

名校名师

高考辅导

金钥匙

数学

家庭辅导教师

傅以伟 董 力 凌文伟 编著
刘绍贞 肖国有

中国电影出版社

MINGXIAO MINGSHI GAOKAO FUDAO JINYAOSHI

MINGXIAO MINGSHI GAOKAO FUDAO JINYAOSHI

名校名师高考辅导

金钥匙

董力 主编
李天林 审

傅以伟 董力 凌文伟 刘绍贞 肖国有 编著

数学

家庭辅导教师

图书在版编目(CIP)数据

名校名师高考辅导金钥匙:数学家庭辅导教师/董力主编. -北京:中国电影出版社,1996

ISBN 7-106-01177-0

I. 名… II. 董… III. 数学课-高中-升学参考资料
IV. G634.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 20313 号

责任编辑:潜 兴

封面设计:赵一东

版式设计:徐淑华

责任校对:洁 莹

名校名师高考辅导金钥匙

——数学家庭辅导教师

中国 电 影 出 版 社 出 版 发 行

(北京北三环东路 22 号)

北京丰华印刷厂印刷 新华书店经销

开本 850×1168 毫米 1/32 印张:19.125 插页 2

字数 470000 印数:10000 册

1997 年 4 月第 1 版北京第 1 次印刷

ISBN 7-106-01177-0/G · 0337 定价:20.00 元

前 言

《名校名师高考辅导金钥匙——数学家庭辅导教师》旨在帮助高中毕业班把关老师及广大高中毕业生在有限的复习时间内，科学地、有效地安排好复习，收到事半功倍的效果。

本书将闻名全国，并在历届高考中成绩突出的北京四中几位多年从事高考把关老师的宝贵经验传授给每一个读者。本书根据国家教委制定的《普通高等学校招生全国统一考试〈数学科说明〉》编写，内容充实，实用性、针对性强，能帮助老师同学们有计划、有重点、系统地进行高中数学总复习，此书就像请了一位有经验的数学家庭教师，就像找到了一把开启高考数学复习硬锁的金钥匙。

本书是由北京四中高级教师傅以伟、董力、凌文伟、肖国友及北京市西城区教研中心教研员、高级教师刘绍贞等编写。在每讲课程中，从内容上

能抓住高中数学的重点、难点设立专题辅导，既有知识点、解题思路方法的辅导，又有精选的例题、专题测试及全章测试。使读者在弄清概念的
内涵和公理、定理、法则、公式的来龙去脉及掌握各部分知识的内在联系的基础上，通过例题的分析达到对中学数学基础知识、基本技能、基本方法和高考经常考查的基本数学思想的复习。本书对每个专题设有“知识网络简析”及“数学思想方法和能力要求”部分，使读者不仅对该专题能掌握，同时又可以从较高的数学思想方法上领会要点，开扩思路，起到画龙点睛的作用。另外适量的结合近年高考最新题型的编写，及分层次的专题测试和全章测试促使“三基”和基本数学思想方法的落实。通过学习本书定能提高读者的数学运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力，以及运用所学数学知识和方法，分析问题和解决问题的能力。以适应高考数学“出活题，考能力”的要求。

编者 董力

1996年8月

目 录

第一部分 代 数

第一章 集合与函数.....	3
辅导要求.....	3
辅导专题.....	4
第一专题 集合.....	4
第二专题 函数一般理论	12
第三专题 具体函数	24
第一章全章测试题	41
第二章 不等式	48
辅导要求	48
辅导专题	48
第一专题 不等式的性质	48
第二专题 不等式的证明	59
第三专题 不等式的解法	80
第四专题 不等式的应用	98
第二章全章测试题.....	112
第三章 数列、数学归纳法、数列的极限.....	120

辅导要求.....	120
辅导专题.....	120
第一专题 等差数列和等比数列.....	120
第二专题 特殊数列求和问题.....	138
第三专题 数学归纳法.....	147
第四专题 数列的极限.....	159
第三章全章测试题.....	169
第四章 复数	177
辅导要求.....	177
辅导专题.....	177
第一专题 复数的有关概念及三角形式.....	177
第二专题 复数的运算和应用.....	190
第四章全章测试题.....	208
第五章 排列, 组合, 二项式定理	214
辅导要求.....	214
辅导专题.....	214
排列, 组合, 二项式定理.....	214
第五章全章测试题.....	224

第二部分 平面三角

第一章 三角函数式的恒等变形	231
辅导要求.....	231
辅导专题.....	231
第一专题 三角函数的基本概念.....	231
第二专题 三角函数变换公式.....	239

第三专题 三角恒等式的证明·····	254
第四专题 三角形中的恒等式·····	263
第一章全章测试题·····	273
第二章 三角函数与反三角函数的性质及其图像·····	278
辅导要求·····	278
辅导专题·····	279
第一专题 三角函数的性质·····	279
第二专题 三角函数的图像·····	294
第三专题 反三角函数·····	302
第四专题 简单三角方程·····	313
第二章全章测试题·····	321

第三部分 立体几何

第一章 直线和平面·····	331
辅导要求·····	331
辅导专题·····	332
第一专题 平面、空间两条直线·····	332
第二专题 空间直线和平面·····	340
第三专题 空间两个平面·····	351
第四专题 角和距离·····	360
第一章全章测试题·····	375
第二章 多面体和旋转体·····	385
辅导要求·····	385
辅导专题·····	385
第五专题 多面体·····	385

第六专题 旋转体.....	398
第七专题 多面体和旋转体综合题.....	412
第二章全章测试题.....	

第四部分 解析几何

第一章 直线	435
辅导要求.....	435
辅导专题.....	435
第一专题 直角坐标系中的基本度量的坐标式.....	435
第二专题 直角坐标系中直线的方程.....	445
第一章全章测试题.....	462
第二章 圆锥曲线	467
辅导要求.....	467
辅导专题.....	468
第一专题 直角坐标系中圆的方程及点、线、 圆的位置关系.....	468
第二专题 椭圆、双曲线、抛物线的定义、 性质及方程.....	481
第三专题 坐标轴平移的应用.....	501
第二章全章测试题.....	509
第三章 参数方程和极坐标	516
辅导要求.....	516
辅导专题.....	516
第一专题 常见曲线的参数方程及应用.....	516
第二专题 极坐标、曲线的极坐标方程及应用.....	530

第三章全章测试题·····	540
---------------	-----

附 录

第一部分 高考试题

1995年普通高等学校招生全国统一考试数学（理工农医类）	
试题答案及评分标准·····	549
1995年普通高等学校招生全国统一考试数学（文史类）	
试题答案及评分标准·····	564
1996年普通高等学校招生全国统一考试数学（理工农医类）	
试题答案及评分标准·····	575
1996年普通高等学校招生全国统一考试数学（文史类）	
试题答案及评分标准·····	590
第二部分 1997 年高考数学复习的建议 ·····	603

第一部分 代数

第一章 集合与函数

辅导要求

1. 理解集合、子集、交集、并集、补集的概念，了解空集和全集的意义，了解属于、包含、相等关系的意义，能掌握有关的术语和符号，能正确地表示一些较简单的集合。

2. 了解映射的概念，在此基础上理解函数及其有关的概念，掌握互为反函数的函数图像间的关系。

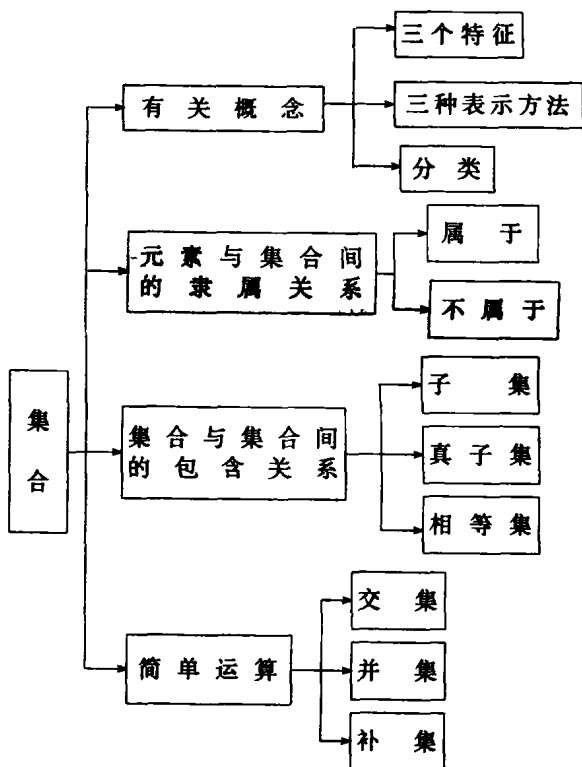
3. 理解函数的单调性和奇偶性的概念，并能判断一些简单函数的单调性和奇偶性，能利用函数的奇偶性与图像的对称性的关系描绘函数图像。

4. 掌握幂函数、指数函数、对数函数的概念及图像和性质，并会解简单的指数方程和对数方程。

第一专题 集合

一 知识网络简析

(一) 知识网络



(二) 知识网络简析

1. 集合是一个不定义概念，我们只能描述如下：某些指定的对象的全体构成一个集合。

(1) 作为集合，必须具备以下三个特征：

确定性——对任何一个对象，都能判断它是否属于这个集合。
“属于”或“不属于”对任何一个对象和确定的集合来讲，二者必居其一，且仅居其一。

互异性——任何一个集合中，任何两个对象都是互不相同的。

无序性——集合中的元素是没有顺序关系的。

(2) 集合的表示方法，一般有下列三种：

列举法——把集合中所有元素一一列举出来，并写在大括号内，如 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 。

描述法——把集合中元素的共同属性描述出来，写在大括号内。例如 $\{\text{小于} 5 \text{ 的正数}\}$ ，或 $\{x | 0 < x < 5\}$ ，其中竖线“|”前面的小写字母表示集合中的元素，竖线后面写出元素所具有的共同性质。

区间表示法——当集合由实数组成时，可表成区间，如 $\{x | 0 < x < 5\} = (1, 5)$ 表示 1 和 5 之间的所有实数。 $(1, 5)$ 表示不包括 1 和 5，称开区间， $[1, 5)$ 表示包括 1，而不包括 5，称半开半闭区间， $[1, 5]$ 包括 1 和 5，称闭区间。

(3) 集合按其中元素个数分类，可分成无限集、有限集和空集。

2. 元素与集合之间的隶属关系。元素 x 是集合 A 的元素，称 x 属于 A ，记 $x \in A$ ；否则， x 不属于 A ，记 $x \notin A$ 或 $x \bar{\in} A$ 。

3. 集合与集合间的包含关系。

子集——若 $x \in A$ ，则 $x \in B$ ，称 A 是 B 的子集，记作 $A \subseteq B$ ，子集具有传递性：若 $A \subseteq B$ ， $B \subseteq C$ 则 $A \subseteq C$ ；

真子集——若 $A \subseteq B$, 且存在 $y \in B$ 且 $y \notin A$, 则 A 是 B 的真子集, 记作 $A \subset B$. 真子集也有传递性.

相等集——若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, 则 $A = B$.

空集是任何集合的子集, 是任意非空集合的真子集.

4. 集合的运算.

(1) 交集—— $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$, 即由集合 A 和 B 的公共元素组成的集合.

(2) 并集—— $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$, 即由 A 和 B 的所有元素 (重复者只取一次) 组成的集合.

(3) 补集——设 I 为全集, $A \subseteq I$, 则 $\bar{A} = \{x | x \in I \text{ 且 } x \notin A\}$, 叫做 A 的补集.

(4) 交、并、补集的基本性质:

$$A \cap A = A$$

$$A \cup A = A$$

$$A \cap B = B \cap A$$

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

$$A \cup \emptyset = A$$

$$A \cap I = A$$

$$A \cup I = I$$

$$A \cap \bar{A} = \emptyset$$

$$A \cup \bar{A} = I$$

$$\bar{\bar{A}} = A$$

$$\overline{\emptyset} = I$$

$$\bar{I} = \emptyset$$

$$\emptyset \subseteq A \cap B \subseteq A \subseteq A \cup B, \emptyset \subseteq A \cap B \subseteq B \subseteq A \cup B$$

(5) 有限集合中元素的个数.

$$n(A) + n(B) = n(A \cup B) + n(A \cap B).$$

$n(A)$ 表示集合 A 中元素的个数.

5. 常用数集及其特定符号

N ——自然数集 Z ——整数集

Q ——有理数集 R ——实数集

C ——复数集.

Z^+ 表示正整数集, R^- 表示负实数集.

6. 集合的示意图——文氏图 (韦恩图)

通常用一条封闭曲线（一般用圆或矩形）表示一个集合。

二 典型例题解析与思想方法、能力要求

（一）典型例题解析

例1 已知 $A = \{1, y, \lg xy\}$, $B = \{0, |x|, y\}$, 若 $A = B$, 求 x, y 的值.

分析 由于两集合中 y 是共同元素, 又 $1 \neq 0$

$\therefore$ 只能是 $\lg xy = 0$

解 $\because A = B$

$$\therefore \begin{cases} \lg xy = 0 \\ |x| = 1 \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} xy = 1 \\ |x| = 1 \end{cases}$$

解之得 $x = y = 1$ 或 $x = y = -1$

根据集合元素的互异性 $x = y = -1$.

例2 设 $A = \{x | 1 - 2x - 3x^2 > 0\}$, $B = \{x | x > a, a \in \mathbb{R}\}$, 若 $A \subseteq B$, 求 a 的取值范围.

分析 A, B 是两个数集, 可在数轴上表示出它们的关系, 而后求得结果.

解 画数轴, 在数轴上表示 A, B 和它们的关系: $A = (-1, \frac{1}{3})$, $B = (a, +\infty)$, 又 $A \subseteq B$

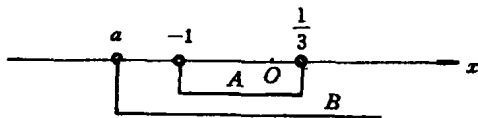


图 1-1-1

$\therefore a \leq -1$.

例3 已知 $A = \{-3, a^2, 1+a\}$, $B = \{a-3, a^2+1, 2a-1\}$, 且 $A \cap B = \{-3\}$, 求 $A \cup B$.