

井间地震波勘探理论基础研究

(申请中国科学院理学博士学位论文)

专 业: 固体地球物理

研究方向: 地震波传播、散射和衰减

研 究 生: 刘银斌

导 师: 傅承义 吴如山 教授

中国科学院地球物理所

一九九四年九月

井间地震波勘探理论基础研究

(申请中国科学院理学博士学位论文)

专 业: 固体地球物理

研究方向: 地震波传播、散射和衰减

研 究 生: 刘银斌

导 师: 傅承义 吴如山 教授

中国科学院地球物理所

一九九四年九月

摘要

井间地震勘探是勘探地球物理中一很有前景的新方法,特别是对油田的后期开发显得更为重要,结合国家“八·五”重大科研项目“油储地球物理”二级子课题“跨孔地震勘探”开展了四方面的研究:(1)孔隙介质中波的传播;(2)井下震源的辐射;(3)相位屏法计算合成地震图;(4)粘弹圆柱的散射和衰减。

基于各向异性多孔介质中的广义 Biot 理论和 Johnson 的动态渗透率和动态孔隙弯曲度公式,我们导出了各向同性多孔介质和横向各向同性多孔介质中波传播的特征方程。给出了准快纵波、准慢纵波、准 SV 波和 SH 波的解析速度公式,数值计算了四种波的频散和衰减曲线。准快纵波、准慢纵波和准 SV 波之间的耦合关系也被导出。

井下震源经井壁作用后产生能量重新分配,井孔辐射花样和辐射能量对井间成像有重要影响。计算结果表明点体积源辐射能量的 99% 在井内以管波形式传播。辐射进入地层的能量不到 1%, 经向应力源辐射能量的 95% 在井内以管波形式传播(200Hz), 随着频率的增高, 辐射进入地层的能量有明显增加, 切向应力源在井内不激发管波, 仅在地层中激发纵波和横波, 辐射进入地层的纵波能量约为横波能量的 10%。N 个单个源组成的阵列源的辐射能量是 N 个单个源单独辐射总能量的 N 倍。

有限差分和有限元法能计算精确的理论地震图。但因计算时间和计算机内存的限制阻碍了将其应用到许多兴趣的地球物理问题。相位屏法是一种正向传播快速计算合成地震图的方法。对下面五种模型:(1)多体圆柱模型;(2)高斯随机介质;(3)指数随机介质;(4)自相似随机介质;(5)吸收圆柱模型。我们比较了用相位屏法和有限差分法及精确解(解析解)计算的合成地震图, 结果表明对速度摄动高到 50% 的分布非均匀介质和速度摄动小于 10% 的随机非均匀介质, 相位屏法都能给出很好的结果, 且大大节省计算时间。

弹性波由粘弹圆柱的散射是一与地球物理有关的基本物理声学问题。对于垂直入射到粘弹圆柱上的平面纵波, 我们导出了散射场和内部场的解析表达式, 对应的声学情况的解析表达式也被导出, 数值计算了共振散射, 散射截面, 辐射花样和合成地震图, 结果表明在低频区域散射纵波能量和散射横波能量是可以比较的, 在高频区域, 散射纵波能量远大于散射横波能量, 波场是通过圆柱的几何透射波和环绕圆柱的衍射波的迭加。对高速圆柱散射体, 在阴影区域第一到达波是透射纵波, 对低速圆柱散射体, 在阴影区域第一到达波是衍射纵波。地层的吸收特性对衍射波影响较小。

ABSTRACT

Based on the generalized Biot's theory in anisotropic porous media [J. Appl. Phys., 33, 1482–1498, (1962)] and the dynamic permeability and tortuosity formulas given by Johnson et. al. [D. L. Johnson, J. Koplik, and R. Dashen, J. Fluid. Mech., 176, 379–402, (1987)], we derived the characteristic equation and the analytical velocity formulas for quasi-P1 wave, quasi-P2 wave, quasi-SV wave, and SH wave in transversely isotropic porous media. The corresponding dispersion and attenuation curves are numerically calculated. The critical frequencies of the calculated dispersion and attenuation curves are higher than those of Schmitt obtained by homogenization approximation [P. D. Schmitt, J. Acoust. Soc. Am., 86, 2397–2421, (1989)]. The coupling coefficients (or transform coefficients) among three types of quasi-body waves are also given.

The far-field radiation patterns and energies from different axisymmetrical seismic sources in a fluid-filled borehole are studied in detail under a low-frequency approximation. The range of low-frequency is discussed. The radiation patterns of the compressional and shear waves from different sources are numerically studied. The analytical expressions for the energies of the tube wave, the radiation compressional wave, and the radiation shear wave are derived. From the calculations we find that a point volume source emits almost all (>99%) its energy as tube wave which travels along the borehole and not out into the formation, and the radiation shear energy is greater than the radiation compressional energy. The radiation energy of the compressional and shear waves is greater in soft formation than in hard formation. The tangential stress source radiates all its energy into the formation as compressional and shear waves, while it does not excite the tube wave in a fluid-filled borehole, in addition, the radiation shear energy is about ten times greater than the radiation compressional energy. The radiation energies from a point volume source and a radial stress source are directly proportional to ω^4 , and the radiation energy from a tangential stress source is proportional to ω^2 . The array source constituted by identical individual source can much enhance the radiation energy.

Phase screen, fourth-order finite difference, and eigenfunction expansion calculations of scalar wave propagation in two dimensional (2-D) inhomogeneous media are compared to assess the accuracy of the phase screen method. The phase screen method is a forward propagation (one-way wave) algorithm. The finite difference and eigenfunction expansion calculations, which are solutions of full wave equation, are chosen as references in this study. Comparison of synthetic seismograms by phase screen and finite difference methods is made for four kinds of models: 1. multi-uniform-cylinder model, 2. Gaussian random media, 3. exponential random media, and 4. flicker-noise random media. Results show good agreement for weak random media (velocity perturbations $< 10\%$). For discrete heterogeneities, such as the multi-uniform-cylinder model, the results agree well for up to 50% deviation in velocities. The computer CPU time of the phase-screen program for a problem of grid size 1024×512 is 367 sec in a SUN SPARC station II, about 57 times faster than the FD program we used. For large 3D problems the time saving is expected to be much greater.

For a single cylinder scatterer with and without absorption, we compare synthetic seismograms by the phase screen method and by the eigenfunction method (exact solution). The agreement between the two methods demonstrates that the phase screen method can also give good results for inhomogeneous absorbing media.

The scattering and attenuation of compressional wave (P-wave) by a circular elastic cylinder with and without intrinsic attenuation are investigated. The analytical solutions for scattered and internal fields caused by a normally incident plane P-wave and normally incident cylindrical P-wave are derived. The corresponding acoustic cases are also given by letting the shear modulus either inside or outside the cylinder be equal to zero. In the Rayleigh wave scattering regime, the solutions agree with standard approximate solutions. Resonance scattering, radiation pattern, scattering cross section, and synthetic seismogram are calculated for both non-absorbing and absorbing cylinders. Results show that for scattered compressional and shear waves exist a series of resonance frequencies. For a given mode number m , either backscattered compressional or backscattered shear wave vanishes for some frequencies in the case of non-absorbing cylinder. However,

er the amplitudes of backscattered compressional and shear waves never become zero in the case of absorbing cylinder. In low frequency range ($ka < 1$), the radiation patterns from both non-absorbing and absorbing cylinders caused by incident plane P-wave and incident cylindrical P-wave are similar. In high frequency range ($ka > 10$), the radiation patterns and scattering cross sections of shear wave are much less than those of compressional wave. The narrow peaks of form functions and scattering cross sections that appear in the low velocity non-absorbing cylinder will disappear in the low velocity absorbing cylinder. The total fields are the superposition of the geometrically transmitted waves ($P_1P_2P_1$, $P_1P_2S_1$, and $P_1S_2S_1$) which go through the cylinder and diffracted waves (\hat{P}_1P_1 and $P_1\hat{P}_1S_1$) which propagate along the interface. The diffracted waves are little affected by the cylinder absorbing property. The first arrivals within shadow zone are diffracted wave $P_1\hat{P}_1S_1$ for a low velocity inclusion and transmitted wave $P_1P_2P_1$ for a high velocity inclusion. The amplitudes of scattered compressional waves are much greater than those of scattered shear waves ($ka > 1$).

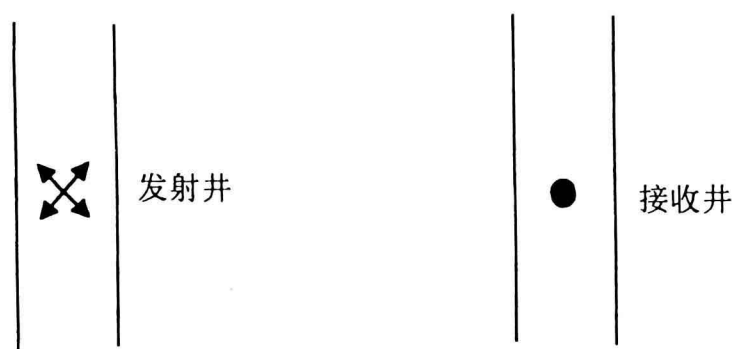
目 录

摘要	
Abstract	
第一章 评述	(1)
第二章 横向各向性多孔介质中地震波的传播	(3)
§ 2.1 摘要	(3)
§ 2.2 引言	(3)
§ 2.3 广义 Biot 理论	(3)
§ 2.4 波在横向各向同性多孔介质中的传播	(5)
§ 2.5 特征方程和准体波	(7)
§ 2.6 转换系数	(11)
§ 2.7 结论	(11)
§ 2.8 附录	(12)
第三章 井下震源和阵列震源的远场辐射花样和能量	(21)
§ 3.1 摘要	(21)
§ 3.2 引言	(21)
§ 3.3 波动方程	(22)
§ 3.4 点膨胀源和点膨胀阵列源	(23)
§ 3.5 经向应力源和经向应力阵列源	(32)

§ 3.6 切向应力源和切向应力阵列源	(36)
§ 3.7 结论	(37)
第四章 非均匀介质中合成地震图的快速算法及其与有限差分 和本征展开计算之比较	(41)
§ 4.1 摘要	(41)
§ 4.2 引言	(41)
§ 4.3 相位屏法、有限差分法以及带吸收圆柱精确解的简介	(42)
§ 4.4 圆柱、多圆柱及随机介质中波传播和散射合成地震图之比较	(46)
§ 4.5 结论	(48)
第五章 粘弹圆柱对弹性波散射和衰减的精确解: I.P 波入射	(77)
§ 5.1 摘要	(77)
§ 5.2 引言	(77)
§ 5.3 散射场和内部场的精确解	(78)
§ 5.4 低频极限情况和圆柱 P 波入射	(83)
§ 5.5 声学情况	(85)
§ 5.6 数值结果	(88)
§ 5.7 结论	(92)
§ 5.8 附录	(93)
第六章 基本总结与今后研究的设想	(157)
参考文献	(159)
博士生期间在期刊杂志上发表的论文	(167)
致射	(168)

第一章 评述

井间地震勘探是勘探地球物理中一很有前景的新方法,特别是对油田的后期开发显得更为重要。图 1 是井间地球物理勘探模型示意图。



源井中震源激发的声波经井内流体和井壁作用后进入地层,在地层中传播后到达接收器。由于井壁的边界耦合及地层结构的复杂性使得到达接收器的波列极其复杂,要得到好的成像结果,首先必需清楚波在这种复杂介质中的传播规律。

弹性波传播、散射和衰减是当前国际注目的前沿性基础研究。这一领域涉及地球物理学、声学、力学等各学科。国际核心期刊杂志,如美国声学杂志 (Journal of Acoustical Society of America), 美国地球物理杂志 (Geophysics), 美国应用物理杂志 (Journal of Applied Physics) 等有很多论文对这一领域开展讨论。也常有专辑出版,如中国科学院地球物理所吴如山教授和美国南加州大学 Aki 教授编辑的三卷本“地震波传播、散射和衰减” (Seismic Wave Propagation, Scattering and Attenuation, 1988, 1989, 1990), 美国哥化比亚大学 Stoll 教授的著作“沉积声学” (Sediment Acoustics, 1989) 以及美国天主教大学 Uberall 教授编辑的“声共振散射” (Acoustic Resonance Scattering, 1992) 等。这一领域的研究进展对应用地球物理和工程物理有重要影响。

油储地球物理是当今国内外油田后期开发的重要课题。中国科学院地球物理所刘光鼎院士和李幼铭教授领导的国家“八·五”重大科研项目“薄互层油储地球物理”已进入成果应用于油田实际阶段。本论文基于油储项目子课题“跨孔地震勘探”开展了四方面研究：(1) Biot 孔隙介质中波的传播；(2) 井下震源的辐射；(3) 相位屏法计算合成地震图；(4) 粘弹圆柱的散射和衰减。

研究弹性波传播、散射和衰减有解析方法和数值方法。解析方法是基于波动方程，求解满足波动方程的边值问题而分析波的传播规律。由于求解边值问题的复杂性使得解析法只适用于某些简单形状的边值问题，如层状、柱状和球状边值问题等。数值方法可应用于任何非均匀介质，但精确的数值计算要花费大量的计算时间和计算机内存(如有限差分法和有限元法)，从而阻碍了将其应用到许多兴趣的地球物理问题。为此人们发展了各种近似算法，如射线法和相位屏法等。

石油是储藏在孔隙介质中，对油储地球物理来说，孔隙介质中波传播研究是非常有意义的。基于各向异性多孔介质中的广义 Biot 理论和 Johnson 的动态渗透率和动态孔隙弯曲度公式，我们导出了各向同性多孔介质和横向各向同性多孔介质中波传播满足的特征方程。给出了准慢纵波、准慢横波、准 SV 波和 SH 波的解析速度公式，数值计算了四种波的频散射和衰减曲线。导出了准快纵波、准慢纵波和准 SV 波之间的耦合关系。

井下振源经井壁作用后产生能量重新分配，井孔辐射花样和辐射能量对井间成像有重要影响。计算结果表明点体积源辐射能量的 99% 在井内以管波形式传播，辐射进入地层的能量不到 1%，径向应力源辐射能量的 95% 在井内以管波形式传播(200Hz)，随着频率的增高，辐射进入地层的能量有明显增高。切向应力源在井内不激发管波，仅在地层中激发纵波和横波，辐射进入地层的纵波能量约为横波能量的 10%。N 个单源组成的阵列源的辐射能量是 N 个单个源单独辐射总能量的 N 倍。

有限差分法和有限元法能计算精确的理论地震图，但因计算时间和计算机内存的限制阻碍了将其应用到许多兴趣的地球物理问题。相位屏法是一种正向传播快速计算合成地震图的方法。对下面五种模型：(1) 多体圆柱模型；(2) 高斯随机介质；(3) 指数随机介质；(4) 自相似随机介质；(5) 吸收圆柱模型，我们比较了用相位屏法和有限差分法及精确解(解析解)计算的合成地震图，结果表明对速度摄动高到 50% 的分布非均匀介质和速度摄动小于 10% 的随机非均匀介质，相位屏法都能给出很好的结果，且大大节省计算时间。

弹性波由粘弹圆柱的散射是一与地球物理有关的基本物理声学问题。对于垂于入射到粘弹圆柱上的平面纵波，我们导出了散射场和内部场的解析表达式，对应的声学情况的解析表达式也被导出，数值计算了共振散射，散射截面，辐射花样和合成地震图，结果表明，在低频区域散射纵波能量和散射横波能量是可以比较的，在高频区域，散射纵波能量远大于散射横波能量。波场是通过圆柱的几何透射波和环绕圆柱的衍射波的迭加。对高速圆柱散射体，在阴影区域第一到达波是透射纵波，对低速圆柱散射体，在阴影区域第一到达波是衍射纵波。地层的吸收特性对衍射波影响较小。

第二章 横向各向同性多孔介质中的地震波

§ 2.1 摘要

基于各向异性多孔介质中的广义 Biot 理论 (Biot, J. Appl. Phys., 33, 1482–1498, 1962) 和 Johnson 等的动态渗透率和动态孔隙弯曲度公式 (Johnson, Koplik 和 Dashen, J. Fluid Mech., 176, 379–402, 1987), 我们导出了横向各向同性多孔介质中波传播满足的特征方程以及准快纵波、准慢纵波、准 SV 波和 SH 波的解析速度公式。数值计算了四种波对应的色散和衰减曲线。计算的色散和衰减曲线的临界频率高于 Schmitt 用均值化近似给出的临界频率 (Schmitt, J. Acoust. Soc. Am., 86, 2397–2421, 1989)。三种类型的准体波之间的耦合系数也被导出。

§ 2.2 引言

从 1941 年到 1978 年, Biot 出版了一系列关于波在各向同性多孔介质和横向各向同性孔介质中波传播的论文, 建了多孔介质中波传播的半唯像理论。现在通常称其为 Biot 理论, 或广义 Biot 理论。Biot 理论的重要特征是考虑了平均流体位移和平均固体位移之间的相对运动以及流体对波的吸收衰减。广义 Biot 理论还考虑了固体的各向异性和固体的吸收衰减。Biot 理论的主要贡献是预言慢纵波的存在。Biot 先驱工作预言的慢纵波在实验上由 Plona 和 Berryman 分别观察到, 带来了许多关于波在多孔介质中传播的论文。对各向同性多孔介质, 反射和透射系数, 简正模式, 格林函数和合成地震图已被研究。Biot 方程中的关键物理参数, 动态渗透率和孔隙弯曲度分别由 Auriault 等应用均值化处理技术和 Johnson 等引用特征长度概念构造。对横向各向同性多孔介质, 反射和透射系数, 简正模式, 格林函数和合成地震图也被研究。基于 Biot 理论和均值化近似, Schmitt 导出了特征方程、数值计算了三种准体波和 SH 波的色散和衰减曲线。详细研究了层状横向各向同性多孔介质中简正模式的色散和衰减。

基于 Biot 理论和 Johnson 等给出的动态渗透率和动态孔隙弯曲度公式, 我们研究了三种准体波和 SH 波的特征。第一部分概括了广义 Biot 理论; 第二部分给出各向同性多孔介质和横向各向同性多孔介质中波传播满足的波动方程; 第三部分导出了四种类型波的解析速度公式, 数值计算了对应的色散和衰减曲线; 第四部分给出了准快纵波, 准慢纵波准 SV 波之间的转换系数; 第五部分是结论。

§ 2.3 广义 Biot 理论

广义 Biot 理论研究波在各向异性多孔介质中的传播。本文将仅分析波在横向各向同性多孔弹性介质中波的传播, 基于粘弹介质中波传播的对应原理我们能扩充横向各向同性多孔弹性介质到横向各向同性多孔粘弹介质。

Biot 给出应力-应变关系为:

$$\sigma_{ij} = A_{ijkl} e_{kl} + M_{ij} \xi$$

$$\begin{aligned}
p &= M_{ij} e_{ij} + M \xi \\
e_{ij} &= \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \\
w_i &= \beta (U_i - u_i) \\
\zeta &= -w_{i,j} \\
A_{ijkl} &= A_{jikl} = A_{klij} \\
M_{ij} &= M_{ji}
\end{aligned} \tag{2.1}$$

这里 u_i, U_i 和 w_i 表示骨架、流体和流体相对于固体的第 i 个平均位移分量, p, e_{ij} 和 σ_{ij} 分别表示空隙中流体压力、固体中的应变张量和介质的总应力。 β 表示饱和流体孔隙度, A_{ijkl}, M_{ij} 和 M 表示各向异性多孔介质中 28 个独立的弹性系数。张量标记 $u_{i,j}$ 表示 $\partial u_i / \partial x_j$, 爱因斯坦求和哑标被使用。

对横向各向同性多孔介质, 应力-应变为:

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr} &= (2B_1 + B_2)e_{rr} + B_2 e_{\theta\theta} + B_3 e_{zz} + B_6 \xi \\
\sigma_{\theta\theta} &= B_2 e_{rr} + (2B_1 + B_2)e_{\theta\theta} + B_3 e_{zz} + B_6 \xi \\
\sigma_{zz} &= B_3 e_{rr} + B_3 e_{\theta\theta} + B_4 e_{zz} + B_7 \xi \\
\sigma_{\theta z} &= 2B_5 e_{\theta z} \\
\sigma_{rz} &= 2B_5 e_{rz} \\
\sigma_{r\theta} &= 2B_1 e_{r\theta} \\
p &= B_6 e_{rr} + B_6 e_{\theta\theta} + B_7 e_{zz} + B_8 \xi
\end{aligned} \tag{2.2}$$

这里 $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7$ 和 B_8 是 8 个独立的弹性系数。

对各向同性多孔介质, 应力-应变关系为:

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr} &= H e_{rr} + (H - 2\mu)(e_{\theta\theta} + e_{zz}) - C \xi \\
\sigma_{\theta\theta} &= (H - 2\mu)(e_{rr} + e_{zz}) + H e_{\theta\theta} - C \xi \\
\sigma_{zz} &= (H - 2\mu)(e_{rr} + e_{\theta\theta}) + H e_{zz} - C \xi \\
\sigma_{\theta z} &= 2\mu e_{\theta z} \\
\sigma_{rz} &= 2\mu e_{rz} \\
\sigma_{r\theta} &= 2\mu e_{r\theta} \\
p &= -C(e_{rr} + e_{\theta\theta} + e_{zz}) + M \xi
\end{aligned} \tag{2.3}$$

这里 H 、 C 、 μ 和 M 是 4 个独立的弹性系数。

选择 u_i 和 w_i 作为广义坐标而应用拉格朗日方程, 在频率区域一般的各向异性情况的波动方程为

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \Lambda_{ijkl} (u_{k,lj} + u_{l,kj}) - M_{ij} w_{k,kj} &= -\omega^2 (\rho u_i + \rho_f w_i) \\ -\frac{1}{2} M_{kj} (u_{k,jl} + u_{j,kl}) + M w_{i,l} &= -\omega^2 [\rho_f u_i + r_{ij}(\omega) w_j] \end{aligned} \quad (2.4)$$

这里

$$\begin{aligned} r_{ij}(\omega) &= m_{ij} + i \frac{b_{ij}(\omega)}{\omega} \\ b_{ij}(\omega) &= \eta R_{ij}(\omega) \\ m_{ij} &= \frac{\alpha_{ij}(\omega) \rho_f}{\beta} \\ \rho &= (1 - \beta) \rho_s + \beta \rho_f \\ [R_{ij}(\omega)]^{-1} &= [K_{ij}(\omega)] \end{aligned} \quad (2.5)$$

这里 $k_{ij}(\omega)$ 和 $\alpha_{ij}(\omega)$ 表示动态渗透率和动态孔隙弯曲度, η 表示流体粘滞系数, ρ_s 和 ρ_f 表示骨架和流体密度, m_{ij} 表示对称的耦合质量系数, ω 表示角频率。

方程 (2.4) 给出了六个未知矢量分量的一般的各向异性多孔介质波动方程。带方程 (2.2) 进入方程 (2.4) 列们能导出横向各向同性多孔介质的波动方程。

§ 2.4 横向各向同性多孔介质中的波动方程

§ 2.4.1 动态渗透率和孔隙弯曲度

仿 Schmitt 的分析, 我们假定横向各向同性骨架和复渗透率张量的主轴平行于 Z 轴 (垂直方向), 复动态渗透率张量在主基方向是对角的而与 Schmitt 论文式 (15) 有相同表示。

我们分别称 $k_1(\omega)$ 和 $k_3(\omega)$ 为水平和垂直动态渗透率。类似于 Schmitt 扩充 Auriolt 等的各向同性多孔介质动态渗透率, 我们扩充 Johnson 等的各向同性多孔介质动态渗透率和动态孔隙弯曲度到横向各向同性多孔介质, 这样有:

$$\alpha_l(\omega) = \alpha_l(\infty) + \frac{i\eta\beta}{\omega K_l(0)\rho_f} \left[1 - \frac{4i\alpha_l^2(\infty)K_l^2(0)\rho_f\omega}{\eta\Lambda_l^2\beta^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$K_l(\omega) = \frac{K_l(0)}{\left[1 - \frac{4i\alpha_l^2(\infty)K_l^2(0)\rho_f\omega}{\eta\Lambda_l^2\beta^2}\right]^2 - \frac{i\alpha_l(\infty)K_l(0)\rho_f\omega}{\eta\beta}} \quad (2.6)$$

($l = 1, 2, 3$)

这里 α_l 表示动态孔隙弯曲度,其是无量纲量。 α_1 和 $\alpha_2(\alpha_1 = \alpha_2)$ 表示水平孔隙弯曲度, α_3 表示垂直孔隙弯曲度, Λ_1 表示特征长度。 Λ_1 和 $\Lambda_2(\Lambda_1 = \Lambda_2)$ 表示水平特征长度, Λ_3 表示垂直特征长度。通常, α_l, Λ_l 和 k_l 是无关的独立可测量,为了便于同 Schmitt 结果比较我们取

$$\frac{8\alpha_l(\infty)k_l(0)}{\beta\Lambda_l^2} = 1 \quad (2.7)$$

代方程(2.6)进入方程(2.5)我们有

$$\begin{aligned} b_1(\omega) &= \frac{\eta}{K_1(\omega)} \\ b_3(\omega) &= \frac{\eta}{K_3(\omega)} \\ m_1(\omega) &= \alpha_1(\omega)\frac{\rho_f}{\beta} \\ m_3(\omega) &= \alpha_3(\omega)\frac{\rho_f}{\beta} \\ r_1(\omega) &= m_1(\omega) + i\frac{b_1(\omega)}{\omega} \\ r_3(\omega) &= m_3(\omega) + i\frac{b_3(\omega)}{\omega} \end{aligned} \quad (2.8)$$

对各向同性多孔介质,方程(2.8)可化为:

$$\begin{aligned} b(\omega) &= \frac{\eta}{K(\omega)} \\ m(\omega) &= \alpha(\omega)\frac{\rho_f}{\alpha} \\ r(\omega) &= m(\omega) + i\frac{b(\omega)}{\omega} \end{aligned} \quad (2.9)$$

§ 2.4.2 柱坐标下的波动方程

基于方程(2.2)和方程(2.4)我们能导出柱坐标下在频率域横向各向同性多孔介质满

足的波动方程(附录 A)。从附录 A 我们知横向各向同性多孔介质含有 18 个系数: 8 个弹性系数, $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7$ 和 B_8 ; 流体孔隙度 β , 粘滞系数 η , 流体密度 ρ_f 和固体密度 ρ_s , 水平和垂直渗透率 $k_1(0)$ 和 $k_3(0)$, 水平和垂直孔隙弯曲度 $\alpha_1(\infty)$ 和 $\alpha_3(\infty)$, 水平和垂直特征长度 Λ_1 和 Λ_3 。8 个弹性系数可由骨架弹性系数 C_{ijkl} , 固体颗粒体积模量 K_r 和流体体积模量 K_f 表示(附录 B)。

对各向同性多孔介质我们有

$$\begin{aligned} \mu \nabla^2 \vec{u} + \nabla [(H - \mu) \nabla \cdot \vec{u} - C\xi] &= -\omega^2 (\rho_f \vec{u} + \rho_s \vec{w}) \\ \nabla (C \nabla \cdot \vec{u} - M\xi) &= -\omega^2 [\rho_f \vec{u} + r(\omega) \vec{w}] \end{aligned} \quad (2.10)$$

方程(2.10)包含 10 个参数: 4 个弹性系数 μ, H, C 和 M , 流体孔隙度 β 和粘滞系数 η , 流体密度 ρ_f 和骨架密度 ρ_s , 渗透率 $k(0)$ 和孔隙弯曲度 $\alpha(\infty)$ 。弹性系数 C, H 和 M 可由 k_r, β, k_f 和 k_b (固体骨架模量)表示(附录 B)。

§ 2.5. 特征方程和准体波

§ 2.5.1 各向同性多孔介质

引进纵波势 ϕ , 垂直偏振横波势和水平偏振横波势 Ψ , 骨架相和流体相分别由下标 s 和 f 表示, 我们有

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \nabla \Phi_s + \nabla \times (\Psi_s \vec{e}_z) + \nabla \times \nabla \times (\Gamma_s \vec{e}_z) \\ \vec{w} &= \nabla \Phi_f + \nabla \times (\Psi_f \vec{e}_z) + \nabla \times \nabla \times (\Gamma_f \vec{e}_z) \end{aligned} \quad (2.11)$$

而令

$$\begin{aligned} \vec{u} &= \nabla \Phi_s + \nabla \times \vec{H}_s \\ \vec{w} &= \nabla \Phi_f + \nabla \times \vec{H}_f \end{aligned} \quad (2.12)$$

这里 \vec{H}_s 和 \vec{H}_f 分别表示骨架相和流体相横波势函数。代方程(2.12)入方程(2.10)我们有

$$\begin{aligned} \Phi_s &= \Phi_{s1} + \Phi_{s2} \\ \Phi_f &= \zeta_1(\omega) \Phi_{s1} + \zeta_2(\omega) \Phi_{s2} \\ \vec{H}_f &= x'(\omega) \vec{H}_s \\ \zeta_i(\omega) &= -\frac{1}{v_i^2} \frac{HM - C^2}{Cr(\omega) - \rho_f M} + \frac{\rho_f M - \rho_f C}{Cr(\omega) - \rho_f M} \\ x'(\omega) &= -\frac{\rho_f}{r(\omega)} \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$v_i = \left[\frac{\Delta \pm \sqrt{\Delta^2 - 4[\rho r(\omega) - \rho_f^2](HM - C^2)}}{2[\rho r(\omega) - \rho_f^2]} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (i = 1, 2)$$

$$\Delta = \rho M + Hr(\omega) - 2\rho_f C$$

$$v_3 = \left[\frac{\mu}{\rho - \frac{\rho_f}{r(\omega)}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

这里 v_1 、 v_2 和 v_3 分别表示快纵波、慢纵波和横波速度。对应的色数和衰减曲线由方程 (2.13) 计算。

§ 2.5.2 横向各向同性多孔介质

在柱坐标下骨架位移势函数通解为：

$$\begin{aligned} \Phi_s &= A_{s1} e^{\alpha z} J_m(kr) \cos m\theta \\ \Psi_s &= A_{s2} e^{\alpha z} J_m(kr) \sin m\theta \\ \Gamma_s &= A_{s3} e^{\alpha z} J_m(kr) \cos m\theta \end{aligned} \quad (2.14)$$

在方程 (2.14) 中用下标 r 取代下标 s 得流体位移势函数通解。这里 $\alpha^2 = k^2 - \omega^2 / v_i^2$ ， v_i 和 k 分别是体波速度和径向波数。 A_{s1} 、 A_{s2} 、 A_{s3} 、 A_{r1} 、 A_{r2} 和 A_{r3} 是径向波数 k 和角频率 ω 的加权函数。 J_m 是第一类 m 阶贝塞尔函数。

代柱坐标下势函数表达的位移入附录 A 波动方程得六个方程，方程的非零解表示特征方程，即

SH 波

$$\begin{aligned} \alpha^2 &= \frac{B_1 k^2 - \omega^2 (\rho - \frac{\rho_f}{r_1})}{B_5} \\ A_{r2} &= x(\omega) A_{s2} \\ x(\omega) &= -\frac{\rho_f}{r_1} \end{aligned} \quad (2.15)$$

QP1-QP2-SV 波

$$(\Omega)(A_{s1}, A_{s3}, A_{r1}, A_{r3})^T = (0, 0, 0, 0)^T \quad (2.16)$$

这里 Ω 是 4×4 矩阵(附录 C), 经繁锁代数运算后方程(2.16)成为

$$D_1 \alpha^6 + \alpha^4 (D_2 \omega^2 + D_3 k^2) + \alpha^2 (D_4 k^4 + D_5 \omega^2 k^2 + D_6 \omega^4) + D_7 \omega^6 + D_8 \omega^4 k^2 + D_9 \omega^2 k^4 + D_{10} k^6 = 0$$

这里

$$\begin{aligned} D_1 &= r_1 B_5 (B_4 B_8 - B_7^2) \\ D_2 &= (\rho r_1 - \rho_f^2) (B_4 B_8 - B_7^2) + r_1 B_5 (B_4 r_3 + B_8 \rho + 2B_7 \rho_f) \\ D_3 &= r_3 B_5 (B_7^2 - B_4 B_8) + r_1 [2B_5 (B_3 B_8 - B_6 B_7) + B_3 (B_3 B_8 - 2B_6 B_7) \\ &\quad + B_7^2 (2B_1 + B_2) + B_4 [B_6^2 - B_8 (2B_1 + B_2)]] \\ D_4 &= r_1 B_5 [(2B_1 + B_2) B_8 - B_6^2] + r_3 [2B_6 (B_6 B_7 - B_3 B_8)] \\ &\quad + B_3 (2B_6 B_7 - B_3 B_8) + B_4 [(2B_1 + B_2) B_8 - B_6^2] - (2B_1 + B_2) B_7^2 \\ D_5 &= -B_5 B_8 (\rho r_3 + \rho r_1 - 2\rho_f^2) - \rho r_3 (B_4 B_8 - B_7^2) \\ &\quad - \rho r_1 [(2B_1 + B_2) B_8 - B_6^2] - 2\rho_f^2 [B_6 B_7 - B_8 (B_3 + B_5)] + 2\rho_f r_1 [B_7 (B_3 + B_5) \\ &\quad - B_4 B_6] \\ &\quad - \rho r_1 [-B_6 (B_3 + B_5) + B_7 (2B_1 + B_2)] - r_1 r_3 [B_4 (2B_1 + B_2 - 2B_3 B_5)] \quad (2.17) \\ D_6 &= (\rho r_1 - \rho_f^2) (r_2 B_4 + \rho B_8 + 2\rho_f B_7) + r_1 B_5 (\rho r_3 - \rho_f^2) \\ D_7 &= (\rho r_1 - \rho_f^2) (\rho r_3 - \rho_f^2) \\ D_8 &= [2\rho_f B_6 + r_1 (2B_1 + B_2) + \rho B_8] (\rho_f^2 - \rho r_3) + r_3 B_5 (\rho_f^2 - \rho r_1) \\ D_9 &= (\rho r_3 - \rho_f^2) [(2B_1 + B_2) B_8 - B_6^2] + r_3 B_5 [r_1 (2B_1 + B_2) + \rho B_8 + 2\rho_f B_6] \\ D_{10} &= r_3 B_5 [B_6^2 - B_8 (2B_1 + B_2)] \end{aligned}$$

考虑沿 θ 方向传播的波($\theta=0$ 方向是垂直方向)方程(2.15)成为

$$v_3 = \left[\frac{B_1 \sin^2 \theta + B_5 \cos^2 \theta}{\rho - \frac{\rho_f^2}{r_1}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.18)$$

方程(2.17)为