



21世纪高等教育规划教材

理论力学 简明教程

(中、少学时)

◎ 孟庆东 钟云晴 主编

LILUN LIXUE JIANMING JIAOCHENG



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

21 世纪高等教育规划教材

理论力学简明教程

(中、少学时)

主 编	孟庆东	钟云晴			
副主编	韩淑洁	刘 会			
参 编	高晓芳	夏培伟	闫 芳	高存平	
主 审	王长连				

机 械 工 业 出 版 社

本书是根据国家教育部审订的《理论力学教学基本要求》教学要求,总结长期教学实践经验,结合当前教学实际而编写的。

本书内容共14章,包括:静力学(静力学的基本概念和物体的受力分析、平面基本力系、平面任意力系、摩擦、空间力系)、运动学(点的运动学、刚体的基本运动、点的合成运动、刚体的平面运动)、动力学(质点及刚体的运动微分方程、达朗贝尔原理、动能定理、动量定理和动量矩定理、机械振动基础)三部分。书后附有几种常见刚体的重心(或形心)、均质物体的转动惯量和回转半径。

本书注重工程实际应用,在各章中精选了大量的易于学生理解的工程和生活实例,在各章后均有思考题和习题,以方便学生学习总结。

与本书配套的、亦由机械工业出版社出版的《理论力学辅导与习题解》,也可供使用本教材的学生复习、解题及教师备课时使用。

另外,为方便教与学,还制作了配套使用的电子课件,其内容包括电子教案、动画演示、实例分析、问题讨论等。

本书可作为机械类、近机类专业本、专科学生学习“理论力学”课程(中、少学时)的教学用书,还可供考研学生入学考试以及有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学简明教程(中、少学时)/孟庆东,钟云晴主编. —北京:机械工业出版社,2012.1

21世纪高等教育规划教材

ISBN 978-7-111-36503-7

I. ①理… II. ①孟… III. ①理论力学—高等学校—教材
IV. ①031

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第242841号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:张金奎 责任编辑:张金奎 版式设计:霍永明

责任校对:张媛 封面设计:张静 责任印制:乔宇

三河市国英印务有限公司印刷

2012年1月第1版第1次印刷

184mm×260mm·12.5印张·307千字

标准书号:ISBN 978-7-111-36503-7

定价:24.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010) 88361066

门户网:<http://www.cmpbook.com>

销售一部:(010) 68326294

教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售二部:(010) 88379649

读者购书热线:(010) 88379203 封面无防伪标均为盗版

前 言

“理论力学”是高等理工科院校普遍开设的一门技术基础课，是后续力学课程和相关专业课程的基础。在我国高等教育的改革与发展中，学校的层次和类型不断增加，不同学校和专业对理论力学课程提出了不同的要求，课程的学时一般有所减少；同时，随着高等教育的普及化，学生的基础知识情况也发生了一些变化。为满足这些变化所产生的对教材的新的需求，特编写了可作为高校的机械、土建、水利、动力等专业学生的中、少学时（60 学时左右）的《理论力学简明教程》。略去带星号“*”标记的章节后，也可用作其他专业少学时“理论力学”课程的教材。本书亦可作成成人高校、高职高专的理论力学教材及有关工程技术人员参考书。

在本书的编写过程中，紧密结合了当前力学教学改革的需要，既注意学习、吸收有关院校力学课程改革的成果，又尽量反映著作者长期教学积累的经验与体会，严格把握读者定位，力求概念清晰，论证严谨，叙述简要。在阐明基本概念和基本理论的基础上，为突出工程实际，书中列举了较多实例。

学生学习“理论力学”中普遍感到的困难是在于如何独立地解题，针对这一问题，在各章节中选用了较多的有代表性的例题，例题编排由易到难，并适度增加了综合性练习。在习题中体现基本理论和方法的应用。本书各章后均有思考题及习题，便于学生对知识的回顾与总结。

总之，归纳起来讲，本书具有下列特色：

1. 定位明确。本教材的基本使用对象为高校中上述专业的本、专科学生。而对于不同专业的需要，以及学有余力的学生和部分学生的考研需要，也编写标有“*”或“**”的加深、加宽内容，备选学。

2. 篇幅紧凑，内容精练。教材内容以课程基本要求为主，在理论体系上不过分追求严谨，基本概念、原理的阐述简明准确，力求通俗易懂。例如简化公式推导，贯彻“以应用为目的”的原则等。

3. 针对本课程是在大学低年级开设的一门技术基础课，学生尚缺乏工程实际知识的特点，在书中提供了众多日常生活和工程实例的立体图例及其相关图片，以激发学习兴趣，提高想象力。

4. 在例题和习题选材中，也尽量选自生活中和工程实际中常见到的、易理解的题目，有利于学生解题能力的培养。例题的分析和解题过程叙述详尽，思路清晰，对每类问题一般都做了归纳性的解题方法小结。

5. 除重视基本理论分析外，特别注重理论的应用，如题型的归纳和分析、难点的剖析等。

6. 为方便教与学，还编写出版了与本书配套的《理论力学辅导与习题解》，以方便于自学、函授及远程教育学员学习，也可供教师备课，尤其在扩展教学内容时参考。

7. 针对高校对学生掌握外语的要求日益提高，本书对遇到的常用力学专业的名词术语

标注了英语，这样不仅可以帮助学生更准确地理解名词术语含义，同时也使他们得到专业英语的实践锻炼，利于他们今后阅读相关英文资料。

特别值得一提的是，本书对平面静定桁架内力的传统求解方法作了修改，摒弃了“截面法”，取而代之的是“局部法”。这样处理避免了由于直接引自“结构力学”而导致前后知识衔接的不对称，更适合学生的现有程度。因此，这是本教材有别于传统的《理论力学》的又一特色。

另外，为方便教学，本书还配套了电子课件，供选用本教材的教师免费下载（www.cmpedu.com），内容包括了电子教案、动画演示、实例分析和问题讨论等。

本书由孟庆东、钟云晴主编并统稿；韩淑洁、刘会为副主编。参加编写的还有高晓芳、夏培伟、闫芳、高存平。

本书承蒙王长连教授主审，并提出一些宝贵意见。在编写中，我们曾借鉴、引用了许多国内外兄弟院校的有关教材、参考书中的资料、图表或题例；参阅了许多专著和文献。本书的出版还得到了机械工业出版社和有关院校的大力支持与协助。对上述单位和个人谨此一并表示衷心感谢。

限于作者的水平，书中难免存在疏漏、缺点和不妥之处，敬请广大读者批评指正。

编 者

目 录

前言	
绪论	1
第一篇 静力学	3
引言	3
第一章 静力学的基本概念和物体的受力分析	3
第一节 静力学基本概念	3
第二节 力的四个公理及刚化原理	5
第三节 约束和约束力	8
第四节 物体的受力分析与受力图	12
思考题	15
习题	16
第二章 平面基本力系	18
第一节 平面汇交力系	18
第二节 平面力对点之矩	25
第三节 平面力偶系	28
思考题	31
习题	31
第三章 平面任意力系	35
第一节 力的平移定理	35
第二节 平面任意力系的简化与平衡	36
第三节 平面平行力系的平衡方程	42
第四节 静定与超静定的概念 物体系统的平衡问题	43
* 第五节 平面静定桁架的内力计算	46
思考题	50
习题	50
第四章 摩擦	54
第一节 滑动摩擦	54
第二节 考虑滑动摩擦的平衡问题	57
* 第三节 滚动摩擦简介	59
思考题	61
习题	61
第五章 空间力系	64
第一节 力在空间直角坐标轴上的投影及其计算	64
第二节 力对轴之矩 合力矩定理	65
第三节 空间任意力系的平衡方程	67
第四节 空间平衡力系的平面解法	69
第五节 重心和形心	71
思考题	75
习题	75
第二篇 运动学	78
引言	78
第六章 点的运动学	79
第一节 描述点运动的矢径法	79
第二节 描述点运动的直角坐标法	80
第三节 描述点运动的自然法	83
思考题	87
习题	88
第七章 刚体的基本运动	91
第一节 刚体的平行移动	91
第二节 刚体绕定轴转动	92
第三节 定轴转动刚体上点的速度和加速度	93
第四节 刚体基本运动问题的举例	95
思考题	97
习题	98
第八章 点的合成运动	100
第一节 点的合成运动的概念	100
第二节 点的速度合成定理	101
* 第三节 点的加速度合成定理	104
思考题	106
习题	106
第九章 刚体的平面运动	109
第一节 刚体平面运动的运动特征与运动分解	109
第二节 平面图形上点的速度分析	110
* 第三节 用基点法求平面图形内各点的加速度	114
思考题	115
习题	115
第三篇 动力学	118

引言	118	第十三章 动量定理和动量矩定理	160
第十章 质点及刚体的运动微分方程	119	第一节 动量定理	160
第一节 动力学基本定律	119	第二节 质心运动定理和质心运动守恒定律	163
第二节 质点运动微分方程及其应用	120	第三节 动量矩定理	167
第三节 刚体定轴转动的微分方程及转动惯量	125	第四节 刚体的平面运动微分方程	170
思考题	130	第五节 动力学普遍定理的综合应用	171
习题	130	思考题	173
第十一章 达朗贝尔原理(动静法)	134	习题	174
第一节 惯性力与质点的达朗贝尔原理	134	*第十四章 机械振动基础	177
*第二节 刚体惯性力系的简化	137	第一节 单自由度系统的自由振动	177
第三节 用动静法解质点系统动力学问题的应用举例	139	第二节 单自由度有阻尼的自由振动	180
第四节 定轴转动刚体轴承的附加动约束力	141	*第三节 单自由度系统的强迫振动	182
思考题	142	第四节 隔振	185
习题	142	思考题	187
第十二章 动能定理	146	习题	188
第一节 力的功	146	附录	190
第二节 功率与机械效率	149	附录 A 几种常见刚体的重心(或形心)	190
第三节 动能	150	附录 B 均质物体的转动惯量和回转半径	191
第四节 动能定理	153	附录 C 关于习题参考答案的说明	192
思考题	156	参考文献	193
习题	157		

绪 论

一、理论力学的研究内容和任务

理论力学是研究物体机械运动一般规律的一门学科。

运动是物质的固有属性。大至宇宙，小至基本粒子，无不处在不断运动变化之中，没有不运动的物质，也不能离开物质谈运动。物质的运动有多种形式，从简单的位置变动到复杂的思维活动，呈现出多种多样的运动形态，如天体的运动，飞机、车辆、机器等的运动，发热发光等物理现象，化合与分解等化学变化，生命的生长过程以及社会现象等，这一切都是物质运动的不同表现形式。对各种物质和各种运动形式以及它们之间的相互转化规律的研究，形成了许多科学的分支。机械运动是指物体在空间的位置随时间的变化过程。机器上零件的旋转或移动，飞机、舰艇、车辆的运动，地球围绕太阳的公转和本身的自转，地震时地壳的振动，空气相对飞机等的运动，地层中石油的流动等都是机械运动的现象。对各种不同形态的机械运动的研究产生了不同的力学分支。理论力学是研究机械运动的最普遍和最基本规律的学科。因此，理论力学既是各门力学学科的基础，又是各门与机械运动密切联系的工程技术学科的基础。

理论力学原是物理学的一个独立的分支，但它的内容远远超过了物理学中力学的内容。理论力学不仅要建立与力学有关的各种基本概念与理论，而且要求能运用理论知识去解决某些工程实际问题。理论力学所研究的力学规律仅限于经典力学范畴，一般认为，经典力学是以牛顿定律为基础建立起来的力学理论。它仅适用于运动速度远小于光速的宏观物体的运动。绝大多数工程实际问题都属于这个范围。至于速度接近于光速的宏观物体和微观粒子的运动，则是相对论和量子力学研究的范畴。

理论力学内容由三部分组成：静力学、运动学和动力学。各部分研究内容如下：

静力学：研究力系的简化以及物体在力系作用下的平衡规律，即物体平衡时作用力所应满足的条件。

运动学：从几何观点研究物体的运动（如轨迹、速度、加速度），而不研究引起物体运动的物理原因。

动力学：研究物体的运动变化与作用于物体的力之间的关系。

其中的静力学可视为动力学的一种特殊情况，但由于工程技术发展的需要，静力学积累了丰富的内容而成为一个相对独立的组成部分。

二、学习理论力学的目的

理论力学研究的是力学中最普遍和最基本的规律，同时又是与工程实际有着密切关系的一门技术基础课。有些工程实际问题，可以直接应用理论力学的概念、理论和结论去解决；有些比较复杂的工程实际问题，则需要理论力学和其他专门知识共同解决。因此，学习理论力学将为解决工程实际问题打下一定的理论基础。

学习理论力学的另一个重要的目的，就是为一些后续课程的学习打下基础，如材料力学、机械原理、机械零件、结构力学、弹塑性力学、流体力学、飞行力学、振动理论、断裂

力学等许多技术基础课程和专业课题，都要用到理论力学的知识。此外，随着科学技术的迅速发展，理论力学除了向纵深发展形成许多力学学科以外，还越来越多地横向渗入到其他学科而形成新的边缘学科，如地质力学、生物力学、化学流体力学、物理力学、爆炸力学等。因此，学习理论力学将为其他课程的学习和探索新的科学领域奠定基础。

三、理论力学的研究方法

通过实践发现、证实和发展真理是任何一门科学研究和发展所遵循的客观规律。

理论力学的形成和发展同样遵循着“实践—理论—实践”的辩证认识论的过程。观察和实验是理论力学发展的基础。通过观察和实验，经过分析、归纳和综合，人们可从复杂的自然现象中，突出影响事物发展的主要因素，并且能够定量地测定各个因素之间的关系，概括形成理论，并且又经过反复实践，得到证实和发展，总结出力学的最基本的规律。

抽象化方法是形成和建立力学概念和理论的重要方法，也是理论力学研究中普遍采用的方法。任何实际的自然现象和问题都与周围事物有很复杂的联系，人们在研究复杂的客观事物时，必将观察到各种复杂的相关因素，抓住事物本质性的因素，撇开一些次要的因素，抽象为对自然界和工程技术中复杂的实际研究对象合理简化的力学模型。例如，在研究物体受力时，可以忽略物体自身的变形，认为是不变形的物体（这样的物体称为“刚体”）。由于有了这样的性质，理论力学中在对物体进行受力分析时，问题得到简化。

四、理论力学的学习环节

理论力学是理论严谨、概念抽象、系统性较强的一门技术基础课。因此准确理解和掌握基本概念，熟悉基本定理和公式，并能正确、灵活应用是学好理论力学的关键。理论力学又是应用性较强的技术基础课，为了加深对概念和理论的理解，必须独立完成足够数量的习题，这是达到本门课程要求的重要环节。解题时必须运用所学的概念和理论，有理有据地按步骤进行，力求做到融会贯通、深化认识，达到应有的学习效果。

第一篇 静 力 学

引 言

静力学(statics)研究物体机械运动的特殊情况,即物体的平衡问题。所谓物体的平衡是指物体相对地球保持静止或匀速直线运动状态。如桥梁、高层建筑物、作匀速直线飞行的飞机等等都处于平衡状态。平衡是物体机械运动的一种特殊形式。

研究物体的平衡就是要研究物体在外力作用下平衡应满足的条件,以及如何应用这些条件解决工程实际问题。为此往往需要将作用于物体上较复杂的力系简化。所以,静力学主要是解决如下三方面问题:

(1) 物体的受力分析 即分析物体共受多少力,哪些是已知力,哪些是未知力,以及每个力的大小、方向和作用线位置,以便对所研究的力系有系统和全面的了解。

(2) 力系的简化 即用一个简单的力系来等效替换一个复杂的力系,从而抓住不同力系的共同本质,明确力系对物体作用的总效果。

(3) 建立力系的平衡条件 即研究物体平衡时,作用在物体上的各种力系所必须满足的条件。

在工程实际中存在着大量的静力学问题,例如,在对各种工程结构的构件(如梁、桥墩、屋架等)设计时,须用静力学理论进行受力和计算;在机械工程设计时,也要应用静力学知识分析机械零部件的受力情况作为强度计算的依据。对于运转速度缓慢或速度变化不大的构件的受力分析通常都可简化为平衡问题来处理。

另外,静力学中力系的简化理论和物体受力分析方法可直接应用于动力学和其他学科,而且动力学问题还可从形式上变换成平衡问题,应用静力学理论求解。

因此,静力学是工程力学的基础部分,不仅在力学理论上占有重要的地位,而且在工程中也有着极其广泛的应用。

第一章 静力学的基本概念和物体的受力分析

本章首先阐述作为静力学理论基础的几个基本概念和公理,然后介绍工程中常见的约束和约束力的分析及物体的受力图。本章是理论力学,乃至一切固体力学、工程设计计算的基础,是本课程中最重要的章节之一。

第一节 静力学基本概念

一、力的概念

1. 力的概念

力的概念是人们在生产实践中逐渐形成的。当人们用手推、举、掷物体时,手臂肌肉发生紧张和收缩。由对肌肉紧张收缩的感觉,逐渐产生了对力的感性认识。随着生产的发展,又逐渐认识到:物体运动状态的改变和物体的变形都是由于其他物体对该物体施加力的结果。这样,由感性到理性逐步建立了力的概念。

力是物体间的相互机械作用。这种作用,一般有两种情况。一种是通过物体间的直接接触产生的,例如机车牵引车厢的拉力、物体之间的压力、摩擦力和粘结力等。另一种是通过“场”对物体的作用,例如地球引力场对物体吸引产生的重力,电场对电荷产生的引力或斥力等。

2. 力的三要素

实践表明,力对物体的作用效果应取决于三个要素:即力的大小、力的方向和力的作用点,因而,力是矢量(vector)。可以用一个矢量来表示力的三个要素,如图 1-1 所示。这个矢量的长度(AB)按一定的比例尺表示力的大小;矢量的方向表示力的方位和指向;矢量的始端(点 A)或末端(点 B)表示力的作用点;沿着矢量 $\overrightarrow{AB}$ 的直线(图 1-1 中的虚线)称为力的作用线。我们常用粗体字 $\mathbf{F}$ 表示力矢量,而用普通字体 F 表示力的大小。

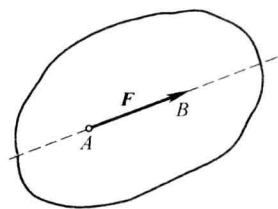


图 1-1

3. 力对物体的作用效应

力对物体的作用效果称为力的效应。力的效应可分为两类:一类是使物体运动状态发生变化,称为力的运动效应或外效应(external effect);另一类是使物体形状或尺寸大小发生变化,称为力的变形效应或内效应(internal effect)。理论力学中把物体都假设为不变形的物体,因而只研究力的运动效应即力的外效应。

在国际单位制中,以“N”作为力的单位符号,称作牛[顿]。有时也以“kN”作为力的单位符号,称作千牛[顿]。

4. 集中力和载荷集度

作用于物体上某一点处的力称为集中力(concentrated force),如图 1-1 所示的 $\mathbf{F}$ 力。

物体之间相互接触时,其接触处多数情况下并不是一个点,而是一个面。因此,无论是施力物体还是受力物体,其接触处所受的力都是作用在接触面上的,这种分布在一定面积上的力称为分布力。例如,水对容器内壁的压力就是分布力。分布力的大小用载荷集度(load density)表示,单位为 N/m^2 或 kN/m^2 。而分布在长度、狭长面积或体积上的力可视为线分布力(linear distributed force),其集度单位为 N/m 或 kN/m 。图 1-2 表示在梁 AB 上沿长度方向作用着铅垂向下的均匀线分布力,其集度为 $q = 2 \text{ kN/m}$ 。

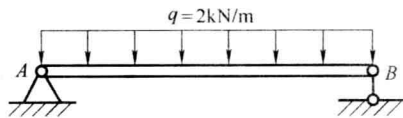


图 1-2

5. 力系、平衡力系、等效力系、合力的概念

作用于一个物体上的若干个力称为力系(force system)。如果作用于物体上的力系使物体处于平衡状态,则称该力系为平衡力系(equilibrium force system)。如果作用于物体上的力系可以用另一个力系代替,而不改变原力系对物体所产生的效应,则这两个力系互称为等效力系。如果一个力与一个力系等效,则称这个力为该力系的合力(the resultant of forces in sys-

tem), 而该力系中的每一个力称为合力的分力(a component of resultant force)。

二、刚体的概念

前面讲过, 力对物体的效应, 除了使物体的运动状态发生改变外, 还使物体发生变形。在正常情况下, 工程上的机械零件和结构构件在力的作用下发生的变形是很微小的, 通常只有用专门的仪器才能测量出来。这种微小的变形在研究力对物体的外效应时影响极小, 因此可以略去不计, 这时就可以把物体看做是不变形的。在受力情况下保持形状和大小不变的物体称为刚体(rigid body)。刚体是对物体进行抽象后得到的一种理想模型, 它可使理论推导和计算大大简化。

在静力学中不研究物体的内效应, 只研究力的外效应, 因而可将物体视为刚体。然而, 当变形这一因素在所研究的问题中是处于主要地位时, 即使变形量很小, 也不能把物体看做是刚体。例如, 在研究飞机的平衡问题或飞行规律时, 我们可以把飞机视为刚体; 但在研究机翼的震颤问题时, 尽管机翼的变形非常小, 但都必须把它看做可以变形的物体。又如, 建筑工地上常见的塔式吊车(图 1-3a), 为使其具有足够的承载能力, 对零部件及整体进行结构设计以确定其几何形状和尺寸时, 就必须考虑其变形, 不能把它们看做刚体。但是, 为确保塔式吊车在各种工作状态下都不发生倾覆, 计算所需的配重时, 整个塔式吊车又可以视为刚体(图 1-3b)。

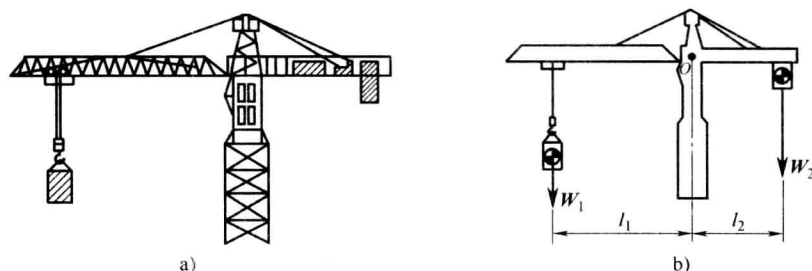


图 1-3

第二节 力的四个公理及刚化原理

一、力的四个公理

实践证明, 力具有下述四个公理:

性质 1: 二力平衡公理(two force balance principle)

作用在刚体上的两个力, 使刚体处于平衡的必要和充分条件是: 这两个力的大小相等, 方向相反, 且作用在同一直线上。如图 1-4 所示, 即

$$\mathbf{F}_1 = -\mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

二力平衡公理总结了作用在刚体上最简单的力系平衡时所必须满足的条件。它对刚体来说既必要又充分; 但对非刚体, 却是不充分的。如绳索受两个等值、反向的拉力作用可以平衡, 而受两个等值、反向的压力作用就不平衡。

工程上将只受两个力作用而处于平衡的物体称为二力体(two force body)。二力杆在工程中是很常见的, 如图 1-5a 所

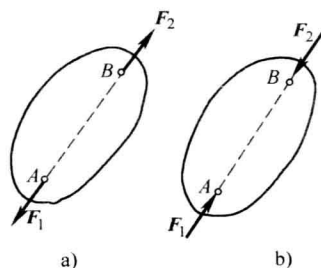


图 1-4

示结构中的 BC 杆, 不计其自重时, 就可视为二力杆(二力构件)或链杆。其受力如图 1-5b 所示。

性质 2: 力的平行四边形公理(parallelogram rule of force)

作用在物体上同一点的两个力 F_1 和 F_2 可以合成为一个合力 F_R 。合力的作用点也在该点, 合力的大小和方向, 由这两个力的力矢为边所构成的平行四边形的对角线矢量 F_R 确定。如图 1-6 所示, 如果将原来的两个力 F_1 和 F_2 称为分力, 此法则可简述为合力 F_R 等于两分力的矢量和, 即

$$F_R = F_1 + F_2 \quad (1-2)$$

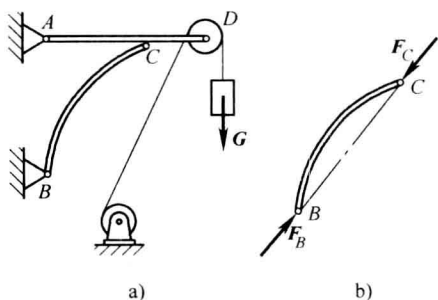


图 1-5

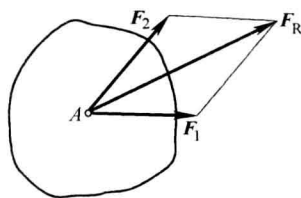


图 1-6

这个公理总结了最简单的力系的简化规律, 它是其他复杂力系简化的基础。

性质 3: 加、减平衡力系公理 (principle of add or reduce equilibrium force system)

在已知力系上加上或减去任意的平衡力系, 并不改变原力系对刚体的作用。

这个性质的正确性也是很明显的, 因为平衡力系对于刚体的平衡或运动状态没有影响。这个性质是力系简化的理论根据之一。

根据性质 3 可以导出如下两个推论:

推论 1: 力在刚体上的可传性 (transmissibility of force acting on rigid body)

作用在刚体上的某点的力, 可以沿其作用线移到刚体内任意一点, 而不改变该力对刚体的作用。该性质称为力在刚体上的可传性。

我们有这样的体会: 在水平道路上用水平力 F 作用于 A 点推车或用 F 力作用于 B 点拉车(图 1-7)可以产生同样效果。

由此可见, 对刚体来说, 力的作用点已不是决定力的作用效果的要素, 它可用力的作用线所代替, 即力的三要素是: 力的大小、方向和作用线。作用于刚体上的力可以沿其作用线移动, 这种矢量称为滑移矢量(slip vector)。

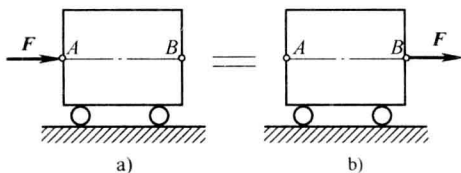


图 1-7

必须注意, 加、减平衡力系原理和力的可传性只适用于刚体; 不适用于变形体。

推论 2: 三力平衡汇交定理 (Three Equilibrium Theorem)

作用于刚体上三个相互平衡的力, 若其中两个力的作用线汇交于一点, 则此三力必在同一平面内, 且第三个力的作用线通过汇交点。

证明: 如图 1-8 所示, 在刚体的 A 、 B 、 C 三点上, 作用三个相互平衡的力 F_1 、 F_2 、 F_3 。

根据力的可传性, 将力 F_1 和 F_2 移到汇交点 O , 然后根据力的平行四边形规则, 得合力 F_{12} 。现刚体上只有力 F_{12} 和 F_3 作用。由于 F_{12} 和 F_3 两个力平衡必须共线, 所以 F_3 必定与力 F_1 和 F_2 共面, 且通过力的交点 O 。于是定理得到证明。

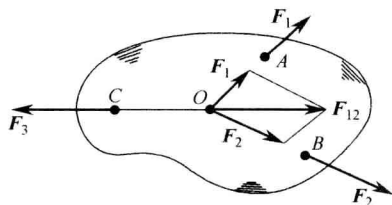


图 1-8

性质 4: 作用力和反作用力公理

若将两物体间相互作用之一称为作用力 (action force), 则另一个就称为反作用力 (reaction force)。两物体间的作用力与反作用力必定等值、反向、共线, 分别同时作用于两个相互作用的物体上。

本公理阐明了力是物体间的相互作用, 其中作用与反作用的称呼是相对的, 力总是以作用与反作用的形式存在的, 且以作用与反作用的方式进行传递。

这里应该注意两力平衡公理和作用与反作用公理之间的区别, 前者叙述了作用在同一物体上两个力的平衡条件, 后者却是描述两物体间相互作用的关系。读者试分析图 1-9 所示各力之间是什么关系。

有时我们考察的对象是一群物体的组合称为物体系统 (简称物系), 物系外的物体与物系间的作用力称为系统外力, 而物系内部物体间的相互作用力称为系统内力。系统内力总是成对出现且呈等值、反向、共线的特点, 所以就物系而言, 系统内力的合力总是为零。因此, 系统内力不会改变物系的运动状态。但内力与外力的划分又与所取物系的范围有关, 随着所取对象范围的不同, 内力与外力是可以互相转化的。

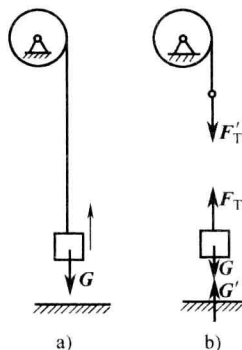


图 1-9

二、刚化原理 (principle of rigidization)

当变形体在已知力系作用下处于平衡时, 如将此变形体变为刚体 (刚化), 则平衡状态保持不变。

这个原理提供了把变形体看做刚体模型的条件。处于平衡状态的变形体, 我们总可以把它视为刚体来研究, 这就建立了刚体力学与变形体力学之间的联系。

必须指出, 刚体的平衡条件对于变形体来说, 只是必要条件, 而非充分条件。如图 1-10 所示, 绳索在等值、反向、共线的两个拉力作用下处于平衡, 如果将绳索刚化成刚体, 其平衡状态保持不变。若绳索在两个等值、反向、共线的压力作用下并不能平衡, 这时绳索就不能被刚化为刚体。而刚体在上述两种力系的作用下都是平衡的。



图 1-10

由此可见, 对于变形体的平衡来说, 除了要满足刚体静力学的平衡条件外, 还应该满足与变形体的物理性质有关的某些附加条件。

静力学的全部理论都可以由上述公理推证而得到, 如前述的推论 I 和推论 II。

第三节 约束和约束力

在分析物体的受力情况时, 将力分为主动力和约束力。

工程上把能使物体产生某种形式的运动或运动趋势的力称为主动力 (active force) (又称为载荷)。主动力通常是已知的, 常见的主动力有重力、磁力、流体压力、弹簧的弹力和某些作用于物体上的已知力。

物体在主动力的作用下, 其运动大多受到某些限制。对物体运动起限制作用的其他物体, 称为约束物, 简称为约束 (constraint)。被限制的物体称为被约束物。如吊式电灯被电线限制使电灯不能掉下来, 电线就是约束(物), 电灯是被约束物。约束作用于被约束物的力称为约束力 (constraint force), 又称为反力。如电线作用于吊式电灯的力即为约束力。显然, 约束力是由于有了主动力的作用才引起的, 所以约束力是被动力。约束(物)是通过约束力来实现限制被约束物的运动的, 所以约束力的方向总是与约束物所能阻止的运动方向相反。至于约束力的大小, 则需要通过以后几章研究的平衡条件求出。

一、常见的约束形式和确定约束力的分析

1. 柔性约束

由绳索、链条或传动带等柔性物体构成的约束称为柔性约束 (flexible constraint)。由于柔性物体本身只能受拉, 不能受压, 因此, 柔性约束对物体的约束力, 必沿着柔性物体的轴线方向, 作用于连接点处, 并背离被约束物体。这类约束通常用 F_T 表示。如图 1-11a 所示的用绳子悬吊一重物 G , 绳子对重物 G 的约束力为 F'_T 。图 1-11b 所示的传动带对带轮的约束力为 F_{T1} (F'_{T1}) 和 F_{T2} (F'_{T2})。

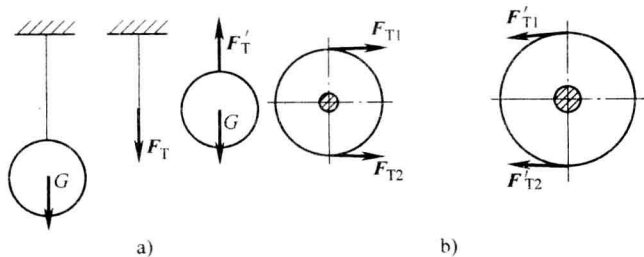


图 1-11

2. 光滑接触面(线、点)约束

当两物体的接触处摩擦力很小而忽略不计时, 就可以认为接触面是“光滑”的, 称为光滑接触面约束 (smoothy contact constraint)。光滑面约束只能阻止物体在接触点处沿公法线方向压入接触面内部的位移(图 1-12a), 但不能限制物体沿接触面切线方向的位移, 以及在接触点处沿公法线方向离开接触面的位移。所以, 光滑面对物体的约束力, 必然作用在接触处, 方向沿接触面的公法线, 并指向被约束物体, 通常用符号 F_N 表示。

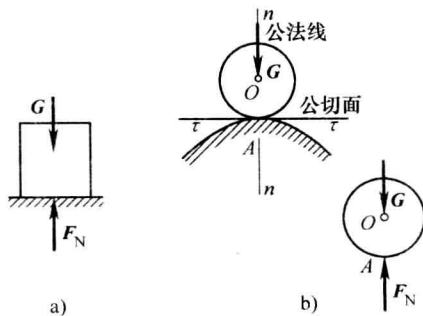


图 1-12

如果两物体在一个点或沿一条线相接触,且摩擦力可以略去不计,则称为光滑接触点或光滑接触线约束。例如图 1-12b 所示为一圆球(或圆柱) O 放置在光滑圆球(或圆柱) A 上,则 A 对 O 就构成约束。它们的约束力 F_N 作用在接触点(或接触线), F_N 应沿接触点(或接触线)的公法线,并指向受力物体。

3. 圆柱销铰链约束

将两零件 A 、 B 的端部钻孔,用圆柱形销钉 C 把它们连接起来,如图 1-13a 所示。如果销钉和圆孔是光滑的,且销钉与圆孔之间有微小的间隙,那么销钉只限制两零件的相对移动,而不限制两零件的相对转动,如图 1-13b 所示。具有这种特点的约束称为铰链(hinge)。销钉与零件 A 、 B 相接触,实际上是与两个光滑内孔与圆柱面相接触。按照光滑面约束的约束力特点,以零件 A 为例,销钉给 A 的约束力 F_R 应沿销钉与圆孔的接触点 K 的公法线,即沿孔的半径指向零件 A (图 1-13b)。但因接触点 K 一般不能预先确定,故约束力的指向也无法预先确定。在受力分析中常用通过孔中心的两个正交分力 F_x 、 F_y 来表示,如图 1-13c 所示。同理,若分析零件 B ,也可得到同样结果,只不过与上述力的方向相反。读者可自行验证。图 1-13d 所示为其简化图。

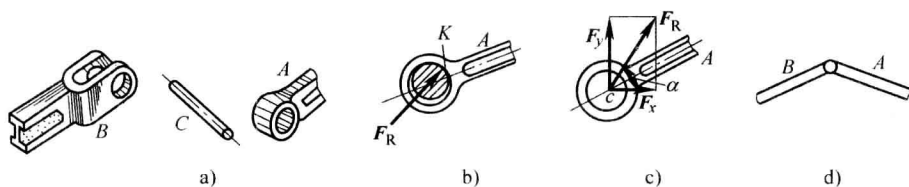


图 1-13

4. 圆柱销铰链支座约束

将构件连接在机器的底座上的装置称为支座(support)。用圆柱销钉将构件与底座连接起来,构成圆柱销铰链支座约束。如图 1-14a 所示的钢桥架 A 、 B 端用铰链支座支承。根据铰链支座与支承面的连接方式不同,分成固定铰链支座和活动铰链支座。

(1) 固定铰链支座 如图 1-14a 所示钢桥架 A 端的铰链支座为固定铰链支座(fixed hinge support)。其结构如图 1-14b 所示。它可用地脚螺栓将底座与固定支承面连接起来,如图 1-14c 所示。其约束力与铰链约束力有相同的特征,所以也可用两个通过铰心的正交分力 F_x 、 F_y 来表示。固定铰链支座的简图如图 1-14d 所示。

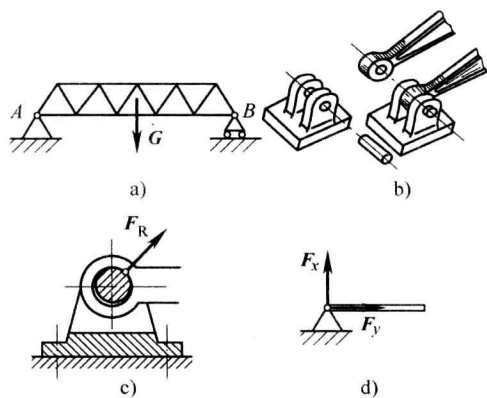


图 1-14

(2) 活动铰链支座 如果在支座和支承面之间有辊轴,就成为活动铰链支座(moved hinge support),又称辊轴支座(roller support)。如图 1-14a 钢桥架的 B 端支座即是。其结构如图 1-15a 所示,简图如图 1-15b 所示。这种支座的约束力 F_R 垂直于支承面,指向待定(图 1-15c)。

5. 径向轴承(向心轴承)

轴承约束是工程中常用的支撑形式, 图 1-16a 即为径向轴承约束 (bearing constrain) 的示意图。轴可以在孔内任意转动, 也可以沿孔的中心线移动; 但是, 轴承阻碍着轴沿孔径向向外的位移。

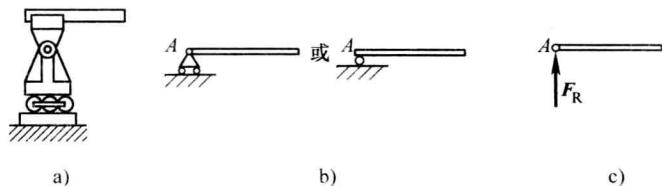


图 1-15

忽略摩擦力, 当轴和轴承在某点 A 光滑接触时, 轴承对轴的约束力 F_A 作用在接触点 A 上, 且沿公法线指向轴心。由于接触点 A 不能预先确定, 故用通过轴心的两个正交分力 F_x 、 F_y 来表示, 如图 1-16b、c 所示。

除以上几种比较简单的常见约束外, 还有固定端等形式的约束, 将在适当的章节作介绍。

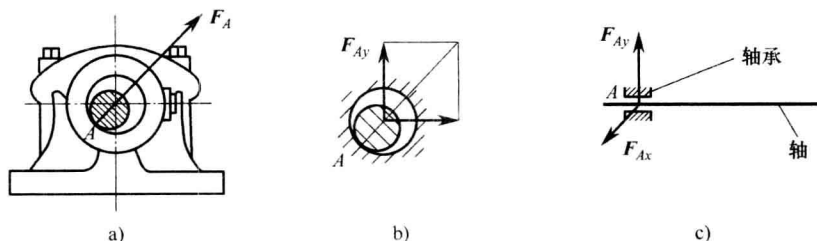


图 1-16

二、工程实物与模型的对应分析

图 1-17a 是一种固定铰链支座的实际图形, 图 1-17b 是构件与支座连接示意图, 图 1-17c 是简化模型。

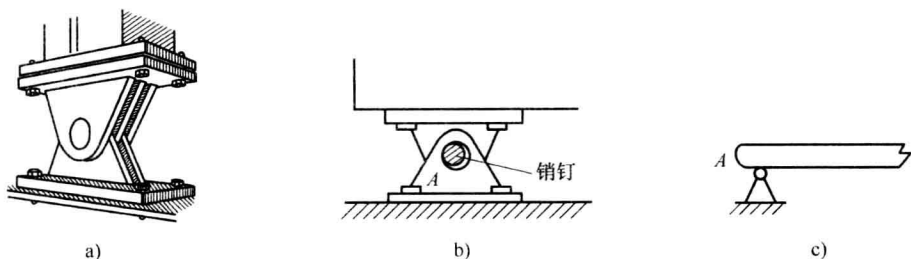


图 1-17

图 1-18a 是一种活动铰链支座的实际图形, 图 1-18b 是活动铰链支座的示意图, 图 1-18c 是简化模型。

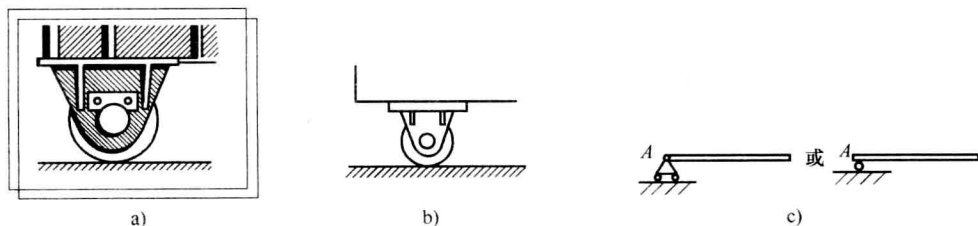


图 1-18