河南师范大学

1984届本科生

毕业论文选

1984

目　录

数学史上的三次危机

数学系　　全柯峰

指导教师　　穆青田

人们知道，任何一门学科都有一个曲折的发展过程，实践——认识——再实践——再认识，不断地得到丰富和充实。当然数学也是如此，在数学理论的研究中，曾出现过三次用当时的数学知识无法解释的重大矛盾，通常被数学家称为数学史上的三次危机，它对数学本身以及其它学科的发展和巩固产生了极大的影响。

第　一　次　危　机

古希腊时期，哲学界学派林立，学术气氛浓厚，并且各自形成了一套独立的思想体系，截止到当时，第一次把学术研究推向了高潮；同时，在哲学思想的影响下，数学也得到了巨大的发展，下面就毕达哥拉斯（pythagras）派的哲学思想、数学工作和它的影响，用马克思唯物辩证法作以简略说明。

据史料记载pythagras派最活跃、生机最旺盛的年代大约是公元前585年到公元前400年，在此一百多年中，决定他世界观的可以说是“数”。这个神密的东西，为什么他们如此崇拜“数”呢？这与当时的数学发展是分不开的。因为“数”是人类最早建立的重要的抽象概念之一，而且是与人类生产生活最密切的抽象概念。当时人们已经有了相当完整的自然数和分数的概念，pythagras派认为“实在是数的模仿”、“数是万物的本质”。在他们看来，不但各种事物之间的关系是数和数的关系，甚至人和人之间的阶级关系和伦理道德也是数和数之间的关系。据说pythagras学派曾描繪过这样一个藍图，整个宇宙就是“数”的“和谐系统”。就是说pythagras派企图把世界万物的本源最后归结为“数”这个神密莫测的、抽象的东西，由于当时科学发展水平以及历史的局限，这也是不足为奇的。

pythagras派在这样的思想支配下，第一个开刀之处就是数学所谓的“pythagras数”也是从此讲起的。

关于三角形三边关系有这样一个命题，即：

$$a^2+b^2=c^2 \cdots\cdots (1)$$

a、b分别为直角三角形的直角边、c为斜边，他们认为满足①式的a、b、c三个整数有无穷多个，并且可用下式表达出来，当m是奇数时、

$$a=m \qquad b=\frac{1}{2}(m^2-1) \qquad c=\frac{1}{2}(m^2+1) \cdots\cdots (2)$$

即以$a=m$　$b=\frac{1}{2}(m^2-1)$　$c=\frac{1}{2}(m^2+1)$为边长的三角形为直角三角形，据说，该学派还需要因这一定理的发现举行过盛大宴会，表示祝贺.

但是，历史证明，不满足②式的数也可以满足①式，比如，巴比伦人至少早于pythagras一千年就已经知道能满足①式的一些数不仅是由式②给出的，因此pythagras命题是不严密的。

另外，我们再看以下他们是如何陷入困境的。当他们致力于研究①和②式时，可怕的情况出现了，在等腰直角三角形ABC中，$a=b$ ∴代入①式有 $2a^2=c^2$，或者，写成：

$$\frac{c}{a}=\sqrt{2}$$

即斜边与一直角边之比不能用一整数表示，因此令人惊奇不安，这时他们就把那些能用整数之比表达的比（相比两量可用其度量单位量尽）称做可公度比。而不能这样表达的比称做不可公度比，或无公度比。这样一来，同样是直角三角形，但有一部分边彼此完全找不到可以公度的几何实体，这样，用当时的数学知识解释，无疑是一个矛盾，如果承认$\sqrt{2}$也是数（整数），那么就会动摇他们的世界观，如果不承认$\sqrt{2}$是数，但这是现实，无法回避，从而，数学史上的第一次危机就诱发出来了。据说，这一发现是米太旁登（Metapontum）的Hippasus（公元前5世纪）发现的，因为他在宇宙间搞出了一个东西，否定了pythagras派的信条——整个宇宙就是"数"的"和谐系统"，因这一发现，Hippasus不但没有荣获数学贡献奖，反而被抛到海里，说这是上帝的报应。

我们如何对待这次数学危机？辩证唯物主义者认为，绝对的危机是不存在的，主要问题在于指导思想。从上面pythagras派的哲学思想——"数"是物质世界的本源，可以看出，危机的实质也正是这个错误的哲学，支配统治了数学家的思维。pythagras派是不懂辩证法的，他们也不知道量变引起质变这一原理。$\sqrt{2}$的发现，正是无理数理论创立的预兆和先声，没有量的积累，部分量变的形成，也就不可能有质的飞跃，那么无理数——初等数论——近代积分理论等的创立也就不可能，数学本身也不可能会得到巨大的发展。因此，我们必须肯定$\sqrt{2}$的出现预示着数学发展中的一场革命，数学也正是由这样一次次的革命才不断得到发展和丰富、充实。

第 二 次 危 机

微积分学是由N.awton和Leibniz各自独立的创立，诞生于十七世纪。

中世纪以后，经过文艺复兴和宗教改革运动，科学才复苏，开始从禁锢的神学中解放出来，逐渐充满生机。当时的欧洲，由于大机器工业的产生，采矿业，商业等的发展，越来越迫切的社会需要，给科学提出了一系列的现实而又实际的问题（如行星运动的轨迹，机械传动等），另外，人们思想相继解放，对科学的信任态度也不断得到端正，科学家继古希腊文化之精华，到十七世纪前半叶为止，在各方面的研究都取得了很大的成就，为微积分学的产生奠定了坚实的基础。

归结起来，当时主要存在的科学问题，可分为四个类型。

①.已知物体移动的距离，表为时间函数的公式，求物体在任意时刻的速度和加速度；反过来，已知物体的加速度表为时间的函数公式，求速度和距离。这种问题是研究运动时出现的。

②.求曲线的切线，它虽然是纯几何的问题，但对于科学的应用具有巨大的重要性。

另外，“切线”本身的意义也是没有解决的问题，即切线如何定的问题。

③. 求函数的最大值和最小值。

④. 曲线（如行星在已知时期中移动的距离），曲线围成的面积；曲面围成的体积，物体的重心；一个体积相当大的物体（如行星）作用于另一物体上的引力。

微积分创立以前，在这四个方面有过深入研究，并且做出贡献，同时对Newton、Leibriz有很大影响的数学家，简单青见如下：在求曲线的切线方面，Roborrol在他的《不可分法论》中进一步推广了Archimedes的用来求螺线上任一点处切线的方法，认为曲线是一个动点在两个速度作用于运动的軌迹。Lsaac Barrow（1630——1677）是Newtor的老师，《几何讲义》是他对微积分的一个巨大贡献，对Newton的影响特别大。Descarte在《几何》中也有许多关于切线问题的讨论。在求函数最大值和最小值方面，Fermat著有《求最大值和最小值的方法》，另外kepler也有所探讨。Cavalieri的书的出现刺激了不同国家的很多数学家来研究无穷小的问题。Johr wallis（J·瓦里斯）的《无穷算术》（出版于1655年）中无穷级数的研究，对Newton“流数”的创见有直接的关系。……

在此基础上，两位大师Newton和Leibniz足够敏锐地从繁乱的猜测中清理出前人的有价值的思考，有足够想象力地把这些碎片重新组合起来，大胆地制立出一个宏伟的计划，经过百年的努力，创立了使数学进入一个崭新阶段的划时代理论——微积分。它的出现，对解决现实的科学问题，促使其它各门学科的发展具有特别重要的意义。

但是，尽管当时解决了许多重要的问题，同时也被许多数学家来应用，并且大大促进了数学本身及其它学科的发展，然而微积分的思想——导数理论却是含糊不清的，下面看Newton是如何来解释的。

首先，明确几个Newton惯用的概念：“原数”（流动量）用v、x、y、z、……表示。“每个原数由于生出它的运动所增加的速度（那么我叫它做流数，或者简单些速度，或迅度），我要用带点的同样字母表示，如$\dot v$、$\dot x$、$\dot y$、$\dot z$。”Newton的无穷小叫做“流数瞬”以$\dot v 0$，$\dot x 0$，$\dot y 0$，$\dot z 0$表示，0是“一个无穷小的量”，Newton于是继续说：“已知任何方程 $x^3 - ax^2 + axy - y^3 = 0$ 以$x + \dot x 0$代x，$y + \dot y 0$代y，

于是得出
$$x^3 + 3x^2\dot x 0 + 3x\dot x 0\dot x 0 + \dot x^3 0^3 - ax^2 - 2ax\dot x 0 - a\dot x 0\dot x 0 + ay\dot x 0$$
$$+ \alpha\dot x 0\dot y 0 + \alpha x\dot y 0 - y^3 - 3y^2\dot y 0 - 3y\dot y 0\dot y 0 - \dot y^3 0^3 = 0 \cdots\cdots (*1)$$

现在由假设，$x^3 - ax^2 + axy - y^3 = 0$，于是，消去再将所余下的除以0，

得出
$$3x^2\dot x - 2ax\dot x + ay\dot x + ax\dot y - 3y^2\dot y + 3x\dot x\dot x 0 - a\dot x\dot x 0 + a\dot x\dot y 0 - 3y\dot y\dot y 0$$
$$+ \dot x^3 00 - \dot y^3 00 = 0 \cdots\cdots (*2)$$

“但是假如零是无限地下，它用的代表零的瞬，那些被它乘过的项与其比的项就没有了，所以我就丢掉了他们，于是得出

$$3x^2\dot x - 2ax\dot x + ay\dot x + ax\dot y - 3y^2\dot y = 0$$”

这个例子表明，Newton最初把它的导数想象作速度，但是也表明在他的表达方法上有某

一种含混：对于符号“0”来说，Newton试着用“基本的和最终的比”的理论阐明它的观点，在《自然哲学的数学原理》中写道：“那些当量等于零时的最终比值不算是最后的量的比而是无限递减的量的比值所不断向它收敛的极限，并且越近这些极限，比任何已给的差都靠近，但是永远既不达到它也不超过它，直到这些量消减于无穷”。“如果几个量，以及量的比，在任何有限时间不断地收敛到相等，而且在那个时间的结尾以前，他们彼此间比任何已给的差都靠近，最后必变成相等”。

上面阐述中，Newton应用了极限的概念，但他的方法还是难理解的。在逻辑上是无法摆脱困难的，符号“0”是不是零？如果说它是零，$\frac{0}{0}$有什么意义？如果说它不是零，那么怎能把等式（＊2）中被它乘过的项舍弃呢？从此，关于微积分的理论基础是否可靠就展开了广泛的讨论，同时也遭到了不同方面的攻击和誹謗，因此微积分面临着一场批评和论战。

从反面来说，对以后数学家的刺激最强烈，影响最大的反对者无疑就是貝克莱！貝克莱是一位著名的哲学家，同时也是一位主教，主观唯心主义代表，有神论者。在此之前，他曾对Newton的宇宙论在《观察新论》中进行过抨击，互相敌对的思想已经形成。然而，貝克莱的这次进攻却不同往前，并不是为了数学本身能得到正确的发展，那么目的是什么呢？首先我们应该知道，Newton的《自然哲学的数学原理》的出版是怎样击中貝克莱的要害的？因为《原理》中几乎处处都充满了唯物论思想，一旦被人们接受，那么貝克莱所代表的主观唯心主义和有神论将会遭到意外的不幸。因此，貝克莱攻击的目的就一清二楚了，一方面为神学辩护；另一方面是对微积分的提倡者，非难这一学科的薄弱基础。但是，尽管如此，我们又必须看到，Newton对微积分学的概念的解释，的确是不明确的，这也正是它的薄弱之处，而貝克莱一针见血的指了出来，确实是不简单的，了不起的，它为后来的数学家如何来丰富微积分，解决微积分存在的问题起了很大的启发。因此，在这方面，我们应该给予肯定。

微积分也象其它学科一样，将随着时代的变迁，社会的变化，知识的积累，研究的不断深入发展而丰富。十九世纪初叶，又一划时代的数学理论——极限论创立了，从而微积分中“$\frac{0}{0}$”等的含糊不清才得到了园满的解答。柯西（canchy）詳细而有系统地发展了极限论，以极限论的说法来解决微分、积分所遇到的问题。Canchy是这样做的，把“无穷小量”如$\dot{x}_0$建立在“极限”概念的基础上，并下了严格的定义，用“以零为极限的变量”来解释无穷小，即$\Delta \lim\limits_{x\to 0} \dot{x}_0=0$，$\frac{0}{0}$就是指$\dfrac{\lim\limits_{\Delta y\to 0} \dot{y}_0}{\lim\limits_{\Delta x\to 0} \dot{x}_0}$，这样$\frac{0}{0}$便有了意义。

因此，人们认为到了Canchy，才算把微积分的基础问题解决了，亦即数学的第二次危机才得到了解决。

另一位微积分创立者Leibniz在引入微积分概念时，也和Newton一样，不能做出无懈可击的解答，所以当时也同样遭到过比如G·伯克雷、B.汩汶堤的攻击和批评。但对解决当时存在的实际问题，和对其它学科的发展的促进也同样具有重大的意义。

第 三 次 危 机

虽然说，在1753年，伯努力(D，Bernoulli)，傅里叶（J，Fourier）先后提出过，任意函数都可用三角级数表示（何况还没有给出严格的证明）。在1829年，狄利克雷（P.G.L.Dirichlet）得出一个重要结果，即函数展开为傅里叶级数的充分条件是该函数在任一区间内至多有有限个间断点，后来还有黎曼(Riemam)。李普希茨(R.Lipschitz)。享柯尔（H.Hankel）。他们在间断点问题、不连续函数积分的三角级数展开问题的研究中，已引进点集结构的概念。但是，人们公认的集合论的奠基人而是康托尔(G.Cantor)。

大约在1873年左右，G.Cantor在人们对三角级数研究的推动下，他独立地定义了"超穷基数"和序数概念，又经过多年的努力，终于建立了一个新的作为分析实数理论的方法——全新的具有划代意义的"集合论"；从此，使数学发生了一次革命性的变革，同时对逻辑和哲学也带来了深远的影响。

当时对集合论研究做出突出贡献的数学家还有维尔斯特拉斯（K.Weierstrass）、戴德金（R.Dedekind）和庞加勒（H.poincare'）。他们企图以此给实数理论作出严格的逻辑分析，他们认为实数的性质可以归结为自然数的性质，分析和实数论不仅可以"算术化"而且集合论就是一个"绝对严格"的基础。但事实上，集合论起初并没有引起广大数学家的重视，直到九十年代，当集合论成为分析和几何的有力工具时，这才引起数学家们的充分注意，从而促进集合论迅速而又广泛地渗入各个数学分支及其它学科。所以1900年庞加勒在第二次国际数学会议上作了《直觉与逻辑在数学中的作用》的报告，他得意地宣称："今天在分析中剩下整数，有穷的和无穷的整数系……数学已经被算术化……，今天我可以说，绝对的严格已具备了"。但是，历史都很快就嘲笑了这个结论。

其实。19世纪末期。人们就已经在集合论中发现了种种悖论。如：1897年意大利数学家布拉里——弗蒂（Burali—Forti）发现了这样一个悖论。构成这悖论的命题可简述为：所有序数的集合。1899年。Cantor发现的悖论可简述为：所有基数组成的集合。但由于这些悖论仅仅涉及集合论中比较小的技术性领域，只要把这个领域中的一些定理的证明作某些修改或调整，问题便可解决。所以当时并没有感到问题的严重性。然而，1903年，被称为"罗素悖论"(有时也称为"策墨罗——罗素悖论")的发现就根本不同了。构成Rnssell悖论的命题可简述为："一切不包含自身的集合所形成的集合"。它是否包含自身呢？如果说它不包含自身，那么它应是这个集合的元素，即包含自身；如果说包含自身，即属于这个集合，那么它又应不包含自身。这一悖论说明集合论发生了严重的逻辑困难。

1918年，Russell又把它通俗为"理发师悖论"：一个乡村理发师，自夸无人可与相比，宣称他当然不给自己刮脸的人刮脸。但却给所有自己不刮脸的人刮脸。一天他发生了疑问，他是否应当给自己刮脸。假如他自己刮脸的话，则按他声言的前一半，他就不应当给自己刮脸；但是，假如他自己不刮脸的话。则照他自夸的，他又必须为自己刮脸，从而这位理发师陷入了逻辑的窘境。

从Russell悖论可以看出，它不同于以上其它悖论，而且它的发现所引起的反映是十分激烈的，原因在于，它不仅涉及集合论本身最根本的逻辑基础，同时也涉及演译本身的

推理问题。并且当时集合论已在数学中各个分支广泛使用了，因此不少数学家感到极大的震惊，认为数学发展的“基础”又出现了“危机”。确实是这样。著名的数学家狄德金和数学家、逻辑学家弗雷格等皆因这一悖论动摇了他们的数学著作的基础，不得不推迟出版时间长达十年之久。弗雷格叹息而又悲观的写道“一个科学家可能遇到最坏的事情是，当他的著作完成的时候，它的建筑物的基础倒塌了，当著作将要全部出版时，Russell先生的一封信正把我置于这样的境地。”当时，权威数学家庞加勒，两年前曾对集合论作过绝对的肯定，现在他的肯定被否定了。布劳威尔（Luitzen.E.J.Brouwer）也宣布自己过去的工作全都是“废话” 由于Russell悖论，西方数学家不得不宣布数学再一次遇到危机，即数学发展中的第三次危机。

危机到来，就要想法去解决，问题的解决就是一次革命，所以说，危机意味着革命。因此，数学家们为了谋求解决第三次危机的门道，就围绕这个问题展开了激烈的争论，可以说直到现在还不能绝对肯定它的余烟已完全熄灭。危机出现以来，人们为消除它，使数学有一个坚实，可靠“绝对严格”的基础，全世界有相当大的一支数学队伍对其进行了深刻的探讨，形成了许多不同的学派，各派独有自己的一套理论。由于它们的努力，尽管现在完善的解决方案看来还很难给出，但是，给数学和逻辑的发展却带来了积极的，十分有意义的促进作用。

下面简单介绍以下几个主要学派的工作。

1.逻辑主义学派。逻辑主义学派的代表人物是Russell，他企图把数学归结为逻辑，并通过他创造的逻辑类型论来消除悖论，此派的数学观是，数学只是逻辑的延伸。方案是把所有的数学概念都归结为自然数算术的概念，而算术的概念就通过逻辑的概念来定义，从此构造出一个包括全部数学在内的逻辑公理系统，并由这系统推出算术，再由算术推出全部数学。但事实证明这种方案已宣布失败，因为企图从一个逻辑公理系统中演译出整个数学是不可能的，当他把算术的基本定理和结论（但也不是全部）推出来时，还必需加上一条“无穷公理”，但这条公理是非逻辑的公理。所以逻辑主义者实质上没有建立起一个包括全部数学在内的纯粹逻辑系统。对本学派来说也不得不承认。

2.直觉主义学派。直觉主义学派的代表人物是布劳维尔。他企图把数学的真理性建立在“心智的直觉”的基础上，认为数学是“研究人类心智的某些机能”。从这个观点出发，把已有的数学统称为“古典数学”，从而改造“古典数学”摆脱所认为的危机，另外，直觉主义还构造了一个新的逻辑，认为逻辑是数学的一部分，而决不能作为数学的基础。这正是同逻辑主义的区别之处。

3.形式主义学派。形式主义学派的代表人物是希尔伯特、贝奈斯等，他们企图把数学各个分支及其中所用的证明全部形式化，使数学本身也成为数学的研究对象，以达到证明数学的无矛盾性。希尔伯特主张把数学形式化，然后通过有穷方法，从算术开始，证明一个个数学分支的无矛盾性。可是，1931年，哥德尔在一个内容丰富的公理系统中，取得了“哥德尔不完全性定理”，由此得关于一个形式系统的“无矛盾性”证明问题的定理，从此“Hilbert方案”破产。后来，贝奈斯等人又用无穷归结法证明了算术的无矛盾性。

我们该如何评介这三个学派呢？

辩证唯物主义者认为，任何一次革命就是一次质的飞跃，它将会给这门学科带来积极的影响，推动它的大发展。可以看到，三个学派分别在不同方面都不同程度地对数学做出了

显著的贡献。罗素和怀特黑合著的三卷巨著《数学原理》（1910～1913），在科学史上第一次给出了一个充分发展了的数学逻辑系统，从数理逻辑展示出极为丰富的数学内容，对半个多世纪以来的数理逻辑的发展起了积极的推动作用。直觉主义学派在数学研究中，不仅对数学的发展起了积极的推动作用，而且在逻辑方面也是有建树的。形式主义把数学分为三种数学：1°非形式化的数学；2°形式化的数学；3°元数学，无可非议，对数学的分类具有重大的意义。

尽管如此，从哲学观点来看，它们又都犯有唯心物主义、形而上学的思想错误。马克思主义认为，实践是检验真理的标准。可是逻辑主义认为，数学可以还原为逻辑学，也就是说，可以从逻辑公理出发，经过纯粹的逻辑演译，推导出全部数学。这样数学就变成一种既不来自实践，也不必受实践检验的先验科学。康德是数学中的直觉主义观点的奠基人，他认为数学的研究是一种“纯粹直观形式”的空间与时间，但这种形式不是在客观世界中，而是在人类的认识中，人类就是按照这种所谓纯直观的形式去认识世界。直觉主义代表布劳维尔虽然批判了康德关于Euchel几何学是先天综合知识的观点，但又承袭了康德关于我们的算术知识是建立在时间这种先天直观形式的基础上的唯心主义观点。H：lbert为了研究数学理论的相容性，他把一个数学理论变成一个形式系统。然后用有穷的方法来研究该系统的相容性等问题。研究数学理论的无矛盾性无疑是重要的，但H：lbert把数学理论的真理性归结为它的形式系统的无矛盾性，企图在形式系统内部来解决数学理论的真理性问题。这就失去了检验数学理论的实践基础。

另外，集合论公理化学派，布尔巴基学派等，对如何解除这次危机，把数学奠基在一个什么样的可靠的严格的基础之上方面也取得了辉煌的成果。集合论公理化学派的代表人先后有策墨罗、弗兰克、史柯仑、冯·诺意曼、贝奈斯·哥尔德等。本世纪三十年代，法国布尔巴基学派提出用结构的思想来建立统一数学，企图改造整个数学结构，使之建立在牢固的基础之上。在他们看来，整个纯粹数学都可以看作是集合论的延拓，把数学归结为研究“抽象结构的理论”，即研究“关系模型的理论”。但是，我们是不能这样得出结论的：数学是研究结构的科学，进而用结构与质的对立来代替量与质的对立。马克思说，结构只是量的一种表现形式。

从此，我们能得出一个什么结论呢？很明显，绝对的危机是不存在的，而相对的危机还会出现。在科学中，危机不是坏事，它是出现革命的契机，是科学大发展的信号灯。危机是数学发展中的一个规律，它不依人们的意志而转移。必须肯定，危机就是突破，就是发展。

参 考 书

1、《国外自然辩证法和科学哲学研究》（82年10月出版）

（page 123、124、146、147）。

2 《数学简史》D、J、斯特洛伊克著 （56年出版）

（page 90、91）

（下转第8页）

人的步法的FUZZY识别方法

数学系　　岳彰林

指导教师　　黎鉅鲇

提　　要

一九八三年第三期《模糊数学》发表了昌瑋，王韧同志的研究简报《Fuzzy模式识别在步法鉴定中的应用》。本文拟在该简报的基础上将其定义的两个直角三角形的近似度作一完善定义，并用相对海明（Hamming）距离，重新定义了描述步法模型Bi和B是“同一个人”的可能性的量——“近似度”，得一新的识别方法，并将其与原方法进行了比较。

一、两直角三角形的近似度

从原文中的第三部分（详见［1］）“一种步法鉴定方法”一节所举的例中，不难看出其第一部分“近似度”一节中的行文错误，它将公式

$$\mu_R(\Delta,\ \Delta_1) \triangleq \frac{a\cdot h_1 \wedge a_1\cdot h}{a\cdot h_1 \vee a_1\cdot h} \qquad *$$

与公式

$$\mu_R(\Delta,\ \Delta_1) \triangleq \frac{a\wedge a_1}{a\vee a_1}\cdot\frac{h\wedge h_1}{h\vee h_1} \qquad **$$

视为等价的。事实上公式＊和公式＊＊中的Δ与Δ_1不是同一“类”的。其中a，a_1分别是直角三角形Δ和Δ_1的斜边；h，h_1分别是这二直角三角形的较短的直角边。

（下转第9页）

（上接第7页）

3、《自然辩证法通讯》（80年、No、6）（page、6）

4、《自然杂志》（1982年、No、6）莫紹揆著的《数学三次危机与数理逻輯》

5、《辩证唯物主义原理辅导》（1983年版）

6、《古今数学思想》［美］克莱茵著

Ⅰ、chapter 3、pythagoros派，Ⅱ、chapter17，Ⅳ、chapter51，

7、《数学的过去和未来》　周金才　梁兮　著

8、《微积分概念史》［美］卡尔.B.波耶　著

Chapter 6、犹豫时期

9、《自然辩证法讲义》（初稿）

10、《自然辩证法通信》1980年合订本

（黄耀柜文章）

公式*和公式**均为两直角三角形的近似度，而这两个定义式将两直角三角形相似和全等时的近似度均记作1，这是不合理的。相似程度与近似程度是两个不同的概念。如两个相似的三角形，一斜边长为100cm，另一斜边长为0.1cm，显然这两三角形的近似度是较小的（至少小于1）。因而此近似度应重新定义。

对于我们研究的步法模型的识别工作，给定模型$B=\{\Delta_1,\Delta_2,\Delta_3,\Delta_4\}$。称$\Delta_1$和$\Delta_2$为同“类”，叫做“步长三角形”；$\Delta_3$，$\Delta_4$为同“类”，叫做“脚长三角形”。我们分别定义其近似度。

定义1.1：“步长三角形Δ_{ki}关于Δ_k的近似度为：

$$\mu_R(\triangle_k,\triangle_{ki})\overset{\triangle}{=}\begin{cases}1 & \text{当}\triangle_k\cong\triangle_{ki}\text{时}\\ \dfrac{1}{r}\quad(r>1) & \text{当}\triangle_k\backsim\triangle_{ki}\text{时，}r\text{为相似比。}\\ \dfrac{a_k.h_{ki}\wedge a_{ki}h_k}{a_k.h_{ki}\vee a_{ki}h_k} & \text{其它}\\ 0 & \text{当}h_{ki}\text{或}h_k\text{为零时。}\end{cases}$$

这里$k=1$、2、$\mu_R(\triangle_k,\triangle_{ki})$亦可看作$\triangle_{ki}$是$\triangle_k$的程度。

定义1．2：“脚长三角形$\triangle_{ki}$关于$\triangle_k$的近似度为：

$$\mu_R(\triangle_k,\triangle_{ki})\overset{\triangle}{=}\begin{cases}1 & \text{当}\triangle_k\cong\triangle_{ki}\text{时}\\ \dfrac{1}{r}\quad(r>1) & \text{当}\triangle_k\backsim\triangle_{ki}\text{时}r\text{为相似比。}\\ \left(\dfrac{a_k\wedge a_{ki}}{a_k\vee a_{ki}}\right)^{\alpha}\cdot\dfrac{h_k\wedge h_{ki}}{h_k\vee h_{ki}} & \text{其它}\\ 0 & \text{当}h_k\text{或}h_{ki}\text{为零时。}\end{cases}$$

这里$k=3$，4。α为正整数，可根据经验来确定。$\mu_R(\triangle_k,\triangle_{ki})$亦可看作“$\triangle_{ki}$是$\triangle_k$的程度”。

以上两定义中，a_k和a_{ki}分别是两直角三角形的斜边；h_k和h_{ki}分别是两直角三角形的较短的直角边。

不难看出$\mu_R(\triangle_k,\triangle_{ki})$ （$k=1$、2、3、4）具有下列性质：

〈1〉 $0\leq\mu_R(\triangle_k,\triangle_{ki})\leq1$

〈2〉 $\mu_R(\triangle_k,\triangle_{ki})=\mu_R(\triangle_{ki},\triangle_k)$

〈3〉 $\mu_R(\triangle_k,\triangle_{ki})=1.\Longleftrightarrow\triangle_{ki}\cong\triangle_k.$

二、两步法模型间的近似度

设X为一切步法模型的集合。对于任一模型$B_1=\{\triangle_{11},\triangle_{21},\triangle_{31},\triangle_{41}\}\in X$和X中一特定模型$B=\{\triangle_1,\triangle_2,\triangle_3,\triangle_4\}$，由于$B_1$和B描述了人的步法特征（主要是步幅特征），因而$B_1$和B可视为两个Fuzzy集，识别$B_1$和B是否为“同一个人的步法模型”的问题转化为研究$B_1$是B的“程度”即近似度。下面我们形式地利用相对海明（Hamm—ing）距离定义近似度公式。

定义2．1：设$\underset{\sim}{A}$，$\underset{\sim}{B}$是论域U上的Fuzzy子集，$\underset{\sim}{A}$与$\underset{\sim}{B}$的相对Hamming距离为

$$\delta(\underset{\sim}{A},\underset{\sim}{B})=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left|\mu_{\underset{\sim}{A}}(x_k)-\mu_{\underset{\sim}{B}}(x_k)\right|$$

其中$\mu_{\underset{\sim}{A}}$，$\mu_{\underset{\sim}{B}}$为$\underset{\sim}{A}$，$\underset{\sim}{B}$的隶属函数。

将B_1和B看作两个Fuzzy集，我们定义它们的特征函数如下：

$$\underset{\sim}{B}_{1\Delta k1}(\Delta_k)\overset{\Delta}{=}\text{“}\Delta_k\text{是}B_1\text{的特征}\Delta_{k1}\text{的程度”}=\mu_R(\Delta_{k1},\Delta_k)$$

$$B_{\Delta k}(\Delta_k)\overset{\Delta}{=}\text{“}\Delta_k\text{是B的特征}\Delta_k\text{的程度”}=1\ (k=1,2,3,4)$$

由定义2.1，我们可形式地得到$\underset{\sim}{B}_1$和$\underset{\sim}{B}$的相对Hamming距离

$$\delta(\underset{\sim}{B},\underset{\sim}{B}_1)\overset{\Delta}{=}\frac{1}{4}\sum_{K=1}^{4}\left|\underset{\sim}{B}_{\Delta k}(\Delta k)-\underset{\sim}{B}_{1\Delta k1}(\Delta k)\right|$$

$$=\frac{1}{4}\sum_{K=1}^{4}\left|1-\mu_R(\Delta_{k1},\Delta_k)\right|$$

$$=1-\frac{1}{4}\sum_{K=1}^{4}\mu_R(\Delta_{k1},\Delta_k)$$

定义2．2：步法模型B_1和B是“同一个人”的近似度为：

$$H(\underset{\sim}{B},\underset{\sim}{B}_1)\overset{\Delta}{=}1-\delta(\underset{\sim}{B},\underset{\sim}{B}_1)$$

$$=\frac{1}{4}\sum_{K=1}^{4}\mu_R(\Delta_{k1},\Delta_k).$$

不难看出$H(\underset{\sim}{B},\underset{\sim}{B}_1)$具有下列性质：

<1>：　$0\leq H(\underset{\sim}{B},\underset{\sim}{B}_1)\leq 1$、

<2>：　$H(\underset{\sim}{B},\underset{\sim}{B}_1)=H(\underset{\sim}{B}_1,\underset{\sim}{B})$

<3>：　$H(\underset{\sim}{B},\underset{\sim}{B}_1)=1.\iff B\equiv B_1.$

例：已知，某人留下的步法模型为

$B=\{\Delta_1=(53.5,12),\Delta_2=(60.5,12),\Delta_3=(28.5,6.5),\Delta_4=(28.5,4.5)\}$

求模型$B_1=\{\Delta_{11}=(58.5,13.8)、\Delta_{21}=(62,13.8)、\Delta_{31}=(28.5,6.3)、\Delta_{41}(28.5,4.8)\}$和模型B是“同一个人”的程度。

解：　分别求出$\mu_R(\Delta_{k1},\Delta_k)$　　$K=1,2,3,4$

$$\mu_R(\triangle_{11},\ \triangle_1)=\frac{53.5\times13.8\wedge58.5\times12}{53.5\times13.8\vee58.5\times12}=0.95$$

$$\mu_R(\triangle_{21},\ \triangle_2)=\frac{60.5\times13.8\wedge62\times12}{60.5\times13.8\vee62\times12}=0.89$$

$$\mu_R(\triangle_{31},\ \triangle_3)=\left(\frac{28.5}{28.5}\right)^{\alpha}\times\left(\frac{6.3}{6.5}\right)=0.97$$

$$\mu_R(\triangle_{41},\ \triangle_4)=\left(\frac{28.5}{28.5}\right)^{\alpha}\times\left(\frac{4.5}{4.8}\right)=0.95$$

则 $H(\underset{\sim}{B},\ \underset{\sim}{B_1})=\frac{1}{4}(0.95+0.89+0.97+0.95)=0.94$

按原文中给出的五个级别可知：B与B_1“完全可能”是同一个人的步法。用原文中给出的方法得B与B_1的近似度

$$P(B,B_1)=\bigwedge_{K=1}^{4}\mu_R(\triangle_k,\triangle_{k1})=0.89$$ （这里$\mu_R(\triangle_k,\triangle_{k1})$是由公式•和公式••得到的。）

三 试 验 结 果 与 分 析

为了验证上述识别方法的可靠性，本人做了一些试验。首先选取了不属于同一个人的10个步法模型$B^{(j)}$，过一段时间，再选取相应的10个模型$B_1^{(j)}$（$B^{(j)}$和$B_1^{(j)}$属于同一个人，j=1、2，…10.见表一）分别求出$P(B^{(i)},\ B_1^{(j)})$和$H(\underset{\sim}{B}^{(i)},\ B_1^{(j)})$其中i、j=1、2，…10.这样得到两10×10阶矩阵（见表二和表三）.再过一段时间，从上面的10个人中选取8个人的步法模型$B_2^{(j)}$与其相应的$B_1^{(j)}$和$B^{(j)}$进行比较，同样可得四个8×8阶矩阵（见表四和表五）我们取阈值$\beta=0.44$，0.51，0.58.然后求出每种阈值下的符合率，得到表六。表六中符合率为两种，其一为：

$$总符合率=\frac{判别总数}{试验总数}$$

其二为：

$$“实际为同一个人”时的符合率=\frac{主对角线的判对人数}{总试验人数}$$

对于实际判别过程中所选的阈值β，选使以上两符合率均高的β值。（本人对定义1.2中，取$\alpha=14$）

从表六中可看出本文中提出的识别方法似乎比原方法要好。其可靠性还要经今后的实践检验。 下转第20页

步法鉴定试验比较表 （表一）

类别 / 姓名	标准模型 $B^{(i)}$ （ i＝1，…10）	测量时间	比较模型 $B_1^{(j)}$ （ j＝1，2…10 ）	测量时间
苏军印 1	{（52，8），（56.5，8），（27，4.5），（27，7.8）}	2月29日	{(59.5，4.8)，(60，4.8)，(27，1)(27，9.8)}	3月9日
王耀治 2	{（55，4.5），（57，4.5），（27，4.2）(27，4.5)}	2月29日	{(62.4，5.4)，(67.5，5.4)(27，3.8)(27，1.4)}	3月15日
岳彰林 3	{（53.5，12），（60.5，12）(28.5，6.5)(28.5，3)}	2月29日	{(58.5，13.8)，(62，13.8)(28.5，6.3)(28.5，4.8)}	3月9日
李力伟 4	{（54，5.5），（61，5.5），(28.5，5.4)，(28.5，4.5)}	2月29日	{(65，9)(72，9)，(28.5，1.5)(28.5，2.4)}	3月9日
刘玉阳 5	{（62，5.8），(47.5，5.8)，(30，5.2)，(30，6.4)}	3月1日	{(57，8)(56，8)，(30，2)(30，6.5)}	3月15日
柴志平 6	{(60.5，13)，(50.3，13)，(28，3.7)，(28，2.4)}	3月1日	{(67，9)(71，9)(28，3)(28，1.7)}	3月9日
孟庆明 7	{(59.5，9.5)，(50.2，9.5)，(27，5.5)，(27，5.4)}	3月1日	{(60.4，8)(56，8)(27，4)(27，2.5)}	3月16日
徐秋仓 8	{(53.3，9.8)，(52，9.8)，(27.5，8.5)，(27.5，5.3)}	3月2日	{(45.7，12.5)(50.5，12.5)(27.5，7)(27.5，8)}	3月17日
张松晨 9	{(59.5，13)，(58.5，13)，(29，2.2)，(29，1.2)}	3月2日	{(57.2，8.5)(55，8.5)(29，1.5)(29，1)}	3月15日
侯才林10	{(65.5，10.7)，(47.5，10.7)，(27.5，2.8)，(27.5，1.8)}	3月2日	{(48.8，6.5)(68，6.5)(27.5，1)(27.5，4)}	3月16日

表二

$H(\underset{\sim}{B}^{(i)}, \underset{\sim}{B_1}^{(j)})$ 矩阵 （i、j＝1，2，……10）

$B_1^{(j)}$ \ $B^{(i)}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.53	0.67	0.27	0.48	0.43	0.25	0.42	0.3	0.23	0.35
2	0.54	0.79	0.31	0.58	0.45	0.46	0.55	0.4	0.32	0.42
3	0.5	0.37	0.94	0.58	0.43	0.65	0.6	0.66	0.59	0.54
4	0.53	0.42	0.5	0.64	0.5	0.55	0.47	0.53	0.52	0.53
5	0.55	0.35	0.46	0.44	0.72	0.38	0.52	0.43	0.49	0.45
6	0.57	0.46	0.39	0.69	0.49	0.66	0.5	0.53	0.53	0.7
7	0.76	0.67	0.47	0.54	0.46	0.56	0.69	0.62	0.41	0.63
8	0.59	0.37	0.61	0.34	0.33	0.59	0.61	0.62	0.49	0.54
9	0.52	0.32	0.45	0.43	0.44	0.46	0.48	0.47	0.72	0.54
10	0.53	0.56	0.42	0.56	0.43	0.41	0.51	0.53	0.35	0.51

表三

$P(B^{(i)}, B_2^{(j)}.)$矩阵(i,j=1、2、……10)

$B^{(j)}$ \ $B_1^{(i)}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.22	0.24	0.15	0.18	0.17	0.24	0.18	0.12	0.11	0.18
2	0.18	0.31	0.29	0.44	0.2	0.31	0.43	0.42	0.36	0.36
3	0.58	0.35	0.89	0.41	0.4	0.49	0.68	0.6	0.25	0.36
4	0.26	0.34	0.23	0.28	027	0.4	0.26	0.17	0.49	0.52
5	0.4	0.4	0.29	0.35	0.38	0.34	0.75	0.22	0.18	0.25
6	0.21	0.36	0.36	0.55	0.25	0.49	0.3	0.35	0.57	0.56
7	0.4	0.55	0.53	0.63	0.35	0.55	0.46	0.46	0.45	0.63
8	0.56	0.3	0.54	0.36	0.34	0.29	0.58	0.38	0.14	0.23
9	0.12	0.21	0.22	0.27	0.28	0.39	0.17	0.17	0.68	0.51
10	0.22	0.22	0.15	0.19	0.18	0.27	0.18	0.12	0.43	0.36