

# 细分曲面约束造型技术

何钢 李堃 著



中国水利水电出版社  
www.waterpub.com.cn

# 细分曲面约束造型技术

何 钢 李 堃 著



## 内 容 提 要

本书主要研究利用细分曲面解决顶点和曲线网约束的造型技术问题,是作者从事细分曲面造型技术研究成果的概括,并结合了国内外最新的研究成果。全书共分8章,主要内容包括:细分模式概述;基于顶点约束的细分曲面构造;曲线网构造与联合细分插值方法;基于细分的曲线约束造型方法;非均匀联合细分模式;联合细分曲面的形状修改;细分曲面中的特征构造技术。

本书可作为从事计算机辅助设计与制造专业、计算机图形学专业的科研人员和高等工科院校的研究生的参考书。

## 图书在版编目(CIP)数据

细分曲面约束造型技术 / 何钢, 李玺著. — 北京 :  
中国水利水电出版社, 2011. 12  
ISBN 978-7-5084-9247-6

I. ①细… II. ①何… ②李… III. ①曲面—工业设计:  
造型设计 IV. ①TB472

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第258829号

策划编辑: 雷顺加 责任编辑: 张玉玲 加工编辑: 孙 丹 封面设计: 李 佳

|      |                                                                                                                                                                                                                                                      |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 书 名  | 细分曲面约束造型技术                                                                                                                                                                                                                                           |
| 作 者  | 何 钢 李 玺 著                                                                                                                                                                                                                                            |
| 出版发行 | 中国水利水电出版社<br>(北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038)<br>网址: <a href="http://www.waterpub.com.cn">www.waterpub.com.cn</a><br>E-mail: <a href="mailto:mchannel@263.net">mchannel@263.net</a> (万水)<br><a href="mailto:sales@waterpub.com.cn">sales@waterpub.com.cn</a> |
| 经 售  | 电话: (010) 68367658 (发行部)、82562819 (万水)<br>北京科水图书销售中心(零售)<br>电话: (010) 88383994、63202643、68545874<br>全国各地新华书店和相关出版物销售网点                                                                                                                               |
| 排 版  | 北京万水电子信息有限公司                                                                                                                                                                                                                                         |
| 印 刷  | 北京蓝空印刷厂                                                                                                                                                                                                                                              |
| 规 格  | 170mm×240mm 16开本 10印张 205千字                                                                                                                                                                                                                          |
| 版 次  | 2011年12月第1版 2011年12月第1次印刷                                                                                                                                                                                                                            |
| 定 价  | 30.00元                                                                                                                                                                                                                                               |

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社发行部负责调换

版权所有·侵权必究

# 前 言

细分曲面因其对任意拓扑的适应性正逐渐成为几何建模的强有力工具。几何约束是提高复杂曲面建模精度的重要手段，其中点与曲线是最有效的几何约束。本书针对任意拓扑曲线网和顶点约束下的细分曲面造型技术进行讲解，旨在进一步提高细分曲面的造型能力，使其能更有效地应用于 CAD 的概念设计中。

作者于 2000 年后开始细分曲面的研究工作，在攻读博士学位期间，作为主要研究人员参与了国防基础研究项目的研究工作，以细分方法为基础，研究顶点和曲线网等多种几何约束下的复杂曲面设计的基础算法，对解决航空、航天、汽车、逆向工程和动画等多个领域建模过程中的实际问题都具有重要意义。

本书的读者对象为计算机辅助设计与制造专业的研究生和从事 CAD、动画软件开发的工程技术人员，宗旨是帮助读者理解细分约束造型的原理和发展现状，所以本书以实现约束造型的算法为重点，详细论述了细分曲面约束造型的技术和理论，并给出具体的建模实例，力求深入浅出，理论联系实际。

本书是关于在顶点和任意拓扑曲线网约束条件下的细分曲面造型的关键技术及应用的系统研究，全书共分 8 章，各章的主要内容：第 1 章主要对细分曲面的研究进展和细分曲面约束造型技术进行了综合性介绍；第 2 章介绍网格的基本概念和常用细分模式及其性质；第 3 章介绍了常用顶点约束细分曲面造型方法后，提出了采用基于相似性原理构造的顶点约束细分曲面的算法；第 4 章至第 8 章系统地介绍了曲线与曲线网建模的技术与理论，其中第 4 章介绍了曲线插值方法，并重点讨论了联合细分插值方法；第 5 章详细阐述了曲线网构造和编辑的方法，并给出了曲线网建模的一般步骤；第 6 章在分析联合细分模式缺点的基础上，提出了非均匀联合细分模式，通过对细分规则的修改提高了曲线网插值细分曲面的光顺性；第 7 章针对插值曲面不同区域的修改问题，提出两种曲线网插值联合细分曲面的修改方法；第 8 章提出了特征角调整和构造复合曲线网两种构造联合细分曲面特征的方法。

本书的主要内容是作者攻读博士学位期间的研究成果，该成果的取得是与导师廖文和教授的悉心指导分不开的，同时也得到刘浩等老师的帮助，在此表示衷心感谢。

细分曲面的理论与实际应用没有非均匀有理  $B$  样条曲线曲面成熟，仍有一些问题需要深入探讨，而且由于作者水平有限，本书的研究与分析难免有不完善之处，敬请专家、学者和广大读者批评指正。

作者

2011 年 9 月

# 目 录

## 前言

|                              |    |
|------------------------------|----|
| 第1章 绪论                       | 1  |
| 1.1 约束造型技术的发展                | 1  |
| 1.2 基于曲面的约束造型技术              | 3  |
| 1.3 基于细分的约束造型技术              | 5  |
| 1.3.1 细分曲面的理论研究现状            | 5  |
| 1.3.2 细分曲面中的约束造型技术研究现状       | 8  |
| 1.4 研究意义                     | 10 |
| 第2章 细分模式概述                   | 12 |
| 2.1 网格的基本概念                  | 12 |
| 2.2 细分模式分类及常用细分模式            | 13 |
| 2.2.1 细分模式分类                 | 13 |
| 2.2.2 Doo-Sabin 细分模式         | 14 |
| 2.2.3 Catmull-Clark 细分模式     | 16 |
| 2.2.4 Loop 细分模式              | 18 |
| 2.2.5 非均匀 Catmull-Clark 细分模式 | 20 |
| 2.3 细分曲面的性质                  | 22 |
| 2.4 Catmull-Clark 细分曲面的精确赋值  | 25 |
| 2.5 本章小结                     | 29 |
| 第3章 基于顶点约束的细分曲面造型            | 30 |
| 3.1 细分曲面顶点插值方法简介             | 30 |
| 3.2 基于极限点的顶点插值方法             | 31 |
| 3.3 顶点插值的光顺处理                | 33 |
| 3.3.1 能量法                    | 33 |
| 3.3.2 相似性原理                  | 33 |
| 3.4 多约束可调节的顶点和法向约束细分曲面       | 35 |
| 3.4.1 插值曲面控制网格与形状因子          | 35 |
| 3.4.2 多约束细分曲面的实现             | 39 |
| 3.4.3 控制顶点的计算                | 42 |
| 3.4.4 算法步骤                   | 43 |

|                                 |           |
|---------------------------------|-----------|
| 3.4.5 实例分析 .....                | 44        |
| 3.5 本章小结 .....                  | 47        |
| <b>第4章 基于细分的曲线约束造型方法 .....</b>  | <b>48</b> |
| 4.1 曲线的细分曲面插值方法简介 .....         | 48        |
| 4.2 基于构造网格带的曲线插值方法 .....        | 49        |
| 4.2.1 均匀三次 B 样条曲线的插值 .....      | 49        |
| 4.2.2 非均匀三次 B 样条曲线的插值 .....     | 51        |
| 4.3 联合细分方法 .....                | 54        |
| 4.3.1 基本原理 .....                | 55        |
| 4.3.2 控制网格 .....                | 55        |
| 4.3.3 基本算子 .....                | 57        |
| 4.3.4 联合细分算法步骤 .....            | 58        |
| 4.3.5 联合细分实例 .....              | 59        |
| 4.4 两类插值方法的比较 .....             | 60        |
| 4.5 本章小结 .....                  | 60        |
| <b>第5章 曲线网构造与联合细分插值方法 .....</b> | <b>61</b> |
| 5.1 曲线网的基本概念 .....              | 61        |
| 5.2 曲线网构造方法 .....               | 65        |
| 5.3 曲线网拓扑结构的提取 .....            | 67        |
| 5.4 曲线网的光顺编辑技术 .....            | 68        |
| 5.4.1 基于能量法的曲线编辑技术 .....        | 68        |
| 5.4.2 曲线网编辑技术 .....             | 70        |
| 5.4.3 基于能量法和遗传算法的曲线网构造技术 .....  | 70        |
| 5.5 曲线网插值曲面的构造 .....            | 75        |
| 5.5.1 插值曲面构造步骤 .....            | 76        |
| 5.5.2 联合细分的扩展 .....             | 77        |
| 5.5.3 初始网格的生成 .....             | 77        |
| 5.5.4 联合细分曲面的编辑 .....           | 78        |
| 5.5.5 联合细分插值曲面实例 .....          | 79        |
| 5.6 本章小结 .....                  | 81        |
| <b>第6章 非均匀联合细分模式 .....</b>      | <b>82</b> |
| 6.1 引言 .....                    | 82        |
| 6.2 联合细分曲面质量分析 .....            | 82        |
| 6.3 联合细分模式的改进 .....             | 84        |

|                               |     |
|-------------------------------|-----|
| 6.3.1 非均匀二阶差分算子               | 84  |
| 6.3.2 非均匀修正算子                 | 86  |
| 6.4 非均匀联合细分的连续性分析             | 88  |
| 6.4.1 普通曲线顶点                  | 88  |
| 6.4.2 曲线交点对应的曲线顶点             | 90  |
| 6.4.3 边界曲线顶点的连续性              | 92  |
| 6.5 算法实例分析                    | 92  |
| 6.6 本章小结                      | 98  |
| <b>第7章 联合细分曲面的形状修改</b>        | 99  |
| 7.1 引言                        | 99  |
| 7.2 基于曲线网编辑的形状修改方法            | 100 |
| 7.2.1 Catmull-Clark 细分的网格叠加细分 | 100 |
| 7.2.2 联合细分的网格叠加细分             | 101 |
| 7.2.3 联合细分曲面的局部修改方法           | 103 |
| 7.2.4 算法实例                    | 104 |
| 7.3 基于离散 PDE 的形状修改方法          | 105 |
| 7.3.1 基本原理                    | 106 |
| 7.3.2 边界条件与顶点约束               | 106 |
| 7.3.3 基于离散 PDE 的形状优化          | 107 |
| 7.3.4 基本流程                    | 110 |
| 7.3.5 算法实例                    | 110 |
| 7.4 综合实例分析                    | 112 |
| 7.5 本章小结                      | 116 |
| <b>第8章 细分曲面中的特征构造技术</b>       | 117 |
| 8.1 引言                        | 117 |
| 8.2 细分曲面中的特征构造方法              | 118 |
| 8.2.1 基于拓扑结构修改的特征构造方法         | 118 |
| 8.2.2 基于修改细分规则的特征构造方法         | 121 |
| 8.3 基于曲线的尖锐特征构造               | 122 |
| 8.4 参数修改法在插值曲线上构造半尖锐特征        | 123 |
| 8.4.1 角度调整法                   | 124 |
| 8.4.2 变角度调整法                  | 126 |
| 8.5 基于复合曲线网的特征构造方法            | 129 |
| 8.5.1 复合曲线网                   | 130 |



|                        |     |
|------------------------|-----|
| 8.5.2 复合曲线网的细分规则 ..... | 130 |
| 8.5.3 不对称特征的构造 .....   | 133 |
| 8.5.4 实例 .....         | 134 |
| 8.6 综合实例 .....         | 135 |
| 8.7 本章小结 .....         | 139 |
| 参考文献 .....             | 141 |

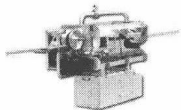
# 第 1 章 绪论

施加约束进行几何建模是现代 CAD 技术发展的重要趋势,它为 CAD 技术的发展提供了更大的空间和机遇。本章首先回顾了约束造型技术的发展过程,并分析了曲面造型中约束技术的研究热点,然后在简要阐述细分曲面的发展和研究现状的基础上,重点介绍了细分曲面中约束造型技术的研究现状,最后介绍了细分曲面约束造型技术的研究意义和主要研究内容。

## 1.1 约束造型技术的发展

CAD 技术是 20 世纪 60 年代发展起来的,它是将计算机高速数据处理和海量存储能力与人的逻辑思维、综合分析和创造性思维能力结合起来,并综合了计算机与工程设计方法的最新发展形成的一门新兴学科。CAD 技术的广泛应用使传统的产品设计和生产模式发生了巨大的变化,已成为加速国民经济发展和国防现代化的一项关键性高新技术,因此,以 CAD 技术为核心的先进制造技术的发展和应用水平已成为一个国家科技现代化水平的重要标志。

几何造型是研究几何形体在计算机内部表示、构造并运算的技术,它是 CAD 技术的理论基础和核心内容,几何造型技术的发展促进了 CAD 技术的不断进步。最早出现的 CAD 系统采用线框模型表示,仅包含简单的几何信息,难以描述复杂产品的外形。20 世纪 70 年代,基于飞机、汽车等工业中自由曲面表达的实际需要,三维曲面造型方法得到迅速发展,曲面模型首次实现了在计算内部完整描述产品形状的主要信息,因而曲面造型的理论和方法得到不断发展和完善,但曲面模型在几何信息表达方面仍然不够完备,因为它难以提供 CAE 等技术所需要的质量和惯性等信息。而 20 世纪 80 年代出现的实体造型方法解决了这一问题,实体是由若干封闭表面组成的,能精确表达零件的全部属性,从而能够满足设计、分析和加工等实际需要,因此实体造型系统逐渐成为主流的三维造型系统,但是实体造型技术的发展仍然离不开曲面造型技术的支撑,如作为实体造型表示方法之一的边界表示法(Boundary Representation)就是建立在曲面造型基础上的,因此曲面造型技术仍然是最重要的建模手段,并且长期以来一直是几何造型领域的研究热点。经过四十多年的发展,曲面造型已经形成了以 NURBS 曲面的参数化

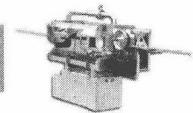


特征设计和隐式代数曲面表示这两类方法为主体，以插值（Interpolation）、拟合（Fitting）、逼近（Approximation）三种手段为骨架的几何理论体系。

传统的曲面造型和实体造型系统虽然能满足设计、分析和加工的需要，但是仍然存在不足，这是因为传统的曲面和实体造型系统的设计以曲面和实体的表示方法为中心，产品的设计方式与软件系统内部的表示密切相关，因此可能导致同一产品在不同的 CAD 系统中具有完全不同的设计过程，而这非常不利于产品的设计；另外，实际上，产品开发从设计到定型不可避免地要经历反复修改的过程，同时还需进行零件的形状和尺寸的综合协调和优化，这都需要产品模型能随着某些结构尺寸的修改或规格系列的变化而自动改变。而早期 CAD 系统是通过事先确定的几何形状和具体尺寸来建立几何模型的，仅起到建模工具的作用，大大制约了设计者的想象力和创造力的发挥。因此，现代 CAD 系统应该从简单的建模工具转换为以设计为中心的平台，让设计者高效地完成创造性设计。20 世纪 80 年代发展起来的基于约束的造型技术正是适应这种需要而出现的，它用约束来表达产品模型的形状特征，并将整个设计过程看作是约束定义、约束求解和约束评估的约束求精过程，设计者可以用几何约束和工程约束来设定产品设计上的要求，然后通过求解约束来确定产品的形状和尺寸，在参数变更时保持约束关系不变并自动重新求解约束，这使设计者可以更好地表达设计意图，更方便地完成模型的修改。基于约束的 CAD 系统不是传统 CAD 系统的简单扩展，而是以一种全新的思维方式来进行产品的创新设计，基于约束的造型是现代 CAD 技术发展的重要趋势，它为 CAD 技术的发展提供了更大的空间和机遇<sup>[1]</sup>。

参数化设计（Parametric Design）和变量化设计（Variational Design）是基于约束的造型方法中的两种主要形式<sup>[1]</sup>，其中参数化设计技术需要满足全约束，而且所有约束方程的建立和求解依赖于它们的创建顺序；而基于变量化设计则将形状约束和尺寸约束分开处理，约束的指定没有先后顺序之分，因而约束的依赖关系可以根据设计意图随意更改，因此对设计对象的操作具有更大的自由度。变量化设计通常采取并行求解，通过同时求解一组约束方程来确定产品的形状和尺寸；但是大型约束方程组整体求解的效率和稳定性显然不如参数化设计，因而基于约束的变量化设计技术适合于初始设计，而参数化设计技术适合于成熟的系列化和标准化产品。

约束的求解是基于约束造型技术中最为关键的环节，而约束的求解方法与产品的形状特点及表示方法密切相关，如常用的解析曲面的约束求解方法就与自由曲面的求解方法完全不同，因为解析可以由约束条件完全确定，而对形状复杂的自由曲面则不能简单地用尺寸和几何约束完全定义。这是因为满足约束条件的自



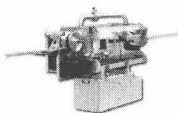
由曲面可能有无限种,因而与解析曲面的设计相比,自由曲面的设计难度更大,曲面设计的质量和效率取决于设计者的经验和水平。此外,在飞机、轮船等外形曲面的设计中,曲面与空气动力学等性能密切相关,这也使其曲面设计更加复杂。由于诸多问题的存在,基于约束的自由曲面设计也是约束造型技术中长期的研究热点之一;其中,如何降低曲面设计的难度并提高曲面设计的质量是约束曲面造型的关键问题,即在约束定义过程中要充分考虑如何有利于设计者设计意图的表达,从而降低曲面设计的难度,而在约束求解过程中则要考虑如何得到高质量的曲面。由于飞机、汽车等工业的发展以及人们对产品外观的要求也越来越高,自由曲面在产品中的应用越来越广泛,因而全面系统地研究基于约束的曲面造型技术可以提高产品设计的质量和效率,对 CAD 技术应用水平的提高具有重要的实际意义。

## 1.2 基于曲面的约束造型技术

目前,曲面造型的曲面表示方法主要有网格曲面、隐式曲面、参数曲面和细分曲面等。其中参数曲面又是 CAD/CAM 系统中最主要的曲面表示方法,尤其是 NURBS 实现了解析曲面和自由曲面的统一表示,应用最为广泛,事实上已成为主流的曲面表示方法。尽管如此,NURBS 也有自身的缺陷,因为 NURBS 的参数域定义在矩形上,在构造复杂曲面时需要进行曲面的拼接或裁剪,而裁剪运算的稳定性和拼接时的连续性问题一直是几何造型领域的难题。细分曲面突破了 NURBS 在拓扑结构上的限制,并具有层次性、局部性、算法简单高效等一系列优点,为曲面建模提供了更有潜力的完整解决方案,因此细分曲面被认为是最有应用前景的曲面表示方法之一。约束曲面造型研究中的对象也主要是参数曲面和细分曲面,因而下面主要介绍参数曲面和细分曲面的约束造型技术研究概况。

曲面造型中的约束可分为几何约束、工程约束和物理约束,详细分类如图 1.1 所示。从图中可看出,几何约束的种类最为丰富,它包含点<sup>[2,3]</sup>、曲线<sup>[4-10]</sup>、切矢<sup>[11]</sup>、曲率<sup>[12,13]</sup>、法矢<sup>[14]</sup>、弧长<sup>[15,16]</sup>、面积、体积、光顺性、连续性等约束,其中点约束和曲线约束又是几何约束中最重要、最常见的约束方式,其他约束(如法向、曲率等)也一般与点约束和曲线约束结合起来作用。此外,工程和物理约束分别包括加工质量与性能约束以及力和能量等约束。在曲面造型研究中,几何约束是约束造型技术研究的重点,本书所研究的约束主要指点、曲线等几何约束。

自由曲面一般遵循点、曲线、曲面的建模思路,其中曲线一般是曲面的特征



线、截面线或轮廓线。曲线的布局和质量都是影响建模质量和效率的重要因素，因而曲线约束长期以来都是参数曲面研究中的重要内容，如早期的孔斯曲面就是由四条边界曲线插值生成的，戈登曲面是将插值四条边界曲线推广到插值两组在空间相互交织的曲线网<sup>[17]</sup>，B样条曲面中的蒙皮技术<sup>[18,19]</sup>是采用插值截面曲线的方法来实现曲面的构造。但是由于参数曲面一般定义在矩形参数域上，给约束曲线的拓扑结构带来了很大的限制，因而难以通过采用曲线插值的方法构造出整张曲面，需要将复杂曲线网格分割成矩形曲线网格结构，在分块插值构造子曲面后再将其拼接起来；这不仅大大降低了建模效率，而且也不能直观地反映产品的外形特点。设计者一般希望不受曲面拓扑结构的限制，能更灵活地进行设计，因此突破曲线网格在拓扑结构上的局限性、实现更灵活的曲线约束方法就成为许多研究者长期追求的目标<sup>[20-22]</sup>。其中 N-边域曲面片构造<sup>[23-26]</sup>、曲线网插值<sup>[6,27-30]</sup>以及插值光顺性<sup>[3,31]</sup>等问题都是基于曲线约束的曲面造型技术的研究热点，所采用的曲面表示方法主要有 Bezier、NURBS、Gregory 等参数曲面、细分曲面和网格曲面。

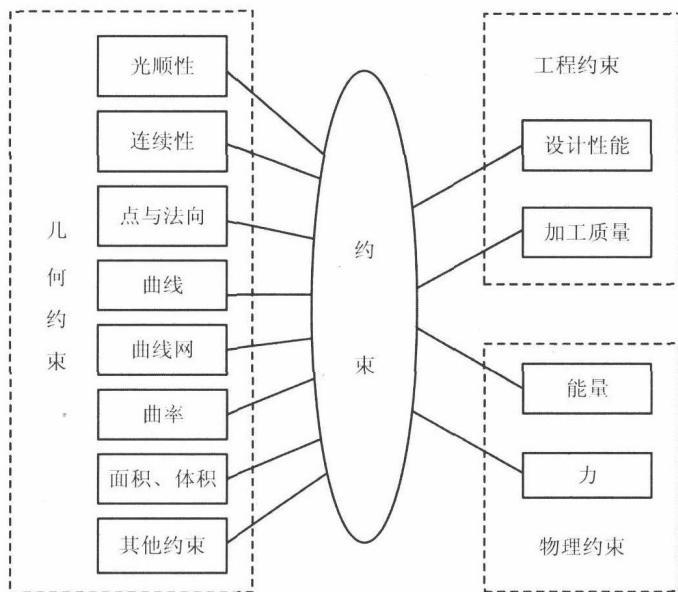
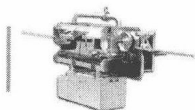


图 1.1 曲面造型中约束的分类

Gregory 曲面是对双三次 Bezier 曲面的扩展，其主要优点是能够在边界曲线之外单独指定跨界导数，在构造曲线网插值曲面方面具有独特优势，因而被国内外曲面造型领域的学者广泛研究。其中 Hermann<sup>[29]</sup>在用 Gregory 曲面构造高阶连续的曲线网插值曲面方面做出了有益的探索，提出了  $G^2$  连续的双五次 Gregory 插



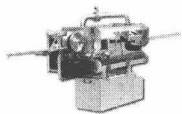
值曲面的构造算法;而 Konno 和 Tokuyama 等<sup>[10,32-34]</sup>则用 Gregory 曲面片研究了不同表示形式的曲线插值以及插值曲面的编辑等问题。细分曲面是近年来的研究热点,约束造型技术也一直是细分曲面研究的重要内容;Nasri 等<sup>[13,35-37]</sup>在利用细分曲面实现曲线插值的研究方面做了许多工作,分别用 Doo-Sabin 细分和 Catmull-Clark 细分实现了二次和三次 B 样条曲线的插值;Qin<sup>[38]</sup>进一步放宽了曲线拓扑结构的限制,研究具有增量修改功能的散乱曲线插值问题,用 Coons 表示基曲面,然后在曲面内部逐渐增加特征曲线,最终生成由多个子曲面片组成的插值曲面;Lee、Cho 和 Rhim 等<sup>[20,30,38]</sup>则以船体外形设计为应用对象,通过曲线网插值的方法,分别采用细分曲面、Bezier 曲面和 B 样条曲面构造了船体外形插值曲面;Gerold<sup>[39,40]</sup>和 Kara<sup>[41]</sup>则将曲线网建模作为一个完整的造型系统来研究,分别在沉浸式虚拟环境和笔式草绘条件下实现曲线网建模系统,系统具有构造和编辑曲线网的功能以及生成曲面等功能,利用该系统可以方便地完成产品的概念设计。

虽然曲线网的实现有多种解决方法,但是插值算法都与具体曲面表示方法相关,其中用参数曲面实现曲线插值的关键在于曲面片的划分和曲面片之间的连续性,插值所得的曲面是由多块子曲面拼接起来的,算法复杂且插值曲面表示方法也不简洁。相比而言,细分曲面具有良好的拓扑适应能力,便于构造拓扑结构复杂的整张曲面,因而在实现任意拓扑结构曲线插值方面具有很大优势;Schaefer<sup>[42]</sup>和 Levin<sup>[7]</sup>等分别研究了用细分方法构造曲线网插值曲面, Lee 等<sup>[20]</sup>则将其成功地用于船体外形的建模中,这些研究都表明细分曲面在曲线约束曲面的构造方面具有很大潜力<sup>[42-45]</sup>。

## 1.3 基于细分的约束造型技术

### 1.3.1 细分曲面的理论研究现状

细分曲面采用递归思想,是一个网格序列的极限,网格序列则是通过采用一组规则对给定初始网格逐层加密顶点而得到的。细分的基本思想最早来自 20 世纪 50 年代 Rhin 所提出的多边形割角方法,但是直到 1974 年,才由 Chaikin<sup>[45]</sup>真正将其应用到形状建模中,实现了光滑曲线的快速生成。1978 年, Catmull 和 Clark<sup>[46]</sup>、Doo 和 Sabin<sup>[47]</sup>分别提出了将 B 样条曲面推广到任意拓扑结构的细分算法,标志着细分正式成为曲面建模的手段。经过 20 多年的发展,细分曲面在理论研究和应用研究方面日趋完善,大大加快了曲面造型技术的发展,已成为一种重要的曲面表示方法,在逆向工程、动画、产品设计等多个领域都得到了较广泛的应用。



早期的细分曲面研究的热点主要集中在基础理论研究层面,具体包括细分模式研究、细分曲面的极限性质研究等内容,这些理论研究成果为细分曲面的应用推广奠定了坚实的基础,下面简要介绍细分曲面的理论研究成果。

### (1) 细分模式研究。

在 Catmull-Clark 模式和 Doo-Sabin 模式被提出后, Loop<sup>[48]</sup>于 1987 年将四次三向箱样条推广到任意的三角网格,提出了基于三角网格的逼近型细分模式。Dyn 等<sup>[49]</sup>提出了基于三角网格的插值型细分模式,即蝶形细分模式。至此,在细分的家族里既包含了三角网格的细分,又包含了四边形网格的细分;既有插值型细分,又有逼近型细分。20 世纪 90 年代至今是细分曲面蓬勃发展的时期,各种新的细分模式不断被提出,在细分模式的研究方面呈现出以下几方面的特点:

1) 由静态细分到动态细分的发展。1996 年, Kobbelt<sup>[50]</sup>提出基于变分的细分,网格顶点的位置由所定义的能量最小函数确定;2006 年,张宏鑫<sup>[51]</sup>在细分规则中引入核函数,提出半静态细分,实现了二次曲面、旋转曲面和经典细分曲面的统一表示。

2) 由均匀细分模式发展成为非均匀细分模式。1998 年, Sederberg 等<sup>[52]</sup>通过引入节点距提出了非均匀细分模式,并将 NURBS 曲面看作其子集,同时他还进一步将非均匀 Catmull-Clark 曲面推广到有 T-节点的非均匀有理 Catmull-Clark 曲面<sup>[54,55]</sup>。

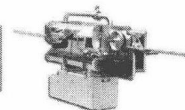
3) 细分曲面的次数和连续性得到提高。2001 年, Stam<sup>[55]</sup>将任意次数的均匀张量积 B 样条曲面推广到任意网格,同时将总次数为  $3m+1$  的箱样条推广到任意三角网格; Prautzsch<sup>[56,57]</sup>则改进了蝶形细分和 Loop 细分,使之分别达到  $G^1$  和  $G^2$  连续。

4) 细分网格推广到非流形、体网格和混合网格。Ying 等<sup>[58]</sup>扩展了 Loop 细分模式,使之适用于非流形网格的细分; Ghulam<sup>[59]</sup>和 McDonnell 等<sup>[60,61]</sup>先后提出了基于体网格的细分模式; Stam<sup>[62]</sup>在 Loop 和 Catmull-Clark 细分基础上定义了一个基于混合网格的新细分算子,统一了三角形和四边形细分模式。

5) 细分统一性研究。不少研究者将细分曲面作为一个整体来研究,致力于揭示细分规则的内在联系,如 Zorin<sup>[63]</sup>提出了针对四边形网格的统一细分框架, Oswald<sup>[64]</sup>则建立了一种基于三角网格的统一细分方法,这使得细分曲面的研究上了一个新台阶。

### (2) 细分曲面的连续性和收敛性。

由于规则网格细分所生成的极限曲面实际上就是张量积或箱样条曲面,细分曲面的连续性和收敛性研究主要集中在奇异点上。1978 年, Doo 和 Sabin<sup>[47]</sup>利用



离散 Fourier 变换和细分矩阵的特征分析,研究了细分曲面在奇异点处的连续性。随后 Ball 和 Storry 也采用了这一思想,给出了 Catmull-Clark 细分曲面在奇异点处保持切平面连续的条件。Loop<sup>[48]</sup>在提出 Loop 模式时也分析了其连续性。Reif<sup>[65]</sup>通过引入特征映射 (Characteristic Map) 的概念,建立了一般静态细分模式生成正则极限曲面的条件,即特征映射的正则性和单射性。利用特征映射分析方法, Peter 等<sup>[66]</sup>分析了 Doo-Sabin 细分和 Catmull-Clark 细分的特征映射的正则性和单射性, Umlauf<sup>[67]</sup>证明了 Loop 细分的特征映射和单射性质。同时, Zorin<sup>[68,69]</sup>给出了切平面连续和  $C^k$  连续的细分规则的充要条件,并设计了一个验证极限曲面  $C^1$  连续的算法。利用这一理论, Prautzsch 和 Umlauf<sup>[70,71]</sup>给出了 Loop 模式、Catmull-Clark 模式在奇异点处达到  $GC^2$  连续的细分规则以及 Butterfly 模式在奇异点处达到  $GC^1$  连续的细分规则。

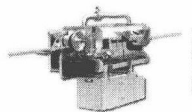
### (3) 细分曲面属性计算和参数化。

在利用细分曲面进行显示和插值时都需要计算细分曲面的位置、法向、切向和曲率等几何信息,因此细分曲面的几何属性的计算是细分曲面研究的一个重要内容。Loop<sup>[48]</sup>在提出 Loop 细分方法的同时给出了计算极限顶点和法向极限的公式; Halstead 等<sup>[3]</sup>在分析 Catmull-Clark 模式细分矩阵特征向量后,给出了 Catmull-Clark 细分的极限点位置和法向的计算公式; Peter 等<sup>[72]</sup>提出了有界曲率的细分模式的曲率计算方法。由于用迭代赋值计算细分曲面上的点位置的效率和精度都较低,因而细分曲面的参数化方法备受关注。利用网格上大部分区域随着细分深度的增加而趋于正则的原理, Stam<sup>[73]</sup>分别给出了 Catmull-Clark 细分和 Loop 细分<sup>[74]</sup>曲面局部参数化的方法,实现了极限曲面任意点位置和法向矢量等属性的精确计算。随后, Zorin 等<sup>[75]</sup>提出了一种方法用于文献[14]中给出的有边界细分曲面任意点位置的计算。Smith<sup>[76]</sup>在其博士论文中分别实现了带尖锐特征的 Loop 细分和 Catmull-Clark 细分的精确参数化。

### (4) 细分曲面包围盒和细分深度估算问题。

构造曲面包围盒的构造方法是曲面在求交、干涉检测、渲染中所用到的一项关键技术。Peter 和 Nasri<sup>[77]</sup>通过建立细分曲面奇异点的凸包来估计封闭细分曲面的体积; Kobbelt<sup>[78]</sup>和 Wu<sup>[79]</sup>都通过估算与细分曲面相关的基函数的上下界,建立了细分曲线和曲面的紧包围体 (Tight Bounding Volumes)。控制网格到极限曲面之间的误差计算和细分曲面的细分深度问题是细分曲面应用中的重要问题, Wang、Cheng 和 Zeng 等对此进行了研究。其中, Wang<sup>[80,81]</sup>采用计算细分曲面与其控制网格的指数包围盒的距离的方法,估计出在给定的误差范围内 Catmull-Clark 细分和 Loop 细分所需要的细分深度; Cheng<sup>[82,83]</sup>先后提出了基于一阶和二阶向前差分





范数的 Catmull-Clark 曲面细分深度计算方法; Zeng 等<sup>[84]</sup>则引入邻点的概念, 通过计算控制顶点的一阶差分得到 Catmull-Clark 细分曲面的收敛速率, 利用其收敛速率推导出细分深度估算公式。

### 1.3.2 细分曲面中的约束造型技术研究现状

目前, 细分曲面的理论研究已趋于完善, 其应用技术的研究也已逐渐展开, 其中约束造型技术的研究可以提高细分曲面设计的精确性和灵活性, 同时还可以降低细分曲面的设计难度, 是细分曲面中的重要研究内容, 它给细分曲面的发展提供了新的机遇。在所有约束中, 几何约束是细分曲面约束造型中的最主要约束方式, 可用来定义和控制所生成曲面的总体形式和细节特征, 其中点和曲线约束又是几何约束中的重要约束方式。国内外研究者对细分曲面约束造型方法做了诸多研究, 所取得的成果主要表现在以下几个方面:

#### (1) 点和法向约束。

插值细分模式本身就具有点插值功能, 它们以 Dyn 等<sup>[85-87]</sup>提出的蝶式细分和 Kobbelt<sup>[88]</sup>提出的基于四边形网格的插值细分模式为代表。由于插值细分存在曲面质量不高的缺点, 其实际应用受到很大限制, 因此逼近型细分的点插值研究更受关注。其中, Nasri 等<sup>[89]</sup>利用细分曲面的局部性, 采用网格调整的方法实现了 Doo-Sabin 细分的顶点和法向插值; Halstead<sup>[3]</sup>根据推导出的细分网格顶点的极限点公式, 将点约束问题转化为线性方程的求解问题, 并采用最小能量方法对插值曲面进行优化, 从而得到光顺的 Catmull-Clark 细分曲面; 在 Hoppe<sup>[90]</sup>研究的基础上, Biermann 等<sup>[14]</sup>采用改进 Catmull-Clark 细分和 Loop 细分规则的方法实现了顶点法向插值; 刘浩等<sup>[91,92]</sup>在非均匀 Catmull-Clark 细分网格中定义模板, 并对网格的顶点位置进行调整, 实现了非均匀 B 样条曲面顶点及法向插值; Lai 等<sup>[93]</sup>假定待求插值曲面与由插值点组成网格细分得到的极限曲面在形状上具有一定的相似性, 提出了相似性插值的概念, 实现了点、法向和切向约束条件下的光顺插值曲面的构造; Zheng 等人<sup>[94]</sup>则采用修改细分规则与顶点扰动的迭代优化相结合的方法, 提出了两阶段细分的方法实现点和法向插值。

#### (2) 曲线和曲线网约束。

曲线和曲线网的插值方法主要分为初期网格构造类方法和规则修改类方法。其中, Nasri<sup>[43,95]</sup>提出了多边形组的方法来构造曲线插值曲面的初始网格, 在 Doo-Sabin 和 Catmull-Clark 细分曲面上分别实现二次和三次均匀 B 样条曲线的插值; 在此基础上, 张景峤<sup>[96]</sup>提出了用非均匀 Catmull-Clark 细分曲面实现 NURBS 曲线插值的方法。两者实现曲线插值的基本思路相似, 都是在曲线控制多边形的基础上, 通