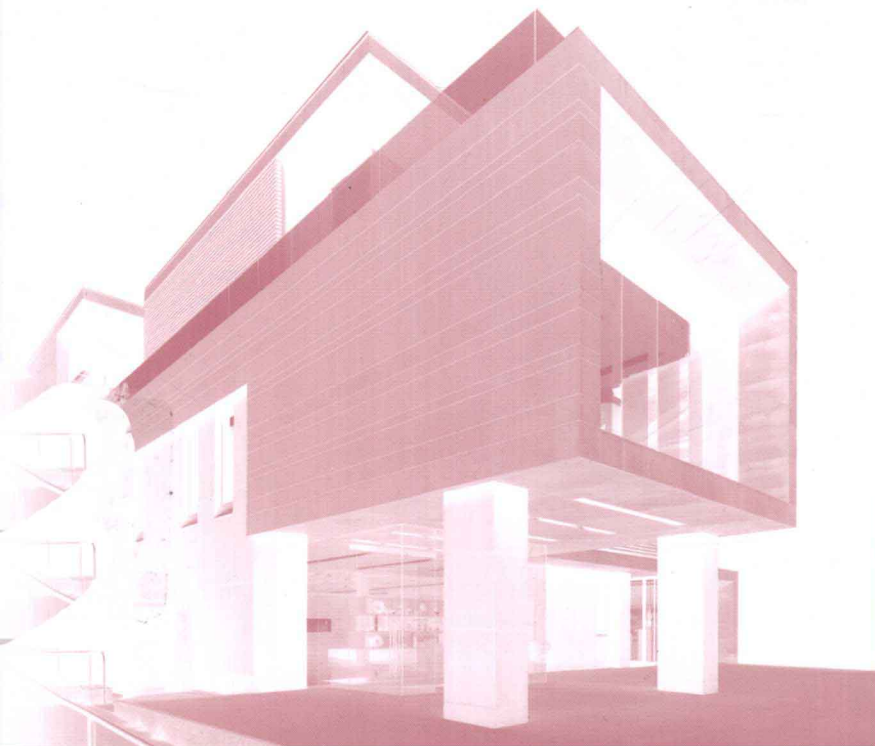


高等学校教材

Experimental Mechanics

实验力学

□ 尹协振 续伯钦 张寒虹 编著



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

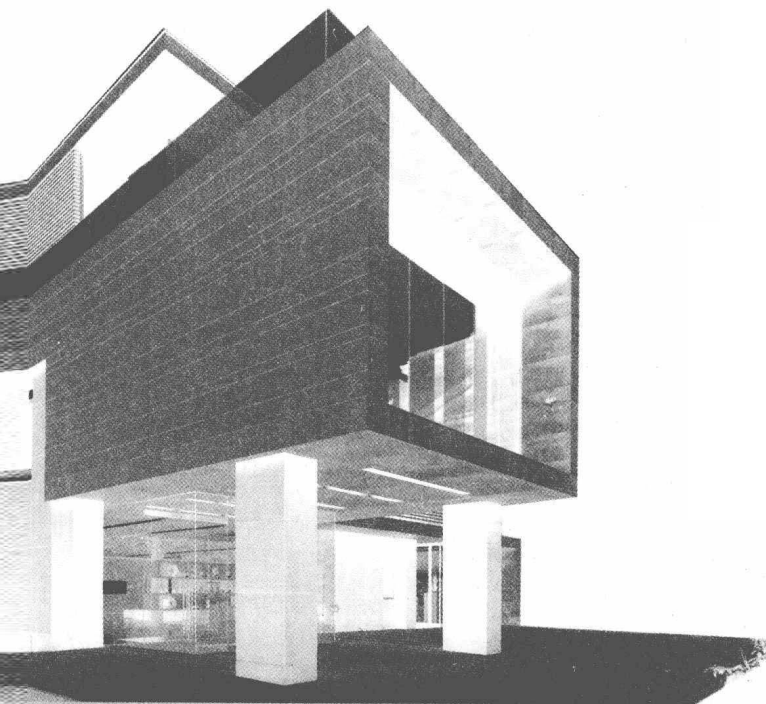
高 等 学 校 教 材

Experimental Mechanics

实验力学

SHIYAN LIXUE

□ 尹协振 续伯钦 张寒虹 编著



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

内容提要

本书将固体力学实验、流体力学实验和工程力学实验纳入统一的实验力学体系,系统全面地介绍实验力学的基本理论、各种测量技术以及专题应用,并注意反映实验力学中最新的实验技术及方法。由于力学各分支的很多实验技术是相通的,同时不少测量方法亦有相似之处,因而本书从统一的实验力学体系出发所做的介绍,更能使读者在实验力学的各个方面做到举一反三,融会贯通,取得事半功倍之效。

本书分为三部分,共20章。第一部分为实验力学基础,介绍了测量误差、数据处理方法、相似理论和量纲分析,这是所有实验研究的基础;第二部分为力学测量方法及原理,详细介绍了各种力学测量方法的原理及应用,是本书的重点;第三部分为实验力学专题,介绍了若干力学实验专题。最后以附录形式给出常用的实验设备原理和常用的测量仪器。

本书可作为力学、热能工程、工程热物理专业的本科生教材,以及水利、气象、化工、船舶、航空等非力学专业的研究生教学用书,也可作为相关专业教师、科研人员和工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

实验力学 / 尹协振, 续伯钦, 张寒虹编著. — 北京: 高等教育出版社, 2012. 1
ISBN 978-7-04-034287-1

I. ①实… II. ①尹… ②续… ③张… III. ①实验应力分析—高等学校—教材 IV. ①O348

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第274343号

策划编辑 黄强
责任校对 胡美萍

责任编辑 黄强
责任印制 张福涛

封面设计 张申申

版式设计 王艳红

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印刷 北京七色印务有限公司
开本 787mm×960mm 1/16
印张 30
字数 560千字
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598
网址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landraco.com>
<http://www.landraco.com.cn>
版次 2012年1月第1版
印次 2012年1月第1次印刷
定价 46.30元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物料号 34287-00

序 言

实验力学这门课是所有力学专业本科生必修的重要课程。

这门课之所以重要,有几个原因。原因之一是实验对力学的重要性。因为力学离不开实验,没有对现象的观察和精细的实验探求与分析,就没有办法建立力学模型;已有的力学模型还必须通过实验来考研和修正,从而建立力学理论。原因之二是实验力学中包括了电学的、光学的、声学的、磁学的各种测量理论和技术。不同学科间的融合有利于认识各学科中的不同的思路和方法,接触到各种实验技术和巧妙的仪器,这些训练有助于学生开阔眼界和形成良好的科学素质。

这本书是在若干年教学实践的基础上逐渐形成和完善的。它的第一篇就很有特点,把误差分析的概念和数据处理的常识教给学生,使得学生从一开始就对实验结果的可靠性有清醒的认识。同时,相似理论和量纲分析是探讨科学规律、解决科学和工程问题的重要工具。它不仅在实验研究中为实验设计和构建实验模型提供了巧妙的途径,也是认识物理本质的巧妙方法。

力学测量方法和原理部分牵涉到多方面的知识。对一个量的测量往往有多种方法。这本教科书在选材方面,选择了当前常用的和最先进的测试技术,这也是这本书的一个特点。之所以要教学生最先进的技术,是体现前瞻性,要有吸取各种先进的东西为我所用的意识,这应当也是素质教育的一部分。

本书第三篇有针对性地围绕若干基本的力学问题,从设计模型、确定待测的参数,应用学到的测试方法,加上特殊技术,直到得到实验结果,以及对结果的分析 and 讨论。这种综合训练,要求学生发挥自己的理解力和创造性,使学生初步体验力学实验研究的全过程。

实验技术一直快速地发展着。为了既给学生基本的训练,又让学生接触到最新的科学技术,需要一本新的教科书。这本书正是在近些年的教学实践的基础上,为适应这个形势而编写的。希望这本书有助于实验力学这门课程的教学。

伍小平

2011年12月于合肥

前 言

力学作为一门技术科学,以大量的工程实践为背景,以工程实践中的共性问题为研究对象,以建立工程技术的基础理论为目标,是自然科学和工程技术间的一座桥梁。

长期以来人类为了解决衣食住行,面临着大量的力学问题,在解决这些力学问题的过程中,实验观测是人类开始研究力学问题的最主要手段。人们从大量第一性的认识中总结规律,研究出一系列实验方法,开始研制初等测量仪器。20世纪初,实验力学从原型实物试验开始转向实验室模拟实验,这一进步大大促进了相似理论的发展。大量模拟设备的研制以及更精细实验仪器的出现,使实验力学开始形成一门独立学科。60年代激光技术的出现,给实验力学技术带来了革命性的进展。一系列新的实验技术相继出现,一批新的测量仪器市场化,反过来又促进了实验力学的发展。90年代,随着计算机的普及,不仅使得计算力学取得巨大发展,而且大大丰富了实验力学的内容。现在实验研究、数值模拟和理论模化已经成为力学研究的三个最主要手段,其中实验研究占据了不可替代的地位。

实验力学应该包括四个方面的内容:实验理论、实验设备、实验技术和各种力学应用。实验理论是进行实验室模拟实验的基础,任何模拟实验都必须首先回答模拟实验是否可靠的问题。同时,任何模拟实验都不可能百分之百地完全模拟实物试验,在不能做到完全相似时,如何进行实验,这些都是相似理论应该回答的内容。实验室实验是实验力学发展过程中的一大进步,同时也带来了如何研制实验设备的问题。特别是航空航天事业的发展,促进了一大批空气动力设备的出现,这些设备用途不同,原理各异,使得实验设备的研制成为实验力学中一项重要内容。实验技术的研究是实验力学中最主要的研究项目,除了原有的各种实验技术外,物理学、化学、生物学、电子学以及计算机等领域的各种新技术不断被引入力学实验中,大大丰富了实验技术的内容。可以说,实验技术是实验力学中最活跃、发展最快的一部分。力学应用是指用实验力学的方法具体解决各种力学问题,这部分内容十分丰富,特别是现代力学正在加强和不同学科的交叉,研究的内容涉及众多领域,随着时间的推移,应用的领域还会不断扩大。

目前市场上已经出版了一些有关实验力学的书籍,大部分都是针对流体力学、固体力学、工程力学等分学科而写的。实验力学作为一门独立学科需要一本

完整介绍实验力学的教材,而且流体力学实验与固体力学实验的很多内容是一致的,很多实验技术是相通的。因此我们一直希望有一本融合固体力学实验、流体力学实验和工程力学实验为一体的实验力学教科书。

早在 20 世纪 90 年代初,中国科学技术大学近代力学系的教师在伍小平院士带领下就开始了对力学专业实验教学的尝试。当时集中了全系从事实验研究和实验教学的所有教师,对全系实验课程从教学体系、教学内容、教材和实验室建设诸方面进行了全面改革,逐步改变了教学实验分散在各专业实验室,教学内容各自为政、互相重叠的现象。其后,在“211”、“985”和“国家理科人才培养基地”等项目的支持下,逐步完成了力学专业实验课程体系的整体改造和教学实验室的建设。在新的教学计划中,专业实验课程包括“力学基础实验”和“实验力学”两门课程,这两门课程面对力学系理论与应用力学专业本科生,不再分流体力学、固体力学和工程力学。这本《实验力学》教材是在中国科学技术大学近代力学系《力学基础实验》和《实验力学》讲义的基础上改写而成的。

本书分为三部分,共 20 章。第一部分是实验力学基础,含 2 章,介绍了测量误差、数据处理方法、相似理论和量纲分析,这是所有实验研究的基础;第二部分是力学测量方法及原理,含 13 章,详细介绍了各种力学测量方法的原理及应用,是本书的重点;第三部分是实验力学专题,含 5 章,介绍了若干实验力学专题。最后以附录形式给出常用的实验设备原理和常用的测量仪器。在实验力学中很多测量方法有相似之处,测量原理是相通的,我们希望读者通过学习这门课程,能在力学测量技术方面举一反三,融会贯通。本书在选材上力争做到重在基础,取舍适当。作为力学专业教材,本书适用课时为 120 学时到 160 学时。如受课时的限制,部分内容可作为选修。

本书由尹协振、续伯钦、张寒虹编著,其中第 2、11、12、13、14、16、17、18 章及附录 A1、A2、A3 由尹协振执笔,第 6、7、8、9、10、19、20 章及附录 B2 由续伯钦执笔,第 1、3、4、5、15 章及附录 A4、B1、B3 由张寒虹执笔。本书作者衷心感谢伍小平院士自始至终对本书的指导,感谢何世平、胡秀章、胡时胜、杨基明、张青川、罗喜胜、郭扬等老师长期对课程建设所做的贡献。清华大学的朱克勤教授审阅了全稿,并提出了宝贵的意见和建议,对此表示衷心的感谢。

由于水平所限,错误和不当之处在所难免,衷心期望读者指正。

作 者

2011 年 9 月于合肥

目 录

第一篇 实验力学基础

| | | | |
|-------------------------|----|-----------------------|----|
| 第 1 章 测量误差及数据处理 | 3 | § 2.2 求相似参数的方法 | 33 |
| § 1.1 测量误差及表示 | 3 | § 2.3 相似参数应用举例 | 37 |
| § 1.2 数据处理 | 14 | § 2.4 部分相似和局部模拟 | 43 |
| 习题 | 30 | 本章小结 | 49 |
| 第 2 章 相似理论及量纲分析 | 32 | 习题 | 50 |
| § 2.1 相似的概念及相似三定律 | 32 | 参考文献 | 51 |

第二篇 力学测量方法及原理

| | | | |
|------------------------|-----|-----------------------|-----|
| 第 3 章 应变片技术 | 55 | § 4.9 霍尔式传感器 | 117 |
| § 3.1 概述 | 55 | § 4.10 压磁式传感器 | 119 |
| § 3.2 电阻应变片 | 56 | 习题 | 119 |
| § 3.3 其他类型的应变片 | 68 | 参考文献 | 120 |
| § 3.4 电阻应变片的测量电路 | 71 | 第 5 章 数据采集和计算机 | |
| § 3.5 运动构件的应变测量 | 80 | 处理 | 121 |
| § 3.6 电阻应变仪 | 81 | § 5.1 概述 | 121 |
| 习题 | 86 | § 5.2 模数转换原理 | 122 |
| 参考文献 | 87 | § 5.3 数模转换器 | 125 |
| 第 4 章 传感器及其一般特性 | 88 | § 5.4 转换器的性能指标 | 125 |
| § 4.1 概论 | 88 | § 5.5 基于并行式 ADC 的高速数据 | |
| § 4.2 传感器的静态特性和动态 | | 采集系统 | 128 |
| 特性 | 91 | § 5.6 计算机数据处理技术 | 131 |
| § 4.3 传感器的标定 | 93 | § 5.7 虚拟仪器简介 | 133 |
| § 4.4 应变片式传感器 | 96 | 习题 | 138 |
| § 4.5 压电式传感器 | 104 | 参考文献 | 138 |
| § 4.6 电位计式传感器 | 111 | 第 6 章 光测力学概论 | 139 |
| § 4.7 电容式传感器 | 113 | § 6.1 光测力学的研究对象及 | |
| § 4.8 电感式传感器 | 114 | 特点 | 139 |

| | | | | | |
|---------------|----------------------|-----|---------------|------------------------|-----|
| § 6.2 | 光测力学的发展历史及研究内容 | 139 | 第 11 章 | 流体压力测量 | 215 |
| § 6.3 | 光测力学的基本思路 | 140 | § 11.1 | 壁面压力孔测量 | 215 |
| § 6.4 | 光测力学的位相测量与数据处理 | 141 | § 11.2 | 压力探头 | 216 |
| 参考文献 | | 144 | § 11.3 | 压力计 | 218 |
| 第 7 章 | 全息干涉计量 | 145 | § 11.4 | 压力传感器的应用 | 221 |
| § 7.1 | 全息成像技术 | 145 | § 11.5 | 压力扫描阀 | 223 |
| § 7.2 | 双曝光全息干涉 | 147 | § 11.6 | 压敏漆技术 | 225 |
| § 7.3 | 实时全息干涉 | 155 | 参考文献 | | 228 |
| § 7.4 | 位相全息干涉计量 | 156 | 第 12 章 | 流体速度测量 | 230 |
| § 7.5 | 测量振动的时间平均法 | 157 | § 12.1 | 风速管及其标定 | 230 |
| § 7.6 | 实时—时间平均法 | 160 | § 12.2 | 热线风速仪 | 234 |
| § 7.7 | 频闪法和实时频闪法 | 161 | § 12.3 | 激光多普勒测速仪 | 238 |
| § 7.8 | 外差全息干涉计量 | 163 | § 12.4 | 粒子成像速度计 | 242 |
| § 7.9 | 数字全息干涉计量 | 164 | 参考文献 | | 250 |
| 参考文献 | | 165 | 第 13 章 | 流体动力和力矩测量 | 251 |
| 第 8 章 | 散斑计量术 | 166 | § 13.1 | 动量法测量流体动力 | 251 |
| § 8.1 | 激光散斑的基本性质 | 167 | § 13.2 | 气动天平分类 | 254 |
| § 8.2 | 散斑计量术 | 168 | § 13.3 | 机械天平 | 255 |
| § 8.3 | 人工散斑 | 178 | § 13.4 | 应变天平的分类和原理 | 259 |
| § 8.4 | 数字散斑图像相关技术 | 179 | § 13.5 | 天平元件特点 | 260 |
| 参考文献 | | 181 | § 13.6 | 天平的校准 | 267 |
| 第 9 章 | 光弹性原理 | 182 | § 13.7 | 坐标系及气动力系数 | 269 |
| § 9.1 | 应力光学定律 | 182 | 参考文献 | | 270 |
| § 9.2 | 平面光弹性 | 183 | 第 14 章 | 流动显示技术 | 271 |
| § 9.3 | 全息光弹 | 194 | § 14.1 | 概述 | 271 |
| § 9.4 | 贴片光弹法 | 199 | § 14.2 | 外加示踪物显示方法 | 272 |
| § 9.5 | 三维光弹性的冻结切片法 | 200 | § 14.3 | 光学方法 | 278 |
| § 9.6 | 动光弹简介 | 201 | § 14.4 | 几种新技术 | 296 |
| 参考文献 | | 203 | 参考文献 | | 301 |
| 第 10 章 | 云纹技术 | 204 | 第 15 章 | 瞬态实验技术 | 302 |
| § 10.1 | 云纹的形成与分类 | 204 | § 15.1 | 动态超高压技术 | 302 |
| § 10.2 | 平面云纹 | 205 | § 15.2 | 瞬态参量测量 | 307 |
| § 10.3 | 离面云纹 | 209 | § 15.3 | 固体激波测量方法 | 309 |
| § 10.4 | 云纹干涉法 | 212 | § 15.4 | 材料动态应力—应变关系的测定 | 318 |
| 参考文献 | | 214 | § 15.5 | 弹性波波速的测量 | 321 |
| | | | § 15.6 | 空中(水中)冲击波测量 | 324 |

| | | |
|--------------------|------|-----|
| § 15.7 冲击载荷下位移场及形貌 | 习题 | 329 |
| 测量 | 参考文献 | 329 |

第三篇 实验力学专题

| | | |
|-----------------------|------------------------|-----|
| 第 16 章 水力学实验 | 参考文献 | 375 |
| § 16.1 直管内的流动 | 第 19 章 相移位相测量技术 | 376 |
| § 16.2 面积变化的管流 | § 19.1 基本原理和计算公式 | 376 |
| § 16.3 水击 | § 19.2 变化参考位相的获得 | 379 |
| 参考文献 | § 19.3 典型相移干涉光路 | 381 |
| 第 17 章 空气动力学实验 | § 19.4 位相展开(去包络) | 383 |
| § 17.1 常规实验项目 | 参考文献 | 384 |
| § 17.2 特种实验项目 | 第 20 章 数字图像相关技术 | |
| § 17.3 风洞实验数据修正 | 求面内应变 | 385 |
| 参考文献 | § 20.1 亚像素位移计算方法 | 385 |
| 第 18 章 两相流实验 | § 20.2 位移场逐点局部最小二乘拟合 | |
| § 18.1 两相流动的特点 | 实现全场应变测量 | 390 |
| § 18.2 两相流测量技术介绍 | 参考文献 | 392 |
| § 18.3 粒子直径测量方法 | | |
| 附录 A 实验设备及原理 | 参考文献 | 437 |
| § A1 低速流动实验设备 | 附录 B 测量仪器 | 438 |
| 参考文献 | § B1 摄影测量用光源 | 438 |
| § A2 高速流动实验设备 | § B2 激光器 | 446 |
| § A3 特种流体力学实验设备 | § B3 光机式高速摄影机和数字式高速摄 | |
| 参考文献 | 像系统 | 453 |
| § A4 电爆炸装置 | 思考题 | 467 |
| 思考题 | | |

第一篇
实验力学基础

第 1 章 测量误差及数据处理

§ 1.1 测量误差及表示

1.1.1 控制测量误差的重要性

测量不仅在科学研究领域,而且在国民经济、国防建设和社会生活中,特别是在司法、商业贸易、维护权益、保护资源环境、医疗卫生等诸方面都起着越来越大的作用。它对科研、生产、商贸和国际技术交流等诸多相关领域的影响极大。

为了能选择适当的实验方法以使测量结果有预期的可靠性并分析测量结果的可靠程度,我们必须对误差进行分析,因此必须具备误差理论的知识;为了把得到的数据进行归纳整理,去伪存真,去粗取精,从而得出表征被测量之间的函数关系,还必须掌握数据处理的技术。

当测量误差超过一定的限度,测量工作和结果不但毫无意义甚至会带来极大的危害。例如射程为 8 000 km 的洲际导弹,如果航向误差 0.03° ,偏离目标可达 5~8 km; 矿井中瓦斯浓度监测问题, 4%~16% 的瓦斯浓度会引起爆炸,爆炸最猛烈的浓度为 9%,安全操作规程规定当浓度达到 1% 时监测系统报警,不允许作业。如果监测系统工作不正常就可能酿成矿难;日益先进的医学介入法治疗,使用的显示、定位和手术往往需要来自不同国家的多种仪器、设备联合使用,对误差控制要求很严,否则会对人体造成无法挽救的损害。

1.1.2 测量误差的基本概念

真值——待确定量客观存在的真实值。如果一个待确定量是由理论给出或计量学作出规定的,如:三角形内角之和为 180° ;第 13 届国际计量大会规定,铯原子 Cs^{133} 在两个超精细能级间跃迁所对应辐射的 9 192 631 770 个周期的持续时间为 1 s 等,都是真值。而必须通过实验方法测量的量的真值是无法得到的。我们只能设法控制测量误差,逼近真值,但是不可能得到待测量的真值。

理论值和误差——用理论公式计算得到的值及其误差。它们不属于实验课程的内容。

实验值——也叫**测量值**,是用实验的方法对待确定量进行测量所得到的值。显然,实验值存在的误差叫**实验误差**,或**测量误差**,是实验课程所要讨论的内容。

1.1.2.1 测量误差及其分类

用实验手段测量某物理量时不可能测得该量的真值,只能得到一系列测量值 u_i 。测量值与真值 A 的差称为**测量误差** x_i ,下面就简称为**误差**。

$$x_i = u_i - A \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

误差分为三类:系统误差、随机误差和粗大误差。

1. 系统误差

简称**系差**,又称**恒定误差**,是由某些固定因素引起的,当测量条件不变时,对测量值的影响总是有同一偏向和相近的大小。当测量条件改变时,系统误差按一定的规律变化,是能够而且应该消除的。通过测量中采取措施或测量后的修正可以做到消除或减少系统误差。例如用偏小的砝码去称重,得到的数值总是偏大的。这误差能够、也应该消除掉;在相同的测量条件下,增加测量次数并不能减少系统误差。

2. 随机误差

由许多未能掌握或无法预测、无法控制的因素所引起,误差时大、时小、时正、时负,没有固定的大小和偏向。当测量条件不变时进行多次测量,测量值总不完全相同,其中就包含随机误差。随机误差没有确定性的规律,既不能够在测量中消除,也不能够在测量后修正,只能通过分析,正确地估计它对测量的影响。多次重复测量,随机误差服从统计规律。

研究随机误差,正确确定误差的合理分布范围是误差分析的主要任务。

随机误差在有些场合被称为**偶然误差**。由于随机误差存在于每一次测量中,并非偶然出现,因此偶然误差的名称不够科学。

3. 粗大误差

简称**粗差**,也称**过失误差**,是显然与事实不符的误差,误差值可以很大,没有一定的规律,往往是由仪器故障、环境意外变化、操作失误等原因引起的,是不允许存在的误差。如果测量值中含有较大误差,应按一定的规则对数据进行判断,如确定为粗差,则应将此数据从测量值中剔除,不能单凭感觉来简单地判断过失误差。

误差的分类并不是绝对的。未掌握变化规律或过于复杂的系统误差常按随机误差对待,已弄清规律的随机误差也可按系统误差处理。例如:电磁场对测量结果的影响,如果较小,规律不明显,与其他因素难以区分时就当做随机误差;当影响较大、规律可掌握就当做系统误差;影响严重到完全偏离真值、不能允许的程度时就当做粗大误差。

系统误差和随机误差总是同时存在,应分析找出主要的以便采取措施,而大

小和方向都确定的系统误差也是不多的,大量误差都是按随机误差处理。因此误差分析的重点是研究随机误差的规律性。以下将随机误差简称为误差。

1. 1. 2. 2 误差的表示方法及评价

1. 算术平均值与偏差(剩余误差)

设测量值 u_i 的算术平均值为

$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^n u_i}{n} \quad (n \text{ 为测量次数})$$

测量值 u_i 与算术平均值 \bar{u} 的差称为偏差,又称为残差或剩余误差,用下式表示:

$$V_i = u_i - \bar{u}$$

偏差 V_i 与测量误差 x_i 的统计特性相同。由于测量误差是由真值计算得到,所以实际上是未知的。而偏差是可以计算得到的。现在看一下多次测量偏差的的特性:

$$\sum_{i=1}^n V_i = \sum_{i=1}^n u_i - n\bar{u}$$

而 $\sum_{i=1}^n u_i = n\bar{u}$, 所以

$$\sum_{i=1}^n V_i = 0$$

偏差有着重要性质:多次重复测量时,各次测量的偏差总和为零。

2. 误差的评价指标

1) 平均误差

定义为各次测量误差绝对值的算术平均值,用 δ 表示。它不能正确反映测量值重复性的优劣。如一组测量值的误差的大小不等,而另一次误差基本相同,它们的平均误差有可能是相同的。

2) 标准误差

又称均方根误差,用符号 σ 表示。定义如下:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}}$$

由于取 x_i^2 ,即测量误差的平方和来平均,不会使正负方向的误差相抵消,以致不能判断离散程度;同时平方后大误差占的比例更大,因此对较大误差比较敏感。是最重要的误差评价标准。

3) 概率误差

又称或然误差,用符号 γ 表示,是指这样的误差数值:在各次测量的误差中,绝对值比它大的误差与绝对值比它小的误差出现的可能性同样大。实际上多次

测量时,数值位于中间的那个误差值就可以看作概率误差。

4) 几种误差的比较

当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时,几种误差有同等价值,关系见表 1-1。当测量次数为有限数时就不同了, δ 无法表示出各次测量间彼此相符的情况。例如一次测量彼此接近,而另一组误差有大、中、小三种情况,它们的平均误差可能相同。 σ 受测量次数的影响不大, γ 一般不能直接求出而是通过与 σ 的关系计算得到。

表 1-1 几种误差的关系

| 误 差 | 标准误差 σ | 概率误差 γ | 平均误差 δ |
|----------|---------------|---------------|---------------|
| σ | 1.000 0 | 1.482 6 | 1.253 3 |
| γ | 0.674 5 | 1.000 0 | 0.845 4 |
| δ | 0.797 9 | 1.182 9 | 1.000 0 |

5) 极限误差

指用来规定各次测量误差实际中不超过某个范围的界限值。用 Δ 表示。 Δ 的值应根据误差的分布规律及测量要求来确定。一般取 $\Delta = 3\sigma$ 。

6) 绝对误差与相对误差

因为只对 u 偏离 A 多少感兴趣,因此定义 $|x|$ 为绝对误差,那么 $A = u \pm |x|$ 。

相对误差 $\left(\frac{|x|}{A} \approx \frac{|x|}{u}\right)$ 表明测量值偏离真值的相对程度,用 % 表示。显然相对误差比绝对误差更直接地表明了测量的精确程度。

例如:一次测量值为 10 cm,绝对误差 1 mm;另一次测量值为 1 m,绝对误差 5 mm,第一次的相对误差 1%,第二次的相对误差 0.5%,显然第二次的误差更小。

引用相对误差是指满度相对误差,用来表示仪器的准确程度。例如电表准确度等级 ± 0.1 、 ± 0.2 、 ± 0.5 、 ± 1.0 、 ± 1.5 、 ± 2.5 、 ± 5.0 就是引用相对误差的百分比。例如 ± 1.5 级的 100 mA 的电流表在 50 mA 处误差 1.4 mA,是否合格呢?答案是合格,因为 ± 1.5 级的意义是允许测量误差为满度值的 $\pm 1.5\%$,即 1.5 mA。应该根据引用相对误差的概念来选择仪器的准确度。

例如:要测量 10 V 左右的电压,有两块电表。一只 ± 1.5 级,量程 150 V;另一只 ± 2.5 级,量程 15 V,应选用哪一只测量?

第一只的测量误差为 $150 \times (\pm 1.5\%) \text{ V} = \pm 2.25 \text{ V}$,第二只的测量误差仅

为 $15 \times (\pm 2.5\%) \text{V} = \pm 0.375 \text{V}$ ，显然应该选用第二只。

由此可以得出结论：不能片面追求仪表的高级别，应根据被测量大小和仪器级别合理选择。一般应使被测量在仪表满度的 $2/3$ 以上。

如果仪表等级为 s ，满度值为 x_m ，被测量的真值为 A ，则该仪表测量的绝对误差为： $|x| \leq x_m \times s\%$ ，相对误差为： $\frac{|x|}{A} \leq \frac{x_m}{A} \times s\%$ 。

1.1.2.3 测量精度

1) 精密度

表示测量值之间相互接近的程度，或集中的程度，它反映的是随机误差。

2) 准确度

反映的是系统误差，准确度高的测量系统误差小。

3) 精确度

最终表示测量值与真值的接近程度，是精密度和准确度的综合反映。

图 1-1 的靶图很形象地说明了三种精度的关系。射手的技术对应精密度，代表着随机误差；枪的准确性对应于准确度，代表了系统误差。只有精密度和准确度都高的测量才是高精度的。

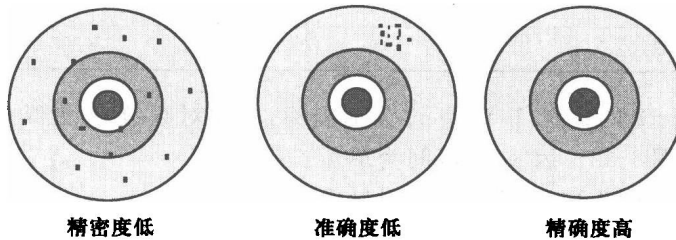


图 1-1 三种精度的含义

1.1.2.4 随机误差的理论基础

1. 随机误差的概率密度函数——高斯公式

如前所述，随机误差是由许多未能掌握或无法预测、无法控制的因素所引起的，因此在消除了系统误差和粗大误差后，对同一量进行多次等精密度的重复测量，所得各测量值仍含有误差。随机误差就每次测量值而言是无规律的，一般不能消除。然而，就误差的总体而言，却具有确定的统计规律性，研究其分布规律，可以从一组测量值中得出一个最佳值并估计其误差。为此，需对测量结果进行统计分析，去发现随机误差的特性。举例来说，对摆的周期 T 进行了 $n = 150$ 次测量，将测量值 u_i 、对应次数 n_i 、相对次数 $f_i = n_i/n$ 和相对频数 $y_i = f_i/\Delta u_i$ 列于表 1-2 中，表中次数按左闭右开区间 $[u_i, u_{i+1})$ 计算，区间间隔 $\Delta u_i = 0.01 \text{ s}$ ，区间个数 $m = 14$ ，已知真值 $u_0 = 3.01 \text{ s}$ 。

表 1-2 摆周期的测量结果

| 区间序号 | 中心值 u_i/s | 误差 x_i/s | 次数 n_i | 相对次数 $f_i = n_i/n$ | 相对频数 $y_i = f_i/\Delta u_i$ $= f_i \times 100$ | 备 注 |
|------|----------------|---------------|-------------|-----------------------|------------------------------------------------------|-----|
| 1 | 2.95 | -0.06 | 4 | 4/150 | 8/3 | |
| 2 | 2.96 | -0.05 | 6 | 6/150 | 4 | |
| 3 | 2.97 | -0.04 | 6 | 6/150 | 4 | |
| 4 | 2.98 | -0.03 | 11 | 11/150 | 22/3 | |
| 5 | 2.99 | -0.02 | 14 | 14/150 | 28/3 | |
| 6 | 3.00 | -0.01 | 20 | 20/150 | 40/3 | |
| 7 | 3.01 | 0.00 | 24 | 24/150 | 16 | |
| 8 | 3.02 | 0.01 | 17 | 17/150 | 34/3 | |
| 9 | 3.03 | 0.02 | 12 | 12/150 | 8 | |
| 10 | 3.04 | 0.03 | 12 | 12/150 | 8 | |
| 11 | 3.05 | 0.04 | 10 | 10/150 | 20/3 | |
| 12 | 3.06 | 0.05 | 8 | 8/150 | 16/3 | |
| 13 | 3.07 | 0.06 | 4 | 4/150 | 8/3 | |
| 14 | 3.08 | 0.07 | 2 | 2/150 | 4/3 | |

根据表 1-2 的数据,以误差 x_i 为横坐标,以相对频数 y_i 为纵坐标,画出频率直方图,见图 1-2。因 y_i 是区间为单位长度时的概率,故称为概率密度。当测量次数很大时,即区间趋于无穷小时,得直方图上的光滑曲线 $y = P(x)$,称为随机误差的概率密度函数。误差位于 dx 区间的概率为: $dP = P(x)dx = ydx$,对于误差从 $-a$ 到 a 出现的概率为: $\int_{-a}^a ydx$,对于所有可能出现的误差的概率为: $\int_{-\infty}^{\infty} ydx = \sum_{i=1}^{\infty} f_i = 1$ 。

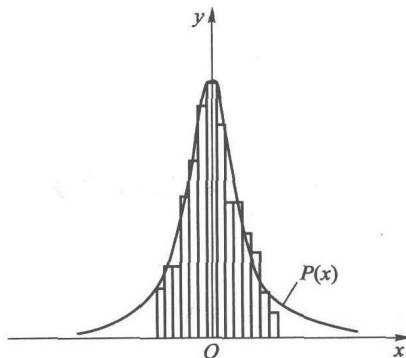


图 1-2 频率直方图和概率密度函数

从图 1-2 可以看出,误差小的数据出现频率高,误差大的数据出现频率低,而且概率密度函数对称于纵轴,随机误差的这种内在规律称为误差的正态分布。

高斯给出了正态分布的概率密度函数的数学表达式:

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad \text{或} \quad P(x) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 x^2}$$