
9.2 基本要求	165
9.3 重点讨论	166
9.4 例题分析	166
9.5 习题解答	169
第10章 动量定理	182
10.1 主要内容	182
10.2 基本要求	183
10.3 重点讨论	183
10.4 例题分析	184
10.5 习题解答	187
第11章 动量矩定理	201
11.1 主要内容	201
11.2 基本要求	203

11.3 重点讨论·····	203
11.4 例题分析·····	204
11.5 习题解答·····	208
第12章 达朗贝尔原理·····	240
12.1 主要内容·····	240
12.2 基本要求·····	242
12.3 重点讨论·····	242
12.4 例题分析·····	242
12.5 习题解答·····	245
第13章 虚位移原理及拉格朗日方程·····	274
13.1 主要内容·····	274
13.2 基本要求·····	277
13.3 重点讨论·····	277
13.4 例题分析·····	278
13.5 习题解答·····	283
第14章 振动·····	311
14.1 主要内容·····	311
14.2 基本要求·····	314
14.3 重点讨论·····	314
14.4 例题分析·····	315
14.5 习题解答·····	318
附录 天津大学硕士研究生入学考试理论力学试卷及解答·····	333
附录A 2006年硕士研究生入学考试理论力学试卷及解答·····	333
附录B 2007年硕士研究生入学考试理论力学试卷及解答·····	338
附录C 2008年硕士研究生入学考试理论力学试卷及解答·····	342
附录D 2009年硕士研究生入学考试理论力学试卷及解答·····	347
附录E 2010年硕士研究生入学考试理论力学试卷及解答·····	353

第一篇 静 力 学

第 1 章 静力学基础

1.1 主要内容

静力学研究作用在物体上力系的平衡。具体研究以下三个问题：

1. 物体的受力分析。
2. 力系的等效替换。
3. 力系的平衡条件及其作用。

1.1.1 力与力的投影

力是物体间相互的机械作用，这种作用使物体运动状态发生变化或使物体产生变形。前者称为力的运动效应，后者称为力的变形效应。

力的作用效应由力的大小、方向和作用点决定，称为力的三要素。力是定位矢量。

作用在刚体上的力可沿作用线移动，是滑动矢量。

刚体是在力作用下不变形的物体，它是实际物体的抽象化模型。在静力学中把物体看成刚体，从而简化了平衡问题的研究。

若两力系对物体的作用效应相同，则两力系等效。

静力学基本公理是力学的最基本、最普遍的客观规律。它概括了力的基本性质，是建立静力学理论的基础。力的平行四边形法则给出了力系简化的一个基本方法，是力的合成法则，也是一个力分解成两个力的分解法则。二力平衡公理是最简单的力系平衡条件。加减平衡力系公理是研究力系等效变换的主要依据。作用与反作用定律概括了物体间相互作用的关系。刚化公理给出了变形体可看做刚体的条件。

力在轴上的投影定义为力与该投影轴单位矢量的标量积，是代数量。

力在直角坐标轴上的投影有一次（直接）投影法和二次（间接）投影法。

应用力的投影概念，将力的合成由几何运算转换为代数运算。

1.1.2 力矩与力偶

力对轴之矩是力使物体绕轴转动效果的度量，是代数量。可按定义或下述解析式计算。

$$\left. \begin{aligned} M_x(F) &= yF_z - zF_y \\ M_y(F) &= zF_x - xF_z \\ M_z(F) &= xF_y - yF_x \end{aligned} \right\}$$

式中， x 、 y 、 z 为力 F 作用点的坐标， F_x 、 F_y 、 F_z 为力矢在轴上的投影。

当力与轴相交或平行时，力对该轴之矩等于零。

力对点之矩是力使物体绕该点转动效果的度量，是定位矢量。用矢积式表示为

$$\begin{aligned} M_O(F) = r \times F &= \begin{vmatrix} i & j & k \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} \\ &= (yF_z - zF_y)i + (zF_x - xF_z)j + (xF_y - yF_x)k \end{aligned}$$

力对点之矩在通过该点某轴上的投影等于力对该轴之矩，有

$$\left. \begin{aligned} [M_O(F)]_x &= M_x(F) \\ [M_O(F)]_y &= M_y(F) \\ [M_O(F)]_z &= M_z(F) \end{aligned} \right\}$$

或

$$M_O(F) = M_x(F)i + M_y(F)j + M_z(F)k$$

合力矩定理

力系的合力对任一点之矩等于力系中各力对该点之矩的矢量和，即

$$M_O(F_R) = \sum M_O(F)$$

合力对任一轴（例如 z 轴）之矩等于力系中各力对该轴之矩的代数和，即

$$M_z(F_R) = \sum M_z(F) = \sum (xF_y - yF_x)$$

在平面问题中，力对点 O 之矩是代数量，即

$$M_O(F) = \pm Fh$$

力臂 h 是指矩心到力作用线的距离，取逆时针转向为正，反之为负。

平面汇交力系的合力对平面内任一点之矩等于各分力对该点之矩的代数和，即

$$M_O(F_R) = \sum M_O(F)$$

力偶与力偶矩

大小相等、方向相反、作用线平行的两个力 F 和 F' 组成力偶，力偶是一特殊力系。力偶无合力，也不能与一个力平衡。力偶对物体只产生转动效应。

力偶矩矢

力偶矩大小、力偶作用面在空间的方位及力偶的转向称为力偶三要素。

力偶矩矢是表示力偶三要素的自由矢量，它完全决定了力偶对物体的作用。

力偶三要素可由力偶矩矢表示。力偶矩矢是一个自由矢量。

力偶矩矢完全决定了力偶对刚体的作用效果。

若两力偶的力偶矩矢相等，则两力偶等效。

力偶对任意点之矩等于力偶矩，与矩心位置无关。

力偶的等效性表明，只要力偶矩不变，可任意改变力的大小和力偶臂的长短，力偶也可在作用面内任意移转。

平面力偶的力偶矩是代数量。取逆时针转向为正，反之为负。

1.1.3 约束与约束力

限制非自由体某些位移的周围物体称为约束。约束作用在被约束物体上的力称为约束力，物体所受的约束力必须根据约束性质进行分析，其方向与该约束所能限制的位移方向相反。工程中常见的几种简单的约束类型及其约束力特点如下：

- 光滑接触表面约束 约束力作用在接触点处，方向沿接触面公法线并指向受力物体。

- 柔索约束（如绳索、链条或胶带等构成的约束） 约束力沿柔索方向而背离物体。

- 铰链约束 约束力在垂直于销钉轴线的平面内，并通过销钉中心。约束力的方向不能预先确定，常以两个正交分量 F_x 和 F_y 表示。

- 滚动支座约束 约束力垂直于滚动平面，通过销钉中心。

- 球铰约束 约束力通过球心，但方向不能预先确定，常用 3 个正交分量 F_x 、 F_y 、 F_z 表示。

- 止推轴承约束 约束力有 3 个分量 F_x 、 F_y 、 F_z 。

1.1.4 物体的受力和受力图

将所研究的物体或物体系统从与其联系的物体中分离出来，分析它的受力状态，这一过程称为物体的受力分析。它包括两个步骤：

(1) 选择研究对象，取分离体

待分析的某个物体或物体系统称为研究对象。一旦明确了研究对象，需要解除它所受到的全部约束，将其从周围的约束中分离出来，并画出相应的简图，这一过程称为取分离体。

(2) 画受力图

在分离体图上，画出研究对象所受的所有力，并标明各力的符号及各位置符号，这一受力简图称为受力图。

1.2 基本要求

1. 正确理解力、力偶、力矩、力偶矩、简化、平衡等概念，全面掌握力及力

偶的性质。

2. 会根据所给条件, 选择恰当的方法计算力在坐标轴上的投影, 计算力对点之矩和力对轴之矩, 计算力偶矩。

3. 掌握典型约束的约束性质及各种约束所提供的约束力的特性、描述方法。

4. 对简单的物体系统, 能熟练地选择研究对象, 取分离体并画出受力图。

1.3 重点讨论

不同类型的约束, 其约束力未知分量的数目是不同的; 当刚体受空间力系作用时, 其约束力的未知分量数目最多为 6 个。确定各类约束的未知量数目的基本方法是: 观察物体在空间的 6 种可能的运动中, 判断哪几种运动被约束所阻碍, 如移动受到阻碍, 就产生约束力; 如转动受到阻碍, 就产生约束力偶。例如枢轴承约束, 它比颈轴承多了 1 个沿轴线方向的移动阻碍, 因此约束力有 3 个大小未知的分量 F_x 、 F_y 、 F_z 。又如空间插入端约束, 它能阻碍物体在空间的 6 种可能的运动, 因此有 3 个约束力和 3 个约束力偶。

受力分析是整个理论力学的基础, 为了能够正确地画出研究对象的受力图, 应注意以下几点:

1. 先逐一画出它所受的主动动力, 再逐一画出它所受的约束力。

2. 一定要按照上节所讲的约束类型去画各约束力的作用线和指向, 一般不要按照主动动力去判断约束力的真实作用线与指向。

3. 在物系问题中, 若需要画几个受力图, 各分离体之间的相关作用力必须满足作用与反作用定律的关系。

4. 一个受力图中所画之力均为其所受的外力, 因其内力总是成对出现, 故不要在该受力图中画出。

5. 如果分离体与二力杆相连, 一定要按二力杆的特点去画它对分离体的作用力。一般情况下, 二力杆的两端为铰链, 在去掉铰链约束之处, 此作用力宜画成沿此二力杆两铰链连线的方向。

6. 切忌在一个结构图中画多个受力图。

1.4 例题分析

例 1-1 已知作用在 A 点的力 F 的大小为 200N, 其方向如图 1-1 所示。试计算该力对 x 、 y 、 z 轴之矩。

解: 力 F 在坐标轴上的投影为

$$F_x = -F \cos 45^\circ \sin 60^\circ = -200 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ N} = -122.5 \text{ N}$$

$$F_y = F \cos 45^\circ \cos 60^\circ = 200 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} \text{ N} = 70.7 \text{ N}$$

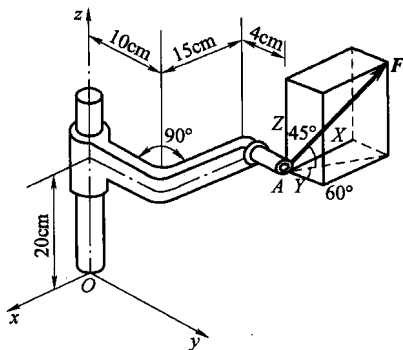


图 1-1

$$F_z = F \sin 45^\circ = 200 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ N} = 141.4 \text{ N}$$

力 F 作用点 A 的坐标为

$$x = -15 \text{ cm}$$

$$y = (10 + 4) \text{ cm} = 14 \text{ cm}$$

$$z = 20 \text{ cm}$$

得力 F 对坐标轴 x 、 y 、 z 之矩分别为

$$M_x(F) = yF_z - zF_y = (14 \times 141.4 - 20 \times 70.7) \text{ N} \cdot \text{cm} = 566 \text{ N} \cdot \text{cm}$$

$$M_y(F) = zF_x - xF_z = [20 \times (-122.5) + 15 \times 141.4] \text{ N} \cdot \text{cm} = -329 \text{ N} \cdot \text{cm}$$

$$M_z(F) = xF_y - yF_x = [(-15) \times 70.7 - 14 \times (-122.5)] \text{ N} \cdot \text{cm} = 655 \text{ N} \cdot \text{cm}$$

例 1-2 手柄 $ABCE$ 在平面 Axy 内, 在 D 处作用一个力 F , 如图 1-2 所示, 它在垂直于 y 轴的平面内, 偏离铅直线的角度为 α 。如 $CD = a$, 杆 BC 平行于 x 轴, 杆 CE 平行于 y 轴, AB 和 BC 的长度都等于 l 。试求力 F 对 x 、 y 和 z 轴之矩。

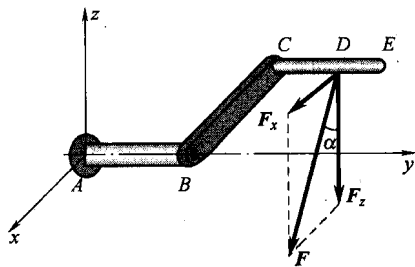


图 1-2

解: 将力 F 沿坐标轴分解为 F_x 和 F_z 两个分力, 其中 $F_x = F \sin \alpha$, $F_z = F \cos \alpha$ 。注意到力与轴平行或相交时对该轴之矩为零, 由合力矩定理, 有

$$\begin{aligned} M_x(F) &= M_x(F_z) = -F_z(AB + CD) \\ &= -F(l + a) \cos \alpha \end{aligned}$$

$$M_y(F) = M_y(F_z) = -F_z BC = -Fl \cos \alpha$$

$$M_z(F) = M_z(F_x) = -F_x(AB + CD)$$

$$= -F(l + a) \sin \alpha$$

下面再用力对轴之矩的解析式计算。力 F 在 x 、 y 、 z 轴上的投影为

$$F_x = F \sin \alpha, \quad F_y = 0, \quad F_z = -F \cos \alpha$$

力作用点 D 的坐标为 $x = -l$, $y = l + a$, $z = 0$, 得

$$M_x(F) = yF_z - zF_y = (l + a)(-F \cos \alpha) - 0 = -F(l + a) \cos \alpha$$

$$M_y(F) = zF_x - xF_z = 0 - (-l)(-F \cos \alpha) = -Fl \cos \alpha$$

$$M_z(F) = xF_y - yF_x = 0 - (l + a)(F \sin \alpha) = -F(l + a) \sin \alpha$$

两种计算方法结果相同。

无论是研究静力学问题还是研究动力学问题，一般都需要分析物体受到哪些力作用，即对物体进行受力分析。

例 1-3 用力 F 拉动碾子以压平路面，碾子受到了一石块的阻碍，如图 1-3a 所示。试画出碾子的受力图。

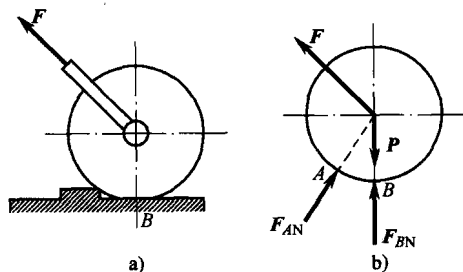


图 1-3

解：(1) 取碾子为研究对象，并单独画出其简图。

(2) 画主动力。有重力 P 和杆对碾子中心的拉力 F 。

(3) 画约束力。因碾子在 A 和 B 两处受到石块和地面的约束，如不计摩擦，则均为光滑表面接触，故在 A 处受石块的法向约束力 F_{AN} 的作用，在 B 处受地面的法向约束力 F_{BN} 的作用，它们都沿着碾子上接触点的公法线而指向圆心。

碾子的受力如图 1-3b 所示。

例 1-4 如图 1-4a 所示的三铰拱桥，由左、右两拱铰接而成。设各拱自重不计，在拱 AC 上作用有力 F 。试分别画出拱 AC 和 CB 的受力图。

解：(1) 先分析拱 BC 的受力。由于拱 BC 自重不计，且只在 B 、 C 两处受到铰链约束，因此拱 BC 为二力构件。在铰链中心 B 、 C 处分别受 F_{BN} 、 F_{CN} 两力的作用，且 $F_{BN} = -F_{CN}$ ，这两个力的方向如图 1-4b 所示。

(2) 取拱 AC 为研究对象。由于自重不计，因此主动力只有 F 。拱在铰链 C 处受有拱 BC 给它的约束力 F'_{CN} 的作用，根据作用与反作用定律， $F'_{CN} = -F_{CN}$ 。拱在 A 处受有固定铰支给它的约束力 F_{AN} 的作用，由于方向未定，可用两个大小未知的正交分力 F_{Ax} 和 F_{Ay} 代替。

拱 AC 的受力如图 1-4c 所示，或应用三力平衡汇交的概念画受力图如图 1-4d 所示。

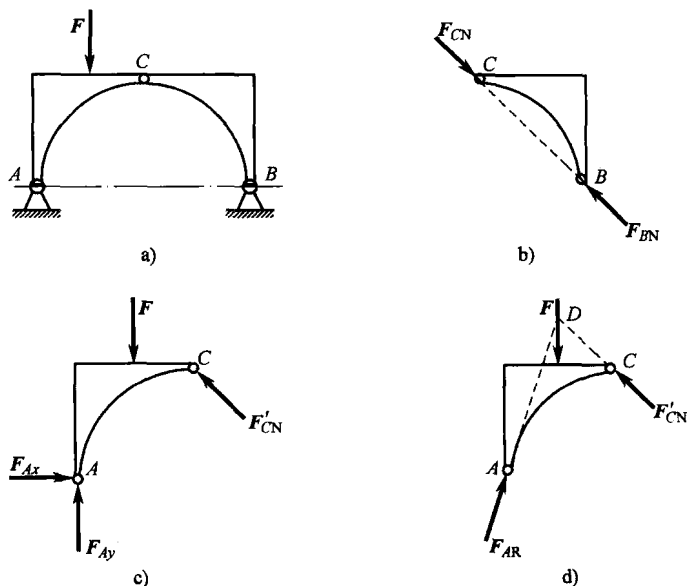


图 1-4

例 1-5 试画出图 1-5a 所示结构中 AB 构件的受力图。

解：主要构件是指起主要承载作用的构件，或是作用有已知载荷的构件。本题的构架由 AB 和 CD 两构件用铰链和铰支座连接而成，从计算构件受力的角度看，应该分析 AB 构件的受力。

(1) 取 AB 构件为研究对象，根据 B 、 D 处铰链约束的性质，可画出 AB 构件受力如图 1-5b 所示。但还可进一步分析。

(2) 如果注意到 CD 构件为二力构件，作用力 F_{CD} 和 F'_{DC} 应沿 CD 连线。通过作用力与反作用力的关系，可知 F_{Dx} 和 F_{Dy} 可合成 F_{DC} (它是 F'_{DC} 的反作用力)，于是可画出如图 1-5c 所示的受力图。

(3) 再对 AB 构件受力作进一步分析： B 铰的约束力 F_{Bx} 和 F_{By} 可合成为一个力，因而 AB 是受 3 个不平行力作用而平衡的构件，3 个力作用线的汇交点可由 F_{DC} 与 F 确定。 AB 构件的受力如图 1-5d 所示。

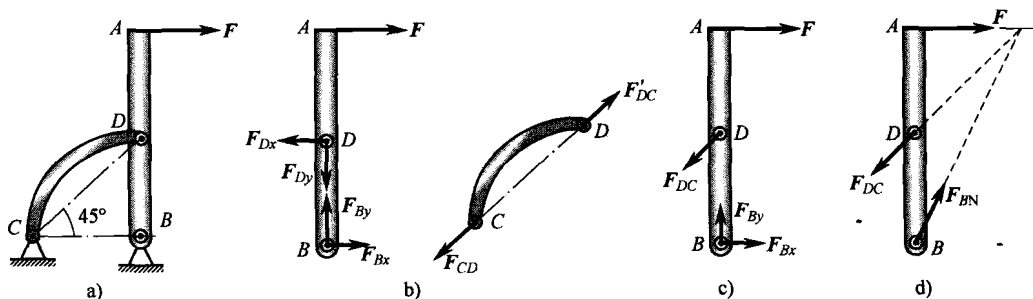
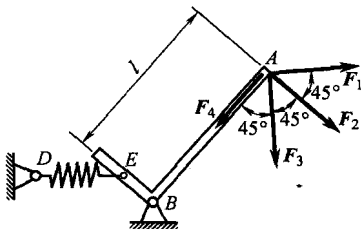


图 1-5

1.5 习题解答

1-1 题 1-1 图中设 $AB=l$, 在 A 点受四个大小均等于 F 的力 F_1 、 F_2 、 F_3 和 F_4 作用。试分别计算每个力对 B 点之矩。



题 1-1 图

解:

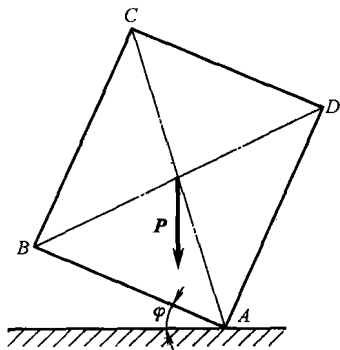
$$M_B(F_1) = -l \sin 45^\circ F_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} l F$$

$$M_B(F_2) = -l F_2 = -l F$$

$$M_B(F_3) = -l \sin 45^\circ F_3 = -\frac{\sqrt{2}}{2} l F$$

$$M_B(F_4) = 0$$

1-2 如题 1-2 图所示正平行六面体 $ABCD$, 重为 $P=100\text{N}$, 边长 $AB=60\text{cm}$, $AD=80\text{cm}$ 。今将其斜放, 使它的底面与水平面成 $\varphi=30^\circ$ 角, 试求其重力对棱 A 的力矩。又问当 φ 等于多大时, 该力矩等于零。



题 1-2 图

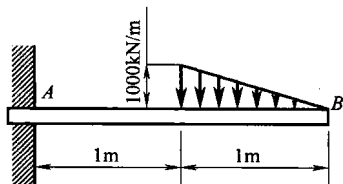
解:

$$M_B(P) = P \times 50 \sin(36.87^\circ - \varphi)$$

$$\text{当 } \varphi = 30^\circ \text{ 时, } M_A(P) = 6\text{N} \cdot \text{m}$$

$$\text{当 } \varphi = 36^\circ 54' \text{ 时, } M_A(P) = 0$$

1-3 作用在悬臂梁上的载荷如题 1-3 图所示, 试求该载荷对点 A 的力矩。

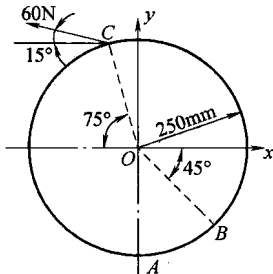


题 1-3 图

解: 图示载荷的合力为 $F = 500 \text{ kN}$, 作用点位置距离 A 点为 $\frac{4}{3} \text{ m}$, 所以

$$M_A = -500 \times \frac{4}{3} \text{ kN} \cdot \text{m} = -66700 \text{ N} \cdot \text{m}$$

1-4 60N 的力作用在圆盘边缘的点 C 上, 试用两种方法求此力对 O、A 和 B 三点的矩。尺寸如题 1-4 图所示。



题 1-4 图

解: 选择圆盘边缘点 C 的切线方向为 τ 轴方向; 选择直角坐标系 Oxy 如题 1-4 图所示。

$$F_T = 60 \text{ N}, \quad F_T^\tau = F_T \sin 60^\circ$$

$$F_{Tx} = F_T \cos 15^\circ, \quad F_{Ty} = F_T \sin 15^\circ$$

$$M_O(F_T) = F_T^\tau \times 250 \text{ mm} = 13 \text{ N} \cdot \text{m};$$

$$M_A(F_T) = F_T^\tau \times 250 \text{ mm} + F_{Tx} \times 250 \text{ mm} = 27.5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_B = 20.49 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_B(F_T) = F_T^\tau \times 250 \text{ mm} + F_{Tx} \times 250 \sin 45^\circ$$

$$- F_{Ty} \times 250 \text{ mm} \cos 45^\circ = 20.49 \text{ N} \cdot \text{m}$$

1-5 题 1-5 图所示为一力 F 作用在手柄的 A 点上, 该力的大小和指向未知, 其作用线与 Oxz 平面平行。已知 $M_x(F) = -3600 \text{ N} \cdot \text{cm}$, $M_z(F) = 2020 \text{ N} \cdot \text{cm}$ 。求该力对 y 轴之矩。

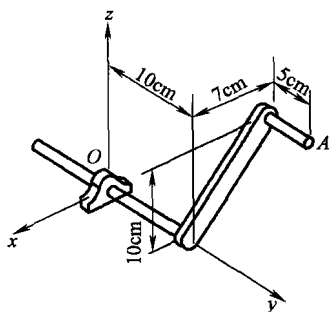
解:

$$M_x(F) = -F_y \times 10 \text{ cm} + F_z \times 15 \text{ cm} = -3600 \text{ N} \cdot \text{cm}$$

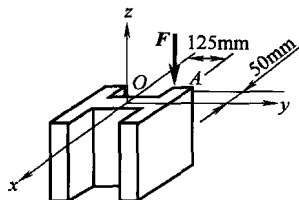
$$M_z(F) = F_y \times 7 \text{ cm} - F_x \times 15 \text{ cm} = 2020 \text{ N} \cdot \text{cm}$$

由 $F_y = 0$, 得 $F_x = -135 \text{ N}$, $F_z = -240 \text{ N}$

则 $M_y(F) = F_x \times 7 \text{ cm} + F_z \times 10 \text{ cm} = -3030 \text{ N} \cdot \text{cm}$



题 1-5 图



题 1-6 图

1-6 题 1-6 图所示柱截面，在 A 点受力 F 作用。已知 $F = 100 \text{ kN}$ ，坐标如图所示。求该力对三个坐标轴之矩。

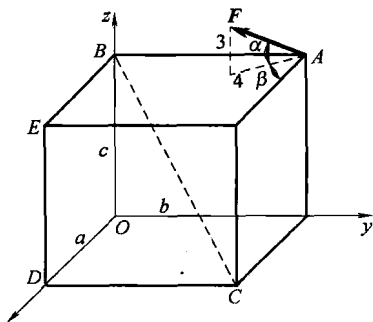
解：

$$M_x(F) = -0.125 \text{ m} \times F = -12.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_y(F) = -0.05 \text{ m} \times F = -5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_z(F) = 0$$

1-7 长方体三边长 $a = 16 \text{ cm}$ ， $b = 15 \text{ cm}$ ， $c = 12 \text{ cm}$ ，如题 1-7 图所示。已知力 F 大小为 100 N ，方位角 $\alpha = \arctan \frac{3}{4}$ ， $\beta = \arctan \frac{4}{3}$ ，试写出力 F 的矢量表达式。



题 1-7 图

解：利用二次投影法先将力投影到 z 轴和 xy 面上，得

$$F_z = F \sin \alpha = 100 \times \frac{3}{5} \text{ N} = 60 \text{ N}$$

$$F_{xy} = F \cos \alpha = 100 \times \frac{4}{5} \text{ N} = 80 \text{ N}$$

再将 F_{xy} 投影到 x 轴和 y 轴得：

$$F_x = F_{xy} \cos \beta = 80 \times \frac{3}{5} \text{ N} = 48 \text{ N}$$

$$F_y = -F_{xy} \sin \beta = -80 \times \frac{4}{5} \text{ N} = -64 \text{ N}$$

得到力 F 的矢量表达式为