

全国高等学校管理科学与工程类专业规划教材

随机运筹学

胡奇英 编著

Stochastic Operations
Stochastic Operations
Research
Research

清华大学出版社

全国高等学校管理科学与工程类专业规划教材

随机运筹学

胡奇英 编著

Stochastic Operations
Stochastic Operations
Research
Research

清华大学出版社
北 京

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

随机运筹学/胡奇英编著. —北京:清华大学出版社,2012.5

(全国高等学校管理科学与工程类专业规划教材)

ISBN 978-7-302-28449-9

I. ①随… II. ①胡… III. ①随机—运筹学—高等学校—教材 IV. ①O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 061379 号

责任编辑:贺 岩

封面设计:赵梅秋

责任校对:宋玉莲

责任印制:杨 艳

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社总机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者:北京四季青印刷厂

装 订 者:三河市兴旺装订有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×230mm 印 张:20.25 字 数:430 千字

版 次:2012 年 5 月第 1 版 印 次:2012 年 5 月第 1 次印刷

印 数:1~4000

定 价:38.00 元

产品编号:043791-01

前言 FOREWORD

在本书中,我们主要讨论随机运筹学的四部分内容:排队论与排队网络、马氏决策过程、库存论和可靠性数学。

排队论是针对排队现象的一种理论,它用于描述、分析、设计、控制排队系统。其重点在于对排队系统的分析,以获取系统的性能指标,在此基础上设计与控制系统。

马氏决策过程用于描述与解决随机(马氏型)动态决策问题,这类问题广泛存在,任何一个系统的动态控制,往往是一个动态决策问题,当其前后的影响是马尔可夫问题的时候,就可以用马氏决策过程来描述与解决。一个区域或一个国家的经济控制,一台设备或一家企业的运行与控制,库存系统的控制,服务系统的控制,个人的动态行为与决策等,都是动态决策或动态控制。所以,马氏决策过程是一种方法,用于马氏型动态决策或控制问题。与之不同,排队论、库存论和可靠性数学分别是讨论排队问题、库存问题、可靠性问题的理论。

库存论是针对存储现象的一种理论,它用于描述、分析、设计、控制库存系统。其重点在于对库存系统进行控制,以在满足需求的前提下使总的费用达到最小。分析与设计在库存论中并非重点,对库存系统的分析,也是在某种策略下对其进行分析,性能指标单一,主要就是总费用,或者单位时间总费用。

可靠性数学针对机器或人类的寿命及其故障后的恢复问题,它用于描述、分析、设计、控制部件/设备/机器/系统的寿命、故障。其重点是系统整体的可靠性与其组成单元的可靠性之间的关系。与排队论一样,可靠性数学也关注系统故障后如何维修或更换,以使总成本达到最低的控制问题。

排队问题、库存问题、可靠性问题中都存在着大量的动态决策问题,所以,马氏决策过程可以用于解决这些问题。

阅读本书需要概率论的一些基础知识,所需的随机过程知识,则在本书的最后一章中给出。

1984年,本人攻读硕士研究生时的研究方向是随机运筹学,当时系统地学习了关于排队论、马氏决策过程、库存论和可靠性数学等方面的知识,业余时间也大量阅读这方面的书籍与论文。近10余年来,我又在西安电子科技大学、上海大学、复旦大学任教,先后给本科生、研究生讲授《随机运筹学》课程。在上海大学与复旦大

学印刷过《随机运筹学》讲义的多个版本。每次讲课我都会不断地改进讲义,并将我的新研究与新理解融合进去。本书就是在这个基础上写成的。

人的一生很重要的两部分内容:一是生活;一是工作。一直以来我都觉得,如果我们能够将所学的知识,运用到我们的生活、工作中去,那就是真正的学会了、学好了。

本书最早版本的讲义是在 2005 年完成于上海大学,2007 年在复旦大学管理科学系讲课时,胡鉴阳同学曾鼓励我正式出版,直到 2011 年清华大学出版社的编辑贺岩女士联系我时,我才决定出版。本书的出版得到复旦大学管理科学系的资助,在此表示感谢。

我的父亲曾经当过中学数学老师,我总觉得我们姐弟的数学才能来自于父亲。父亲后来去工厂工作,是厂里的一支笔。孩时看到父母的床上刻着的“能文能武”,就想到文理兼收,将“武”解释为理科。那时,母亲一直在地里忙碌,全年只有正月初一时休息;父亲从县城的厂里返休一回到家,就扛着锄头下地去了,从未曾听他们说过“苦”。这也是我一直未曾感觉到过苦的理由吧。没有苦,就剩下甜了。谨以此书献给我的父亲胡根木、母亲章秀珍。

胡奇英

2012 年 3 月 30 日

目 录 CONTENTS

第 1 章	引 论	1
第 2 章	排队论	5
2.1	引 言	5
2.2	排队系统的组成	8
2.2.1	顾客源	8
2.2.2	到达过程	8
2.2.3	排队过程	10
2.2.4	服务过程	12
2.2.5	离去过程	12
2.2.6	排队系统的记号	13
2.3	排队系统中的问题	15
2.3.1	四类基本问题	15
2.3.2	排队系统性能指标	17
2.3.3	性能指标间的关系	19
2.4	$M/M/1$ 系统的分析	20
2.4.1	刻画系统的过程	21
2.4.2	求系统的性能指标值	23
2.4.3	等待时间分布	26
2.5	$M/M/K$ 系统的分析	28
2.5.1	$M/M/K$ 系统的分析	28
2.5.2	$M/M/K/N$ 系统分析	34
2.5.3	有限源排队：机器的故障与修理问题	35
2.6	$M/G/1$ 和 $G/M/1$ 排队系统的分析	37
2.6.1	$M/G/1$ 排队系统的分析	37
2.6.2	$G/M/1$ 排队系统的分析	44
2.7	排队系统的优化设计	48

2.7.1	现有系统的建模与分析	49
2.7.2	排队系统的成本分析与优化	50
2.8	排队系统的静态到达率控制	55
2.9	应用排队论时需要考虑的若干问题	58
2.9.1	其他排队系统	58
2.9.2	选择一个合适的模型	59
2.9.3	灵敏度分析	60
练习题		60
第3章 排队网络		63
3.1	指数密闭排队网络	64
3.2	指数开放排队网络	68
3.3	混合排队网络	74
练习题		78
第4章 马尔可夫决策过程		79
4.1	单阶段决策	79
4.2	多阶段动态决策(动态规划)	82
4.2.1	动态决策的模型	82
4.2.2	最优性原理	84
4.2.3	供应链中的 Nash 谈判	90
4.3	马尔可夫决策过程: 有限阶段	91
4.3.1	模型	92
4.3.2	最优方程与最优策略	94
4.3.3	一个期权执行问题	98
4.3.4	最优选择	100
4.3.5	产品定价	103
4.4	无限阶段折扣准则	104
4.4.1	模型	104
4.4.2	最优方程与最优策略	105
4.4.3	逐次逼近法	109
4.4.4	线性规划法	111
4.4.5	一个期权执行问题	114
4.4.6	最优停止问题	115
4.4.7	序贯搜寻	120

4.4.8 动态资产定价	121
4.5 平均准则	124
4.5.1 模型	124
4.5.2 最优方程与最优策略	125
4.5.3 线性规划法	131
4.6 系统最优更换或维修	132
4.6.1 模型	132
4.6.2 有限阶段折扣准则	133
4.6.3 无限阶段折扣准则	135
4.6.4 平均准则	137
4.7 排队系统最优动态控制	139
4.7.1 $M/M/K$ 系统的动态到达率控制	139
4.7.2 $M/M/1$ 排队系统的服务率控制	142
练习题	147
第 5 章 库存论	152
5.1 绪论	152
5.1.1 库存问题的提出	152
5.1.2 库存系统的组成	153
5.1.3 库存系统的分类	159
5.1.4 库存论的历史	159
5.2 确定性时齐库存模型	160
5.2.1 经济订购量模型	160
5.2.2 一般确定性时齐模型	164
5.2.3 最优策略的灵敏度分析	171
5.2.4 模型特例	172
5.3 确定性时齐库存模型的推广	174
5.3.1 数量折扣	174
5.3.2 滞后时间	177
5.3.3 安全库存	179
5.3.4 考虑定价的确定性时齐库存模型	180
5.3.5 折现	182
5.4 确定性非时齐库存模型	184
5.4.1 连续时间库存模型	184

5.4.2	离散时间动态经济批量模型	194
5.4.3	DEL 近似连续时间模型	196
5.5	单周期随机需求	197
5.5.1	离散型需求(报童问题)	198
5.5.2	连续型需求	201
5.5.3	有初始库存的单周期连续型需求	202
5.6	多周期随机需求	206
5.6.1	多周期存储问题	206
5.6.2	有限阶段期望折扣总费用	208
5.6.3	短视策略	209
5.6.4	无限阶段折扣准则	213
5.6.5	无限阶段平均准则	215
5.6.6	损失制	216
5.7	供应链管理	218
5.7.1	供应链的概念	218
5.7.2	一个供应链协调方案	219
	练习题	226
第6章	可靠性数学	229
6.1	引言	229
6.2	评定产品可靠性的数量指标	231
6.3	串联、并联、表决系统的可靠性分析	236
6.4	贮备系统的可靠性分析	242
6.4.1	开关完全可靠	242
6.4.2	开关不完全可靠	245
6.5	单调关联系统	251
6.5.1	结构函数与关联系统	251
6.5.2	结构函数的计算	254
6.5.3	可靠度	257
6.5.4	重要度	259
6.6	网络系统	262
6.7	可靠度最优分配	267
6.8	马尔可夫型可修系统	271
6.8.1	串联系统	271

6.8.2 并联系系统	273
6.8.3 一般马尔可夫型可修系统	274
6.9 系统的最优维修策略	275
6.9.1 更新过程简介	275
6.9.2 替换策略	276
6.9.3 检测策略	278
练习题	279
第 7 章 随机过程准备知识	280
7.1 随机过程定义	280
7.2 Poisson 过程	282
7.3 生灭过程	287
7.4 马尔可夫过程	293
7.4.1 离散时间马氏过程	293
7.4.2 连续时间马氏过程	303
参考文献	307
后记	309

运筹学(Operations Research, OR)也称管理科学,有些书也称之为决策的科学 with 艺术。它诞生于第二次世界大战前后,对此有兴趣的读者不妨阅读一下莫尔斯和金博尔的著作《运筹学方法》^[1]。

运筹学的本意是指运作研究。运作(Operations)包括对人与机器的运作与操作,如操作一台机器,运行一个项目等。如今,运筹学已成为一门关于如何最好地进行运行与操作的学问,或者说是 对运作进行分析与决策的学问。

运筹学与物理学相对应,都是研究运行规律的。但物理学探索自然界的运行规律,其难点是人类不能身临其境于它所研究的对象,而需要借助仪器与设备进入天体、粒子等。而运筹学研究人造物的运行规律,其难点则是人造物各种各样、丰富多彩,人类还可以不断改变、不断创造人造物,比如计算机的发明与使用、互联网的发明和使用,都给运筹学提出了新的问题。

运筹学研究各种各样运作系统的分析与决策,因而它包含了很多分支,就其是否处理随机因素,通常将运筹学划分为确定(性)运筹学与随机运筹学。它们的具体分支如图 1.1 所示。通常,也将确定性运筹学中的线性规划(Linear Programming)、非线性规划(Non-Linear Programming)、整数规划(Integer Programming)和目标规划(Objective Programming)统称为数学规划(Mathematical Programming),也叫最优化(Optimization)。

随机运筹学的分支简介如下。

1. 排队论

排队论也称随机服务系统理论,它研究各类服务系统的拥挤状况与使用率,包括服务系统的分析、设计与控制。它在服务管理中有着十分重要的作用,各类服务系统均可用排队论来描述、研究。除此之外,排队论还广泛应用于计算机网络、通信网络、操作系统等领域。排队论方面理论性的书籍有徐光辉^[2],Cohen^[3],唐应辉与唐小我^[4],应用于计算机、通信网络方面的书籍有 Robertazzi^[5],等。

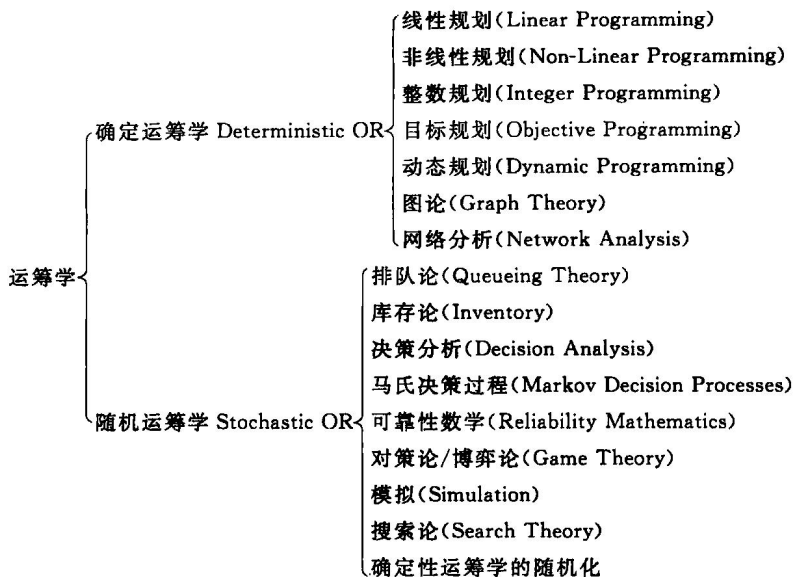


图 1.1 运筹学分支

2. 库存论

库存论主要研究商品生产中各种生产成本(包括流通成本)之间的平衡,以及降低生产成本与提高顾客满意度之间的平衡。现在,其概念与思想被扩充到企业之间的供应链管理。它可应用于企业中需要考虑货物存储的所有问题。库存论方面的书籍有 Zipkin^[6],等。

3. 决策分析

决策分析是合理地分析含有随机性决策问题时所用的一套概念和框架,目的是为了改善决策的过程。它有四个组成要素:备选方案集、不同的自然状态、后果、目标。可应用于人类几乎所有的决策活动。决策分析方面的书籍有陈珽^[7],李华与胡奇英^[8]。

4. 马氏决策过程

马氏决策过程也称随机动态规划,它研究前后阶段决策问题之间有随机影响的多阶段决策问题。多阶段决策分析所研究的往往是一些特殊的马氏决策过程问题。多阶段决策问题存在于几乎所有的领域,如经济、管理、计算机网络优化与控制、自动控制、制造系统调度与控制。马氏决策过程方面的书籍有胡奇英与刘建庸^[9],等。

5. 可靠性数学

可靠性数学是研究人造物(机器、设备、人造系统等)寿命的学问。它包括寿命的估计(可靠性统计)、寿命的延长与优化(可靠性更换与维修策略)、从部件的寿命到系统的寿命(可靠度的预测与计算)、从系统的寿命计划到部件的可靠度(可靠度分配)。它是企业质量管理的理论基础。可靠性数学方面的书籍可参阅曹晋华与程侃^[10]等。

6. 对策论/博弈论

研究多人决策问题,其中各人的利益受各方决策的影响。这种影响往往是互相冲突的。对策论广泛应用于经济管理(竞争:经济利益的冲突)、军事、政治科学(政治权力体系的竞争与合作行为)、心理学(交易与协商的机制)。对策论方面,侧重于理论性的书籍有Fudenberg与Tirole^[11],奥斯本与鲁宾斯坦^[12],应用于经济管理领域的书有张维迎^[13],以及应用于政治学的《政治及有关模型》^[14]。

7. 模拟(计算机仿真)

模拟是指在计算机上进行的与实际情况类似的东西。它往往应用于其他方法不能解决的复杂问题。如复杂的生产线性能的分析,在数学上可能得不到好的结果,这时就可以借助于计算机仿真来进行。这方面的书籍有赵玮与王荫清^[15],Banks与Carson^[16]等。

8. 搜索论

起源于“二战”中美英在军事上有效使用飞机和军舰来寻找敌人水下潜艇的紧迫需要。“搜索”是寻找目标的计划与实施过程。重点集中在解决实际搜索的方法问题上,其目的是在给定的搜索力耗费下使得发现目标的概率最大,或者是使得发现目标所需的平均时间最小(两者的最优搜索策略往往相同)。搜索分静止目标搜索与活动目标搜索两类。它应用于勘察矿藏、石油资源、警察搜捕活动计划。这方面的书籍则有最优搜索理论^[17]等。

9. 确定性运筹学的随机化

确定性运筹学的随机化,即在确定性运筹学的分支中,考虑一些随机因素时的情形,如规划问题中某个参数或者变量是随机的,称此时的规划为随机规划。类似的有随机网络分析等。这方面的文献如刘宝碇与赵瑞清^[18],等。

将运筹学的理论、方法与思想应用于管理问题,以解决企业管理中运作问题的学问,称之为运作管理(Operations Managemet),也叫运营管理,它是工商管理中的一个重要分支。

本书主要介绍排队论、马氏决策过程、库存论与可靠性数学这四部分内容,并在马氏决策过程中对决策分析作一简单的介绍。其余部分,可参阅相应的书籍。博弈论在经济学、管理学中有十分重要的地位,在经济学、管理学类的专业中常常是单独开课,本书就不再介绍。

需要指出的是,一般冠名为“运筹学”的书籍(比如本书),只是对运筹学的若干分支的一个入门性简介。读者若想对某个分支有深入的了解,还请查阅相关分支的专门书籍,如上面所列的书籍。

最后,介绍一本书和一本期刊。莫尔斯和金博尔的著作《运筹学方法》^[1],是最早论述运筹学的世界名著,作者系统地总结了美英军方在第二次世界大战期间所做过的大量的运筹学工作,论述了运筹学的基本概念、原理和方法,而且其内容的写作时间是“二战”期间和结束时,是最原始的材料。美国运筹学与管理科学研究协会的刊物 Operations Research 在其创刊 50 周年前夕出了一期特刊^[19],其中收集了运筹学各分支在其创立时期的代表性人物对其起源与发展的回忆,他们的回忆包含了丰富的史实、深刻的思想、透彻的原理。中国运筹学学会将此特刊翻译成中文,并以《运筹与管理》2004 年增刊形式发表^[20]。若读者对此有兴趣,或者有兴趣了解如何进行原创性研究,如何解决实际问题,如何从实际中提炼出数学模型,均可阅读该刊物。

排队现象在生产、服务、通信中十分普遍,特别是在服务业中,几乎所有的服务问题都会涉及排队。因此,研究排队现象是十分重要的,特别是现今服务业在国民经济中所占比重越来越大的时候。排队论就是研究排队现象的一门理论,也常称为排队系统理论或随机服务系统理论。

2.1 引言

某公司准备成立一个电子商务网站,为此,公司需要估计来上网的顾客包括哪些类型、总数有多少;基此确定公司需要租用多少条线路,要选择哪一种租法,需要什么样规格的服务器等。

又如,饭店根据每天的营业情况,需要确定配备多少名服务员。同时,对服务员的服务类型,需要确定:是每个服务员仅提供一种服务(如点菜、倒茶水、端菜、收拾碗筷、给顾客提供点菜口味的咨询等)好,还是提供所有的服务好,抑或有些服务员只提供某些服务,而另一些服务员提供所有的服务?

如果你是该饭店的经理,那么你如何解决这些问题? 排队论可以帮助你解决这些问题。

生产与服务业中有各种各样的排队系统,它们的一般特征是:系统提供某种“服务”,需要此类服务的顾客从系统外部到达并进入系统,以得到某种“服务”,并在接受完服务后“离开”系统。现在我们来看如下几个例子:

(1) 一个需要存款或者贷款的顾客到达一家银行的储蓄所,在门口的机器上点击取号,然后等待,待前面的顾客离开后,接受存款或者贷款服务。顾客在服务结束后离开银行。

(2) 生产过程中的某个工件到达某一台机床,并在机床的缓冲器(或称为存储器)中等待机床的加工,等到在此机床处加工完毕,工件再转到其他的机床处进行加工,或者离开此生产系统。同学们可以想象一下电视机等家电的装配系统。

(3) 一个顾客在超市中选购完商品后在某一“收银台”处排队,由收银员统计货款总额并收钱,顾客付款之后离开超市。

(4) 你或者我,想给一个朋友打电话,于是拿起话机拨号。这对于电信公司来说,就产生了一个呼叫(即“服务”)。当我们拨完电话号码后,一个呼叫就到达了电话交换中心。若交换中心有空余的容量,则将空余容量用于你和我的呼叫,并为你、我接线。若你、我的朋友也有空,我们就可以聊天了。等聊完天,搁上话机(挂机),这次呼叫(服务)就结束了。

表 2.1 给出了其他一些排队现象的例子。

表 2.1 其他一些排队现象

顾 客	要求的服务	服 务 员
顾客	购买某种商品	商店售货员
顾客	理发	理发员
顾客	旅行	飞机、火车
顾客	住宿	旅馆
顾客	吃饭	饭店
汽车	收费	收费站
飞机	起降	机场跑道
乘客	乘车	出租车或公共汽车
计算机程序	运行	操作系统
故障的机器	修理	修理工
修理工	领取零配件	组长
汽车	过十字路口	绿灯

排队现象在生产、服务业中随处可见。通常,我们将要求服务的对象称为“顾客”,将提供服务的服务者称为“服务台”或者“服务员”。从上表所给的排队现象来看,有着各种各样的排队系统。但这些排队现象可共同描述为:有一些顾客到达,要求接受某种服务,若不能立即接受服务,那就进入排队系统等待,等接受完服务后离开系统。因此,它们具有共同的特征:有需要服务的顾客,有提供服务的服务台(员)。一般来说,具有“顾客、服务、服务员”三者的,大致都会产生排队现象,属于排队系统的范畴。

实际中的排队现象千变万化,为了研究排队现象,往往要将之进行分类。最基本的,最为常见的排队系统有四种,如图 2.1~图 2.4 所示。

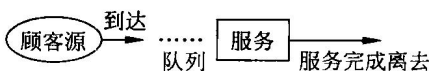


图 2.1 单服务台排队系统

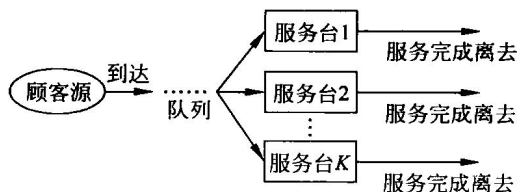


图 2.2 多服务台，一个队列的排队系统

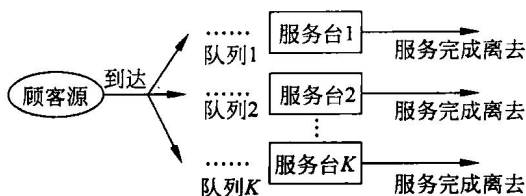


图 2.3 多服务台，每个服务台一个队列的排队系统

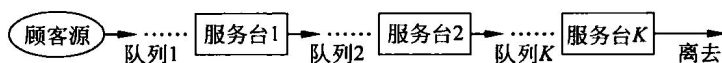


图 2.4 串联排队系统

图 2.1 所示的排队系统是最简单的排队系统：单服务台排队系统，顾客到达后在同—个队列中排队等待服务，服务台只有一个，顾客在接受完服务后离开系统。在实际中，如单个售货员的商店，单个收费窗口的公路收费站等，均是这种情形，同时，它也是其他复杂排队系统的特例与基础。

图 2.2 所示的则是单队列、多服务台排队系统。当顾客到达时，若没有服务台空闲，则进入队列；当有一个服务台空闲时，排在队列中的一个顾客即进入此服务台接受服务，服务结束后离开系统。现在大部分的银行、理发店、餐厅，都是如此。

而图 2.3 所示的排队系统是多队列、多服务台排队系统，其中每个服务台都有一个队列；到达的顾客按照某种方式进入某个服务台的队列中排队，并最后在这个服务台处接受服务。一般来说，大型超市中的收费均是如此。

比较图 2.2 与图 2.3 中所示的排队系统可以发现，从顾客的公平性来说，多队列不如单队列来得公平。在队列中，如果你恰好排在一个服务速率比较慢的服务员那里，你的等待时间会比别的队列多。而在单队列中，等待时间对于大家来说都是公平的，最多就是你的服务时间比别处多一点。但有过超市购物的人会知道，在大中型超市中，一个队列是难以实现的。

图 2.4 所示的则是多服务台的串行排队系统，每个顾客都要依次在服务台 1，服务台 2，……，服务台 K 处接受服务。它描述的是顾客需要接受多项服务的情形。生产线上大多如此，去医院也需要依次经过挂号、就诊、交费、取药等多项服务。

以上所介绍的是四类最为基本的排队系统，实际中的排队系统还可能是这四类排队系统的组合。比如在超市中，交费之后，如果要开发票，我们还要去超市的服务中心，那里又是一个多服务台（可能是单队列的，也可能是多队列的）排队系统，所以它是一个两级串行，每一级又是一个多服务台的排队系统。医院中的挂号、就诊、交费、取药，可能都是多服务台的排队系统，于是它是一个四级串行，每级都是多服务台的排队系统。