

力学与工程应用

(第十三卷)

本书编委会 编

执行主编 孙利民

 郑州大学出版社

力学与工程应用

(第十三卷)

本书编委会 编

执行主编 孙利民



郑州大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

力学与工程应用. 第13卷/孙利民主编. —郑州:郑州大学出版社,
2010.8

ISBN 978-7-5645-0237-9

I. ①力… II. ①孙… III. ①力学-文集②工程力学-文集
IV. ①O3-53②TB12-53

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第139296号

郑州大学出版社出版发行

郑州市大学路40号

出版人:王 锋

全国新华书店经销

黄委会设计院印刷厂印制

开本:850 mm × 1168 mm

印张:24.25

字数:1013千字

版次:2010年8月第1版

邮政编码:450052

发行部电话:0371-66966070

1/16

印次:2010年8月第1次印刷

书号:ISBN 978-7-5645-0237-9

定价:60.00元

本书如有印装质量问题,请向本社调换

《力学与工程应用》 编审委员会

主任委员 姚振汉 周丰峻

副主任委员 陈维毅 梁醒培

委员 (以撰写章节顺序为序)

佟景伟 施惠基 刘 波 邢永明

张方春 隋允康 范慕辉 李林安

陈永强 汤红卫 周慎杰 桑建兵

吴桂英 杨 强 孙利民 姜爱峰

执行主编 孙利民

前 言

中国力学学会北方七省、市、区(北京、天津、河北、内蒙、山西、山东、河南)力学学术工作委员会,是在杜庆华院士生前积极倡导下成立的,杜庆华院士为之健康发展和运行倾注了大量汗水与心血。自1986年至今,已经成功地举办过十二届力学与工程应用学术交流大会,对北方七省、市、区力学学科的发展与力学人才的培养都起到了很好的促进作用。本次在河南郑州举行的第十三届大会,是这一系列会议的学术会议继续。

在这四分之一世纪中,中国力学学会北方七省、市、区力学学术交流会受到很多著名专家学者的关注与指导,如雷天觉院士、胡海昌院士、杜庆华院士、周丰峻院士都曾做了特邀报告。这种联合的学术会议,广泛交流了力学在工程中应用的科研成果,以及力学教学中创新与改革的经验,推动了力学的繁荣和发展。这种形式的学术活动加强了信息交流,增进了相互了解,得到广大力学工作者的积极支持与广泛参与,并为青年力学工作者和研究生开辟了展示研究成果的园地。本届学术交流会将进一步推动力学与工程实践的联系,提高力学教学水平,促进力学更好地为国民经济建设服务。

本论文集内容丰富,共收入论文104篇,其中大会特邀报告4篇,一般报告100篇,涉及流体力学、固体力学、振动与动力控制、实验力学、计算力学、力学在工程中的应用和力学教学研究与改革等领域。

感谢为本次学术会议提供论文的、出席会议的各位学者和研究生们,感谢为本次会议的召开做了大量工作的论文编审委员会的成员们,感谢为本论文集的出版付出辛勤劳动的郑州大学出版社的领导和编辑同志们,感谢为会议提供了服务和重要支持的朋友们。

孙利民

二〇一〇年七月

目 录

【特邀报告】

工程结构分析软件中的若干进展
陈 璞 孙树立 陈永强 袁明武 1

三十年边界元法研究的心得
姚振汉 5

研究生精品课“高等流体力学”的建设
朱克勤..... 10

21 世纪力学发展的重点领域和工程应用方向
周丰峻..... 12

【流体力学】

高超音速湍流边界层气动热的研究
董 明..... 16

隧道内的通风设备对高速客车气动特性影响的研究
杜广生 岳建雄..... 23

支架治疗颈内动脉瘤的血液动力学数值模拟研究
付文字 顾兆勇 孟宪龙 乔爱科..... 29

亚声速机翼和机身边界层稳定性分析
郭 欣 唐登斌 王 强..... 35

浅水波方程的格子 Boltzmann 模拟
赫万恒 钱跃竑..... 42

比热非常值对高超声速平板边界层稳定性的影响
贾文利 曹 伟..... 46

不可压缩边界层转捩的数值研究
李 佳 罗纪生..... 50

单气泡池沸腾过程中的气泡动力学数值模拟研究
李震东 赵建福 李 晶 秦文韬..... 53

泵蜗壳的一种实用 CFD 寻优设计计算方法
刘克伟 贾月梅 赵秋霞..... 57

小浪底水利枢纽工程中的流体力学问题
刘起霞 崔伟华..... 62



高超声速钝头体支杆侧向射流减阻新机理试验研究	
刘云峰 姜宗林	65
大直径浅圆仓偏心卸料的颗粒流模拟	
原方 张松松	69
鸭颈管光整加工旋涡气流的数值模拟研究	
张露 贾月梅 赵秋霞	74

【固体力学】

移动荷载下沥青路面表面裂缝扩展行为分析	
郭成超 乐金朝	78
考虑非完好界面影响的球形颗粒填充热弹性复合材料的有效比热	
黄汝超 陈永强 黄筑平	83
薄膜屈曲性能研究	
贾海坤 孙衡 张世杰 王世斌 李林安 佟景伟	87
基于冰类材料的纯 I 型裂纹尖端场的研究	
卢宸华 刘波 桑建兵 王文嘉	90
热塑性复合材料层合板的基体裂纹和损伤行为	
沈珉 尹保冠 佟景伟	94
氧化铁纳米板的制作	
孙玉鑫 李晶 杨嘉陵	97
高阶 Cauchy - Born 准则在碳纳米管力学特性研究中的应用及其计算精度	
孙玉周 王锦燕 许君凤 常利武	100
含缺陷圆形薄膜的有限变形分析	
王文嘉 刘波 桑建兵 卢宸华	105
形状记忆三明治结构变形机理分析	
王正道 李郑发	108
变物性功能梯度材料中的温度场分析	
席军	109
圆柱正交异性纤维复合材料的反平面剪切变形问题研究	
严鹏 蒋持平	112
空间柱体黏弹性材料辛本征解研究	
张维祥 刘起霞	117

【振动与动力控制】

非线性因素对金属橡胶减振系统幅频特性的影响	
黄晓琼 李莹 张瑾瑾 赵子龙	121
求解多自由度振动系统特征值问题的 EXCEL 方法	
苗同臣 孙利民	125
流热耦合下带冠涡轮叶片振动特性分析	
虞跨海	128

泡沫缓冲材料缓冲性能的表征
计宏伟 汪鲁聪 刘月娜 王璐璐 邹 易 郭少珍 吴文玉 131

爆炸冲击波遇到挡墙时反射超压的分布
李 鑫 吴桂英 135

用比例积分延迟反馈控制 Lorenz 混沌系统的仿真研究
韩保红 齐京礼 闫 石 王民全 138

微角振动陀螺仪的非线性行为与改进方案
金志昊 赵前程 陈 璞 142

基于模糊控制的移动机器人路径规划研究
斯日古楞 李海滨 包长春 146

【实验力学】

光弹贴片法检测构件残余应力的实验研究
常 红 侯鑫茜 151

65Mn 金属材料氢脆性能的小压杆方法实验研究
郭涵亮 屈宝平 王兆希 石 磐 薛 飞 施惠基 154

金纳米互连引线热疲劳行为的实验研究
李喜德 孙立娟 凌 雪 158

基于 Lamb 导波的复合材料板损伤检测方法
刘 瑜 巩克壮 励 争 162

基于数字散斑相关方法的环氧树脂材料冲头加载实验研究
刘战伟 刘 宏 郭保桥 谢惠民 165

转变力学实验教学模式的一些尝试与体会
马沁巍 马少鹏 廖 力 水小平 166

利用显微云纹干涉法对一种硼/环氧树脂复合材料的单纤维界面热残余应力的测量
马兆芳 邢永明 姜爱峰 郎凤超 孙维芳 李 晔 170

基于数字图像相关方法和瞬态气动热环境模拟系统的高温变形测量技术
潘 兵 吴大方 173

研制学生用电测开放实验课实验装置
汪小明 178

橡胶密封材料的热力学性能实验研究
姚学锋 熊 超 罗 欢 刘若斯 黄 枫 180

基于激光测振法的阻尼特性测试
张素侠 刘习军 183

扩展数字图像相关方法初值选择及亚像素位移测量
张晓川 陈金龙 186

搅拌机对楼板动力作用的实验分析
周改丽 张 帅 陈志伟 李林安 191

【计算力学】

有限厚双边 V 形切口板的三维弹性有限元分析
崔伟华 刘起霞 姚建波 陈 雁 195

基于 Chebyshev - Ritz 法的偏心圆环板的三维自由振动分析
董春迎 198

刮板输送机轴套结构有限元分析及参数优化
贾海朋 刘 博 郝彦辉 刘 波 201

节点邻域进化的水平集结构拓扑优化
贾海朋 刘 波 205

功能梯度材料的无网格局部 Kriging 法
井璐璐 郑保敬 戴保东 211

齿轮箱箱体动力位移响应优化设计
梁醒培 付明堂 李 恒 215

位移法在平面稳态传热有限元计算格式中的应用
刘大全 孙利民 218

激光辐照加涂层壳体结构稳定性分析
龙连春 朱 凯 沈敏敬 222

基于阶跃函数逼近的结构拓扑优化方法
隋允康 226

大规模混合网格变形的分区算法
孙树立 陈 斌 邱 鑫 隋 杰 231

基于基本解的杂交有限元法在功能梯度材料热分析中的应用
王 辉 梁醒培 赵新娟 233

太阳翼振动模拟墙静力特性的有限元分析
徐 辰 赵 东 张建中 236

应变梯度微梁的有限元法
赵俊峰 周慎杰 王炳雷 王锡平 239

【工程应用】

法向承力锚的塑性屈服包络线
范慕辉 焦永树 张青峰 243

纸浆模塑制品结构单元承载能力的数值分析
计宏伟 王和敏 陈金龙 246

转炉托圈强度分析
梁坤京 李彦彦 李冠鹏 251

水下输油管道中轴对称导波的频散特性
林晓平 雷振坤 刘增华 武湛君 254

天津地铁华苑车站施工引起基坑及周围土体变形的 FLAC^{3D} 数值模拟分析
毛 毳 史 宇 钟晓梅 张前进 朱敢平 李养平 范 峥 王建新 马振江 王荔平 ...
..... 259

刚构大桥斜腿与梁部固接处模型实验和数值分析	
阮江涛 佟景伟 孙宗磊 何 伟	266
高度可调节护栏方案仿真和试验研究	
郝彦辉 崔洪军 王云峰 刘鹏飞	270
输电线路间隔棒布置的优化设计	
杨运韬 刘习军 张素侠 孙小芹	275
分析碳纤维/环氧叠层复合材料的纤维体积含量	
张晓燕 马 琳	279
棱锥杆垂直侵彻岩土时非线性疲劳损伤研究	
赵子龙 宋振华 黄晓琼 王运叶	282

【力学教学研究与改革】

结构优化设计课程教学内容改革初探	
白新理 张多新 吴泽玉 杨开云 何 伟	286
华南理工大学工程力学专业本硕博连读培养方案制订与实施	
何庭蕙 汤立群 韩 强 黄培彦 刘逸平	289
突出以学生为主体的教学方法与手段改革	
贾启芬 刘习军	291
新建土木工程专业力学课程的设置与实践	
李冬霞	293
结构设计大赛的探索与实践	
廖 力 马少鹏 白若阳	295
力学课程在工科专业进行创新教育的探索	
孙利民 李 倩 上官军	299
位移法的引入——转角位移方程	
王振宇 原 方 陈 丽	302
结构力学课程教学方法探索	
杨淑慧 曾 力	306
注重创新思维能力培养的“振动工程理论”课程教学改革与研究	
张晓燕 陈 平 邹 鑫	308
飞行器结构动力学课程建设探索与实践	
赵丽滨	310
基础力学课程的教学方法探讨	
朱若燕 李厚民	315
关于提高工程力学课程教学质量的思考	
范慕辉 焦永树 刘 波	317
在工程力学课程中培养应用能力的教学实践	
姜久红 周金枝	320
工程力学课程考试方法改革与实践	
刘起霞 师旭超	323

浅谈工程力学教学中对学生创造力的培养	
刘起霞 张维祥	326
工程力学课堂中师生心理因素	
王 静	329
工程力学课程教学方法和手段的改革探索	
邹景超 张保丰 刘建秀 訾晓阳	331
理论力学教学中的观察与思考	
高云峰	334
理论力学中的坐标约定与正方向约定	
李欣业 桑建兵 李晓雷 刘 波	337
在动力学教学中应注意的一种特殊情况	
刘习军 张素侠 贾启芬	340
动点选取分析演示软件的开发与应用	
杨 强 陈昭怡 刘 玮	344
机械专业理论力学教学改革探索	
杨文刚 王璋奇	346
理论力学和谐性课堂教学的思考	
张淑琴 闫 石 韩保红 孟祥凤 王凌英	349
理论力学中“点的运动学”教学的几点思考	
张淑琴 马英忱 程兆刚 赫万恒 曹洪娜	351
工程教育在材料力学教学中的探索与实践	
冯 露 王燕群 亢一澜 孙 建	353
Maple 在材料力学中的应用(四)——压杆优化设计的迭代方法	
李银山 桑建兵 范幕辉 贾海朋	356
材料力学教学中的几点体会	
梁醒培 王 辉	359
材料力学国家级精品课建设的体会	
刘起霞 陈 丽 白 杨	362
材料力学仿真实验的开发与教学实践	
王秀华 于金龙 王文臣 王冬青 宋鹏飞 叶金铎 门玉涛	365
材料力学内力分析及课程体系研究	
王 毅 陈晓霞 孙 新 韩光平	369
弹性梁弯曲时平面假设的验证	
武 瑛 王建军	373

【特邀报告】

工程结构分析软件中的若干进展

陈 璞 孙树立 陈永强 袁明武

(北京大学工学院力学与空天技术系 & 湍流与复杂系统国家重点实验室, 北京, 100871)

摘 要 作为一个研究小组, 北京大学力学与空天技术系的 SAP84 小组在袁明武教授的领导下, 近三十年来一直从事工程结构分析软件的研究, 并在结构计算中独立发展了若干高效的算法。本文试图初步总结本小组近几年发展的几个算法——施工模拟、偶然偏心、振型积分、多点线性约束等在工程软件中的实现方案。

关键词 有限元法, 工程软件

一、绪言

在各种各样的数值解法中, 有限单元法经过几十年的发展和完善, 在工程实践中得到了广泛的应用, 同时也不断被实际工程问题所验证和推动, 其应用领域扩展到了力学、工程问题的各个方面。工程结构分析软件主要是为工民建结构的分析和设计而开发的有限元软件。它的发展已历经了近 50 年的时间, 功能也已较为完善。但随着计算研究对象的日趋复杂, 结构离散后的自由度需求越来越大, 因此进一步需要发展更高效的数值分析方法来满足求解速度和精度的要求。另一方面, 工程实践也对软件提出了特殊的要求。

本文试图总结过去 10 年来我们在 SAP84 中所发展的若干针对工民建工程结构分析的算法, 这些算法对其他的有限元软件也有借鉴意义。

二、施工模拟算法

通常的工程结构分析计算, 都是以竣工后的整体结构为对象, 一次性地加入结构所要承受的全部荷载。这就是所谓的“一次性加载”的计算方法。人们发现其中有些工程结构的计算结果会出现与实际明显不符的情况^[1,2]。以多层和高层建筑结构为例, 通过研究实际工程的施工过程, 人们发现一次性加载方法的模型与实际情况有着明显的不相符: 结构的荷载并不是骤然全部施加到整体结构上, 而是随着施工进度逐层进行施加的。

按照一次加载方法的模型, 结构的任何一个构件或单元受到载荷, 都会对整体结构产生影响, 而结构的实际施工是分阶段、分层进行的, 因而每层结构的荷载也是分层施加的。这样, 结构在施工过程中已经受到部分荷载, 并发生了变形, 但这种变形不会影响到尚未建成的上层结构的变形。在实际施工过程中作为上一层“基础”的下层平台(顶部)是水平的, 施工过程是逐层找平(leveled)的。因而提出了所谓“施工模拟”算法, 以求更精确地分析结构的变形与受力。

与一次加载方法相比, 施工模拟分析需要对每一个施工阶段(层)进行结构分析, 从而大大增加了计算量。因此, 许多工程结构分析软件都用所谓的伪施工模拟替代施工模拟。我们经过研究, 提出以下三种可选的高效算法。

1. 逐层活动列解法

在进行施工模拟时, 大部分研究都忽略了高层建筑物在逐层施工时的一个重要物理特征: 每一层构件只与它的上下两层相交, 与更远的层没有直接关联。在施工模拟计算中利用这一特征, 就大幅度减少了计算量。我们在有限元活动列解法(skyline active column)的基础上提出考虑逐层施工的活动列解法, 其核心是每一个施工步只修改刚度矩阵的相关部分, 从而极大地节约了组装与三角分解的工作量, 整个施工模拟的计算时间缩短为整体结构一次性分析的两倍左右。

2. 整体结构 PCG 法

施工模拟还可以使用迭代方法, 例如预条件共轭梯度法(PCG)。我们发现采用完整结构变带宽解法的 LDL^T 作为预条件的 PCG 施工模拟方法可以大大提高传统方法的计算速度。

3. 直接快速度解法

高效的细胞稀疏直接解法被用于施工模拟分析, 但其中我们改进了刚度矩阵组装方案, 以及荷载的存贮方案, 减少了

内外存交换,实现了较高的效率。

表 1 比较了以上几种改进方法与 ETABS 的计算时间。从该表可以看出,由于活动列逐层解法直接针对施工过程特征进行改进,因此相比其他两种方法具有更明显的优势。

表 1 施工模拟计算时间(单位:秒)比较工程

实例	层数	自由度	活动列一次性加载	逐层施工模拟计算方案			
				活动列逐层解法	整体结构 PCG 法	直接快速解法	ETABS
1	40	22080	63	186	393	694	2893
2	60	21075	25	124	256	275	N/A

三、偶然偏心算法

我国《高层建筑混凝土结构技术规程》^[6]规定:在计算对称结构的单向水平地震作用时需考虑结构的质量偶然偏心,并取垂直于地震作用方向的建筑物每层投影长度的 5% 作为该层偶然偏心的偏移量。在实际应用中,振型分解反应谱法是目
前抗震设计的首选计算方法。然而,使用该方法分别计算结构的 X、Y 向的 ±5% 偏移量共计四种偶然偏心情形时,由于质量矩阵的改变,必须每次重新求解四次广义特征值问题,这大大增加了抗震分析的计算量,因此有必要发展合适的近似方法。

国外规范 Eurocode 8 和 Uniform Building Code 97(UBC 97)中介绍的等效扭矩方法是较常见的一种近似方法,但该方法主要是针对底部剪力法提出的。文献[7]将其推广到了基于振型分解反应谱法的动力等效计算方案。该方法的基本思想是:将未偏心结构的各模态地震力沿水平地震方向的垂线偏移框架边长的 5% 后所产生的扭矩,重新作用于原结构上,作为偏心结构上的近似地震作用力(图 1)。此方法的本质是用地震力作用点的偏移代替结构质心的偏移,因而无需求解偏心结构的特征方程,大大减少了计算量。这一类方法本质上是各模态的静力等效方法。

我们对上述静力等效的等效扭矩方法进行了测试。测试结果表明:等效扭矩方法在通常情况下会低估构件的内力值,结构的侧扭周期比接近 1.0 时误差最大,可达 15%。为此,我们提出并实现了一种基于小参数展开的近似振型分解反应谱法。

结构未偏心时的刚度和质量矩阵分别记为 K_0 和 M_0 ,其前 m 个特征值 $\lambda_{10}, \lambda_{20}, \cdots, \lambda_{m0}$ 和特征向量 $\varphi_{10}, \varphi_{20}, \cdots, \varphi_{m0}$ 已经求出;结构偏心后,刚度矩阵不变,质量矩阵变为 $M_0 + \Delta M$ 。在 5% 偶然偏心情形下, ΔM 为小改变。根据文献[8]的推导,可通过求解如下降阶的结构特征值问题:

$$\psi_0^T \left[K_0 - \mu (M_0 + \Delta M) \right] \psi_0 \alpha_p = 0 \tag{1}$$

$$\alpha_p^T \psi_0^T (M_0 + \Delta M) \psi_0 \alpha_p = 1 \tag{2}$$

得出偏心结构特征值 λ_j 和特征向量 φ_j 的近似值 μ_j 和 $\psi_0 \alpha_p$,其中 $\psi_0 = \left[\varphi_{10}, \varphi_{20}, \cdots, \varphi_{m0} \right]$ 。然后,可按振型分解反应谱法的计算流程,用近似值 μ_j 和 $\psi_0 \alpha_p$ 构造偏心结构的模态地震力并完成抗震计算。

图 2 为某 12 层框架结构在 X 向 5% 偏心 Y 向地震时,三种偶然偏心算法计算出的最大剪力的偏心放大系数 α 随侧扭周期比 Ω 的变化曲线(其中反应谱法的结果为标准值)。结果表明:小参数法十分适用于计算上述偶然偏心问题,比等效扭矩方法具有更高的计算精度,而且通过分析可知,小参数法的计算量比等效扭矩法更少,是一种实用的工程计算方法。

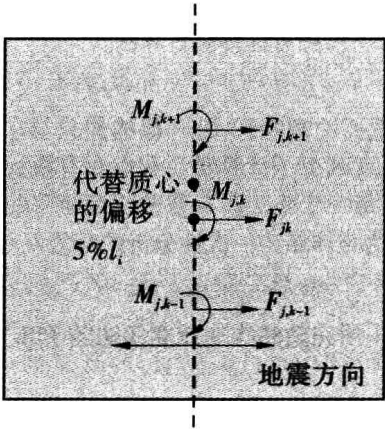


图 1 等效扭矩方法

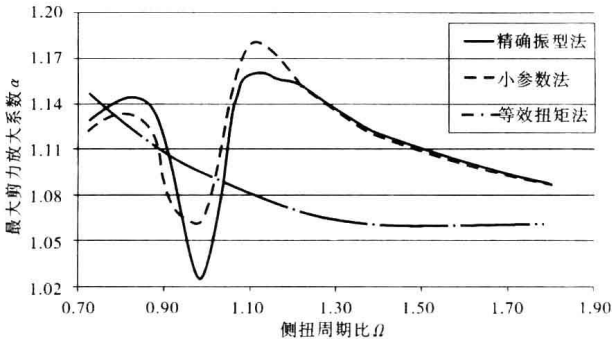


图 2 X 向 5% 偏心 Y 向地震时最大剪力的放大系数 α

四、振型叠加法中的 Duhamel 积分

结构的动力学响应分析中,如果采用振型叠加法进行计算,其核心是对方程

$$\ddot{u}(t) + 2\xi\omega \dot{u}(t) + \omega^2 u = p(t)$$

进行数值积分,标准的方法有 Newmark 方法和 Wilson- θ 方法。事实上,用振动理论中普遍采用的 Duhamel 积分求解含阻尼的二阶运动方程可能更适合。一般地,我们可以得到如下形式的位移响应:

$$u(t) = u(0)a(t) + \dot{u}(0)b(t) + \int_0^t p(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

其中, $u(t)$ 是位移响应, $p(t)$ 是随时间变化的荷载, $h(t-\tau)$ 是 τ 时刻的单位脉冲荷载的响应。

引入 $v(t) = \frac{\dot{u}(t) + \xi\omega u(t)}{\omega}$,当 $\xi < 1$ 时,我们有

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{\omega_D} \int_0^t p(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} \begin{pmatrix} \sin[\omega_D(t-\tau)] \\ \cos[\omega_D(t-\tau)] \end{pmatrix} d\tau + e^{-\xi\omega t} \begin{pmatrix} \cos\omega_D t & \sin\omega_D t \\ -\sin\omega_D t & -\cos\omega_D t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \end{pmatrix}$$

它可以进一步写成步进的形式:

$$\begin{pmatrix} u_{t+\Delta t} \\ v_{t+\Delta t} \end{pmatrix} = \frac{1}{\omega_D} \int_0^{\Delta t} p(t+\tau) e^{-\xi\omega(\Delta t-\tau)} \begin{pmatrix} \sin[\omega_D(\Delta t-\tau)] \\ \cos[\omega_D(\Delta t-\tau)] \end{pmatrix} d\tau + e^{-\xi\omega\Delta t} \begin{pmatrix} \cos\omega_D\Delta t & \sin\omega_D\Delta t \\ -\sin\omega_D\Delta t & -\cos\omega_D\Delta t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_t \\ v_t \end{pmatrix}$$

这一形式适合于进行数值积分。与 Newmark 方法和 Wilson- θ 方法相比,它的优点是可以精确地反映模态的自由振动,没有所谓的数值阻尼与周期伸长,可以进行长程的积分。对于形如 $e^{(a+ib)t}(p_0 + p_1 t + p_2 t^2)$ 的荷载,上式中的第一项也可以准确积出,从而我们得到了一个相当完美的 Duhamel 积分的数值解法。

五、多点线性约束

在有限元处理中,由各单元刚度矩阵和载荷向量组装而成的总体方程是不能直接进行求解的。为约束结构的刚体位移,要指定部分节点自由度的取值。这种直接对单个自由度取值进行的限制称作单点约束。在实际问题中,有时需要处理比单点约束更复杂的情形,即指定多个节点自由度之间的关系,这种限制称作多点约束。例如:建筑结构中常用的刚性楼板假定,不同单元过渡区的自由度关系等。这种约束关系经常是线性的。

处理多点线性约束常用的方法有:罚函数方法、Lagrange 乘子法以及代数法。与罚函数法和 Lagrange 乘子法相比,代数方法可以使得多点约束关系在不考虑数值误差时精确满足,并且可以减少自由度数(与 Lagrange 乘子法相比),但程序实现以代数方法最为困难。国内的软件多采用罚函数法。

我们在细胞稀疏矩阵求解器的基础上,实现了一个多点线性约束的代数方法。从标准的单元矩阵出发,实现过程的重要步骤是:

- (1)将自由度按主自由度、从自由度、指定位移自由度编号;
- (2)变换单元的指示向量数组,并组装不含从自由度的邻接图;
- (3)填充元优化;
- (4)组装刚度矩阵与载荷向量,并求解与反算从自由度位移。

目前,这一方案已在国内获得认可,并在两个不同的软件中实现。

参考文献

- [1] Choi C K, Chung H K, Lee D G, et al. Simplified building analysis with sequential dead loads - CFM//Journal of Structural Engineering, ASCE. 1992, 118(4): 944-954.
- [2] 李瑞礼,曹志远.高层建筑结构施工力学分析[J]. 计算力学学报, 1999, 16(2): 157-161.
- [3] 聂春戈. 施工模拟分析的研究与实现[D]. 北京:北京大学硕士研究生学位论文, 2003.
- [4] 李浩. 高层建筑结构分析中两类问题的计算方案[D]. 北京:北京大学硕士研究生学位论文, 2005.
- [5] 黄伟. 线性多点约束的计算处理[D]. 北京:北京大学学士学位论文, 2008.
- [6] 中华人民共和国建设部. JGJ3-2002 高层建筑混凝土结构技术规范[S]. 北京:中国建筑工业出版社, 2002.

- [7] Fahjan Y M, Tuzun C, Kubin Joseph. An alternative procedure for accidental eccentricity in dynamic modal analyses of buildings [C]. Geneva, Switzerland: First European Conference on Earthquake Engineering and Seismology, 2006: 1166 – 1175.
- [8] 胡海昌. 多自由度结构固有振动理论[M]. 北京: 科学出版社, 1987.
- [9] 陈璞, 孙树立, 袁明武. 有限元分析快速解法[J]. 力学学报, 2002, 34(2): 216 – 222.

作者简介

陈璞, 男, 1962 年 1 月生, 教授, 研究领域: 计算力学、结构动力学。

基金项目

本文部分是在国家自然科学基金(10972005)与教育部博士点基金的资助下完成的。

硕士研究生聂春戈、李浩、唐圣业、邱鑫、金志昊、郑子君及博士研究生赵前程、尹家聪等参加了工作。

【特邀报告】

三十年边界元法研究的心得

姚振汉

(清华大学航天航空学院工程力学系,北京,100084)

摘 要 作者致力于边界元法研究三十年,深知边界元法是有限元法的重要补充,体会到边界元法研究要充分发挥自身优势,近年来快速算法的引入克服了传统边界元法不能求解大规模问题的弱点,但真正要拓展它的应用领域还需在边界元软件研制方面多下工夫。

关键词 边界元法,快速边界元法,快速多极边界元并行算法

一、边界元法是有限元法的重要补充

边界元法是在有限元法之后发展起来的一种精确高效的工程数值分析方法。它以边界积分方程为坚实的数学基础,借鉴了有限元法的划分单元、离散插值方法,将工程和科学问题化为线性代数方程组来求解。以弹性力学问题为例,可以通过微分提法、变分提法和积分提法建立三种不同的数学模型,对于求得问题的唯一解来说,它们是互相等价的。但是基于三种模型发展起来的数值方法在精度、效率方面并不等同,对于同一种模型建立的不同数值方法也还有精度、效率高低之分。弹性力学的有限元法是基于变分原理的数值方法;边界元法则基于边界积分方程,属于边界解法,而且是利用解析基本解的数值方法。两种方法具有明显不同的特点,因此具有互补的关系。

边界元法由于降低了问题的维数,便于精确描述复杂的几何形状、划分单元,对于同一问题的自由度也要低得多。边界元法由于采用带有奇异性的基本解作为核函数,使求解方程组具有较好的形态,保证了解的高精度,而且在求解无限域、半无限域问题以及带有奇异性的裂纹等问题方面具有明显的优势。

边界元法和有限元法相比,也有明显的弱点。首先,由于边界元法的建立要以具有解析基本解为前提,因此应用领域远不如有限元法广泛。另外,边界元法求解方程的系数矩阵是满阵,从而使解题规模受到了很大的制约,因此传统的边界元法难以求解复杂的大规模工程实际问题。近年来快速算法的引入为边界元法注入了新的活力,已经使边界元法用于复杂的大规模工程与科学问题的数值模拟成为可能。

作者从1979年作为我国工程中边界元法研究创导人杜庆华先生的主要合作者开始从事这一领域的研究,历经30年,研究不断深入。下面扼要介绍得到的几点心得:边界元法的研究要充分发挥自身的优势,不能盲目套进有限元法的框框;快速边界元法克服了边界元法原有的弱点,为用于复杂的大规模问题注入了活力;边界元软件研究要跟上才能开拓应用领域,发挥更大的作用。

二、边界元法的研究要充分发挥自身的优势

1. 边界元法降低了问题的维数,便于描述物体的实际几何形状

以弹性力学平面问题为例,边界元是一维的线元,因此除直线元、曲线等参元外,还可以建立圆弧元,准确描述工程中经常遇到的圆弧边界。对于应力集中问题而言,应力集中部位的几何形状本来就是关键因素,几何形状的精确描述为问题的精确求解提供了保证。

2. 边界元法利用解析基本解,具有解析数值结合方法的高精度

这是边界元法的主要优点之一。要实现这一优点,在具体的算法中还需要精心考虑,以便尽可能控制计算误差。为此特别要注意保证核函数与形函数在单元上积分的精度,对于非奇异积分需要采用等精度高斯积分,对于各种奇异积分也要保证相应的精度。同时在具体计算时还要合理划分单元,包括单元的合理选择和合理细分,以减小离散误差。这样才能切实保证边界元计算结果的高精度。

根据作者的经验,对于一些问题采用二次元或高次元是十分必要的,切忌对什么问题都用最简单的单元。对于细长薄板梁的纯弯曲问题,长细比为100:1,当沿长度和端部四条边每边划分一个二次插值单元时,得到的中点挠度为2499.70

(精确解为 2500.00), 下表面和上表面切向正应力的值为 ± 0.999806 (精确解为 ± 1.000000)。如果沿长度方向每边划分 200 个线性插值单元, 端部每边划分 2 个线性差值单元, 得到的中点挠度则为 310.8, 下表面和上表面切向正应力的值为 -0.09955 和 0.09497 。这里, 由于问题的精确解沿边界的分布是二次函数, 因此采用二次元能得到非常精确的结果。当然一般的边界元软件不一定能实现对如此细长的区域每边只划分一个二次单元进行高精度的计算, 这是作者研制的采用了一系列保证计算精度措施的软件计算的。

这一问题具有普遍性, 对于三维弹性力学问题也很明显。图 1 所示为矩形截面悬臂梁在均布横向载荷作用下的弯曲问题的挠度计算结果。当采用 64 个八节点二次元离散时所得挠度计算结果已经收敛, 和细分到 256 个二次元没有明显差别; 但若采用低阶的三角形常值单元, 细分为 8192 个单元时所得结果的误差仍然很大。

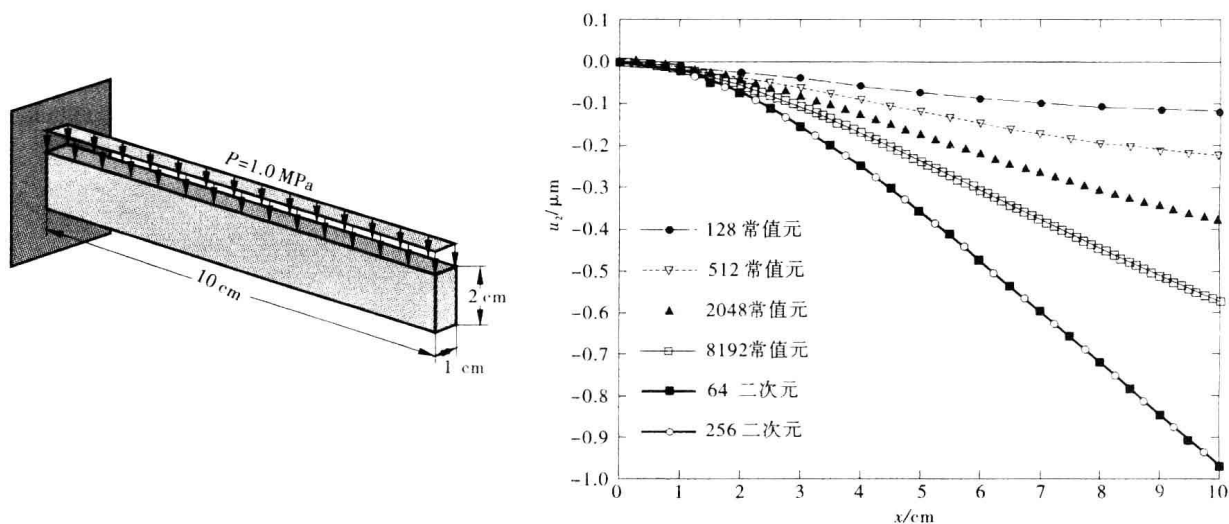


图 1 悬臂梁横向弯曲挠度曲线计算结果比较

3. 边界元法便于处理无限域问题, 也便于截取很大的有限域来近似

以平面无限域中圆孔边界由单向拉伸引起的应力集中问题为例, 如果按无限域问题求解只要将圆孔边界进行分元离散, 孔边可以采用圆弧单元。其解题规模是和圆孔内部问题的规模相同的。此时实际上把问题分解为单向拉伸的均匀应力状态和孔边作用与此解相反面力的局部应力状态的叠加, 而后者在孔边作用的面力难以用单元的插值函数精确描述。因此更有效的方法是建立一个近似模型: 在无限域中截取一个很大的方板, 圆孔在板的中心位置, 方板的一对边受均匀拉伸面力作用。考虑到问题的对称性, 利用作者研制程序中的对称性功能, 可以只对四分之一边界进行离散。例如取方板的半边长为孔半径的 500 倍, 四分之一孔边划分 36 个二次插值圆弧元, 方板半边划分 80 个线性元, 计算可得孔边的最大应力集中系数为 $3.00254 (-1.00254)$ 。如果将孔边再细分一倍, 可得 $3.00067 (-1.00066)$, 而在无限域的情况下精确解为 $3.00000 (-1.00000)$ 。如此高的计算精度用别的数值方法是很难达到的。如果要求的精度不是这么高, 方板边界每半边划分一个线性单元就可以了。

4. 边界元法便于发现应力奇异性, 也适于求解裂纹等有奇异性的问题

在弹性力学问题中由于几何形状的突变不仅会产生应力集中问题, 而且有些情况下还会引起应力的奇异性。当然通过理论分析可以确定什么部位发生应力的奇异性, 但是一般的数值方法却不容易发现。边界元法由于网格局部加密十分方便, 对于发生应力奇异性的位置很容易发现边界应力随着网格加密不断增大。图 2 所示为几种应力出现奇异性部位的边界面力数值近似解的分布图, 其中包括: (a) 悬臂薄板梁弯曲问题当将悬臂端作为固定边时所得到的该边的边界面力分布图; (b) 受压杆和刚性基础无滑动有摩擦接触时接触面的面力分布图; (c) 受压杆和同种材料基础无滑动有摩擦接触时接触界面的面力分布图。为了便于单元局部加密, 单元可以等比划分, 还可以对于一个边界线段对称地等比划分。

对于裂纹问题边界元法发展了对偶边界元法, 裂纹尖端的四分之一节点为奇异单元, 还可以用单点裂纹张开位移确定应力强度因子等。对于上述应力奇异性部位也可以采用特殊的奇异单元, 来避免单元的过度加密。

5. 边界元法对于边界非线性问题 (例如弹性接触问题) 也有明显优势

由于边界非线性问题的非线性完全来源于边界, 边界元法直接求解边界变量, 其精度明显高于有限元法等区域解法, 因此用边界元法求解此类问题能达到更高的精度。在边界元计算模型中, 接触界面的接触条件就是通过边界面力和边界位移来描述的, 他们就是边界元法的求解变量。和一般问题不同的是, 在接触界面不宜采用高阶单元 (确切地说是在接触