理工教材

计算机数学基础(上册)——离散数学

任现淼 主编 吴裕树 副主编

教育部人才培养模式改革和开放教育试点项目

CRTVU

中央广播电视大学出版社

理工教材

计算机数学基础(上册)
——离散数学

任现森　主编　吴裕树　副主编

中央广播电视大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

计算机数学基础 上册:离散数学/任现森主编．-北京:中央广播电视大学出版社,1999.8

ISBN 7-304-01840-2

Ⅰ.计… Ⅱ.任… Ⅲ.①数值-计算-电视大学-教材②离散数学-电视大学-教材 Ⅳ.TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 44482 号

理工教材

计算机数学基础(上册)

——离散数学

任现森 主编 吴裕树 副主编

出版·发行/中央广播电视大学出版社

经销/新华书店北京发行所

印刷/北京密云胶印厂

开本 787×1092 1/16 **印张**/19 **字数**/480 千字

版本/1999 年 7 月第 1 版 1999 年 8 月第 1 次印刷

印数/0001-7000

社址/北京市复兴门内大街 160 号 **邮编**/100031

电话/66419791 68519502 (本书如有缺页或倒装,本社负责退换)

书号:ISBN 7-304-01840-2/O·99

定价:21.00 元

前　言

《计算机数学基础》是广播电视大学计算工程类计算机科学与技术专业，为适应电大开放办学和本科教学需要而开设的一门课程。内容包括离散数学（数理逻辑、集合论、图论和代数系统）、数值分析和组合数学。

计算机科学和技术是研究信息和知识的表示、处理、储存、控制和应用的学科。它已渗透到国民经济的各个领域，包括人类生活的各个方面。计算机技术的发展已成为科技进步的重要标志，成为知识经济社会的重要组成部分。随着计算机科学技术的发展，需要研究的课题越来越广泛、越深入，这些课题的研究，涉及到一定深度的数学知识，如离散数学、数值分析、组合数学、概率论和语言设计等。只有高等专科教育中的高等数学和线性代数的知识是不够的。

离散数学是研究离散对象之间关系的科学，而计算机研究的对象正是离散信号和数据。所以离散数学是计算机专业的一门重要的专业基础课。培养学生抽象思维和逻辑推理的能力，掌握处理离散结构所必须的描述工具和方法。

计算机的广泛使用，离不开计算机算法的研究。习惯上，将计算机算法分成两大类：数值分析和组合算法。数值分析主要解决数值计算问题，如求解方程（组）、函数逼近和计算积分等，研究适合于计算机使用的数值计算方法。它已成为继实验方法、科学方法之后科学研究的第三种方法，解决生产和科学实验中提出的各种计算问题。组合算法解决搜索、排序和组合优化问题，它的基础是组合数学。主要研究组合计数的各种方法和技巧。

因此，离散数学、数值分析和组合数学是学习计算机科学与技术专业的学生必须掌握的课程，也是学习后续课程，如数据结构、数据库原理与应用、图形学和计算机网络等不可缺少的基础课程。由于学习的对象是大学专科基础上的学生，成人业余学习，他们学习时间短、内容多，不可能独立开设三门课程，于是产生由这三部分组成的一门新课，课程名称为《计算机数学基础》。

我们正是为适应现代开放办学，为满足本科生在这几个方面的知识需求而决定开设这门新课程的。目的是要在保留离散数学、数值分析和组合数学基本知识的基础上，力求深入浅出，通俗易懂。在内容的选取上以计算机科学与技术专业的“必需、够用”为度的基础上，突出实用性。结合本专业对跨世纪人材的要求，培养合格的专业人材。也考虑到学科的系统完整性。因此，有些内容我们打了 * 号，可作为选学内容。

本教材采用主教材和辅助教材（学习指导书）合一式。但是在内容的安排上又采用分离式。每章的基本内容在前面各节中，学习指导的内容集中于每章的末节。

版式设计上采取正文分主、辅栏的形式。主栏为教材的文字叙述；辅栏为学习者提供学习媒体信息，如点明重要概念、引导和注释等。如

$\boxed{录像_3}$ —表示此章或节有录像，是第 3 本录像。

跟我练习例 3 —学习指导部分的例 3 是与此处内容相关的例题。

！—表示引导注释。

每编设单独一页。正面有编名、主要内容、学习安排；反面为本编学习目标、学习方法导引。

学习指导内容的编排主要是结合例题进行学习方法和解题方法的指导。

教材正文部分重要内容的例题，在学习指导部分再配例题或综合例题，以达到重要知识点反复练习，熟练掌握的程度。

为节约篇幅，正文与学习指导部分的例题形成三段式：即正文中某一个例题（不会每个例题都有），按照数学的严格格式进行解答，在学习指导部分再配一相关的例题，进行详细解答，但是留出一些空白，让学生自己填写，这样的练习称为[跟我练习]。紧跟其后，给出一个相近的[自我练习]，完全由学生自己完成。

[跟我练习]的填空内容和[自我练习]的答案，附在本教材各章末尾。

本教材节末有练习，章末有习题。练习分 A，B，其中 A 是计算、证明等传统题型；B 是选择、填空等题型。目的在于加强选择、填空题的练习。习题是本章综合性练习。练习或习题中带"※"符号者为必作题目。

本教材分上、下两册出版，分别为《计算机数学基础（上册）—离散数学》和《计算机数学基础（下册）—数值分析与组合数学》。

参加《计算机数学基础（上册）—离散数学》审定的有清华大学胡冠章教授、北京大学耿素云教授、清华大学王宏教授、中央电大孙天正教授和上海电大李国莹教授，胡冠章教授任主审，他们对教材书稿进行了认真详尽地审阅，提出了不少中肯宝贵的意见。

在本教材的编写过程中，得到了中央电大教务处长李林曙、电大系统教材共建办公室主任高松海和基础部副主任周永胜的大力支持和帮助；中央电大出版社钱辉镜副编审为本教材的顺利出版付出了辛勤的劳动，在此一并致谢。

本书可以作为计算机科学与技术专业本科学生的教材。也可以作为计算机科学与技术专业的专科学生教材，他们的学时较少，可只选学第 1，2 编和第 3 编的图的基本概念和欧拉图与哈密顿图等章节。也可作为相关专业的科技工作者学习有关基础知识的参考书。

本教材由任现森教授任主编，吴裕树副教授任副主编。参加本书编写的有吴裕树（第 1，3 编的初稿编写，任现森修改）、顾静相（第 2 编）、冯泰（第 4 编），由主编任现森教授统撰定稿。

由于时间仓促，水平有限，必有不够完善和错误之处，恳请读者批评指正。

编 者

1999 年 6 月于北京

目　　录

第1编　数 理 逻 辑

第2编　集　合　论

第3编 图　　论

第4编 代 数 系 统

第1编　数理逻辑

主要内容

1.命题与联结词

命题　联结词(否定　析取　合取　蕴涵　等价　不可兼析取)

2.命题公式与赋值

命题公式　重言式　真值表　命题定理　等值演算

3.范式

范式存在性　析取(合)范式　主析取(合)范式

4.命题演算推理

真值表法　等值演算法　主析取范式法　直接证法　间接证法

5.谓词逻辑基本概念

个体词　个体域　谓词　命题函数　量词(全称量词　存在量词)

6.谓词公式与范式

谓词公式　变元(约束变元　自由变元)　替换规则　代入规则　前束范式

7.谓词等值演算与谓词逻辑推理

推理规则

学习安排

课内学时	录像学时	辅导课学时	作业次数	自习学时
18	7	9	8	36

学习目标

通过这一编的学习，达到

理解命题、谓词、量词和变元等概念；学会判断语句是否命题.

掌握六个联结词及其真值表.掌握命题与真值表的关系与构造方法以及用谓词、量词及联结词构造谓词逻辑公式的方法.

熟练掌握命题公式等值判别方法.

掌握在给定解释下求真值的方法.

会求前束范式，会将命题符号化，知道推理规则.

学习方法导引

数理逻辑是用数学的方法来研究形式逻辑的一门科学.所谓数学方法，主要是指引进一套符号体系的方法.因此数理逻辑又称符号逻辑.

为什么要研究数理逻辑呢？大家都知道，利用计算机首先学会编“程序”，目前有两种常用的描述：

$$程序 = 算法 + 数据$$

$$算法 = 逻辑 + 控制$$

可见，为了更好地使用计算机，必须学习逻辑.同时，通过推理规律和证明方法的学习，培养自己的逻辑思维能力，提高证明问题的技巧.

这一编的特点是符号多、名词多、规则多，其主要内容是研究形式逻辑的结构和推理证明，首先要掌握好这些名词概念，这是进行推理证明的基础.符号是语言叙述的简化，因此，应研究将命题符号化的规律，理解这些符号的含义；符号组合就必须有规则，必须记住这些演算推理的规则.能够把它们融为一体，再正确合理地使用它们，就是我们的目的.当你将复杂的文字叙述的推理，通过命题符号化，利用推理定律和推理规则，得出了正确结论之后，你就会感到学习数理逻辑的兴趣.

第1章　命题逻辑

录像01~09

数理逻辑是用数学方法研究逻辑的学科.它包括命题逻辑和谓词逻辑,证明论,模型论,递归函数,公理化集合论,归纳逻辑,模态逻辑,多值逻辑和时态逻辑等内容.数理逻辑与计算机有密切的关系,在研究计算机实现哪些思维过程,如何组织计算机,如何提高计算机的工作效率等方面包含有大量的与数理逻辑有关的课题,有许多问题本身就是数理逻辑的内容.

计算机是一个相当复杂的机器,它由许多操作速度很高的处理器组成.机器和通常手工计算的区别,实际上详细保存它的工作是不可能的.本质是设计和制造的方法以及方法的使用,要经过明确和细心地组织.在这种情况下,形式逻辑提供了解决这些问题的相应的结构.

一般地数学证明看作是严格的推理形式,计算机操作可看作为某些种类的大量"证明".计算机由于它的速度和能力,能处理独立于人类能力之外的任务,但是它的基础是正确地制造和程序设计.它的构成的每一步都是很简单和基本的,但是把它们结合成一个综合结构的方法对设计的成功是至关重要的.

本章将论述命题逻辑,首先,介绍简单命题,它是单独的命题,看作是原子,也就是不能再把它们分解成更小的成分.其次,通过六个联结词构成复合命题,称为分子.而后是命题逻辑的推理理论,命题逻辑在表现力方面虽弱一些,但是它在计算机硬件设计上十分重要.实际上,制造硬件电路就是提供特殊命题公式的硅实现.而命题逻辑又是谓词逻辑的基础,谓词逻辑是命题逻辑的扩充和发展.

1.1　命题与联结词

录像02

1.1.1　基本概念

数理逻辑又称符号逻辑.为要表达概念,叙述理论和规则,需要用语言进行描述,并需要将其符号化,这就形成了数理逻辑的形式符号化体系.其中的基本概念是**命题**,它是有确定真值的表达判断的陈述句.其他类型的语句都不是命题,如疑问句,命令句,感叹句等.作为命题的陈述句表达的判断只有两种结果:正确和错误,称这种判断结果为命题的**真值**.真值只能取两个值:真或假,但是不能同时为真又为假.称真值为真的命题为**真命题**,称真值为假的命题为**假命题**.真和假分别用1和0表示,有时也分别用符号 T 和 F 表示.

命题

真值
真命题
假命题

命题分为原子命题和复合命题.**原子命题**是不能将其再分解为更简单的命题的命题.**复合命题**是由联结词、标点符号和原子命题复合而成的命题.

原子命题

复合命题

下面给出一些实例,说明命题的概念.

(1) 十是一个整数;

(2) 北京是我们伟大祖国的首都;

(3) 雪是黑的;

(4) 煤球是白的;

(5) 今天是 7 号;

(6) $1+11=110$;

(7) 我学英语,或者我学法语;

(8) 如果天气好,我就去游泳;

(9) 向右看齐!

(10) 请勿吸烟!

(11) 吃过饭了吗?

(12) 您上网了吗?

(13) 本命题是假的;

(14) 我正在说谎;

命题变项
命题常项

(15) 我不给所有自己替自己理发的人理发,但是却给所有自己不替自己理发的人理发.

在上面这些例子中,(1),(2),(3),(4),(7),(8)是命题,(1),(2)的真值为真,(3),(4)的真值为假.(7),(8)是复合命题.(5)是命题,真值看说话的时间而定,在 7 号当天说为真,在其他日期说为假.(6)在二进制中为真,在十进制中为假,需要根据上下文确定其真值,它是命题.(9),(10),(11),(12)不是命题.(13),(14),(15)是悖论.

在数理逻辑中,我们将用大写字母 $P,Q,R,P_1,P_2,\cdots$ 表示命题.表示命题的符号称为命题标识符.例如:

P:北京是我们伟大祖国的首都

Q:煤球是白的

一个命题标识符如果表示的是一个确定的命题,它就是命题常项.命题变项是可以表示任意命题的标识符,它不能确定真值,故命题变项不是命题.

当命题变项 P 用一个特定命题取代时,P 才能确定其真值,这时称对 P 进行真值指派或赋值,当命题变项表示原子命题时则称它为原子变项.

1.1.2 联结词

联结命题的词为**联结词**.联结词又称**逻辑联结词**或**真值联结词**.在数理逻辑中,联结词各用一个形式化的符号表示.常见的联结词有否定,合取,析取,蕴含,等价,不可兼析取,其符号表示分别为$\neg$,$\wedge$,$\vee$,$\rightarrow$,$\leftrightarrow$,$\bar{\vee}$.命题符号通过联结词符号,按一定规则可构成复合命题. 联结词

1.否定$\neg$

设 P 为一个命题,P 的**否定**为一个新命题,记作$\neg P$,读作“非 P”.它的定义如表 1-1 所示. 否定

性质　$\neg\neg P\Leftrightarrow P$

注:"$\Leftrightarrow$"表示两个命题(原子命题或复合命题)具有相同真值的一种记法,请参看第 9 页上等值式"$\Leftrightarrow$"的定义.

否定是一个一元联结词.

2.合取 $\wedge$

两个命题 P 和 Q 的**合取**是一个复合命题,记作 $P\wedge Q$.读作"P 与 Q".$P\wedge Q$ 为真当且仅当 P、Q 同时为真.它的定义如表 1-2 所示. 合取

P:小华聪明;Q:小华学习努力.

$P\wedge Q$:小华聪明且学习努力.

Q

表 1-1　$\neg P$ 的真值表

P	$\neg P$
0	1
1	0

表 1-2　$P\wedge Q$ 真值表

P	Q	$P\wedge Q$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

性质　$P\wedge P\Leftrightarrow P$

$P\wedge Q\Leftrightarrow Q\wedge P$

$(P\wedge Q)\wedge R\Leftrightarrow P\wedge(Q\wedge R)$

$P\wedge 1\Leftrightarrow P$

$P\wedge 0\Leftrightarrow 0$

$P\wedge\neg P\Leftrightarrow 0$

合取 $\wedge$ 是一个二元联结词.

例 1　将下列命题符号化

(1) 张华聪明又用功.

(2) 今天与明天天气晴朗.

(3) 张爱华和李国忠是好朋友.

(4) 张明与张慧是兄弟.

解

(1) 令 P:张华聪明,Q:张华用功.可符号化为 $P\wedge Q$.

(2) 令 P:今天天气晴朗,Q:明天天气晴朗.可符号化为 $P\wedge Q$.

(3),(4)不是复合命题,其中"和","与"都不用联结词合取 $\wedge$.由于它们都是简单命题,故用一个大写英文字母 P,Q 表示即可.

3.析取 $\vee$

两个命题 P 和 Q 的**析取**是一个复合命题,记作 $P\vee Q$.读作"P 或 Q".$P\vee Q$ 为真当且仅当 P 和 Q 中至少有一个为真.它的定义如表 1-3 所示. 析取

表1-3　$P\vee Q$ 真值表

P	Q	$P\vee Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

性质:

$P\vee P\Leftrightarrow P$

$P\vee Q\Leftrightarrow Q\vee P$

$(P\vee Q)\vee R\Leftrightarrow P\vee(Q\vee R)$

$P\vee 0\Leftrightarrow P$

$P\vee 1\Leftrightarrow 1$

$P\vee\neg P\Leftrightarrow 1$

$P\vee(Q\wedge R)\Leftrightarrow(P\vee Q)\wedge(P\vee R)$

$P\wedge(Q\vee R)\Leftrightarrow(P\wedge Q)\vee(P\wedge R)$

$P\vee(P\wedge Q)\Leftrightarrow P$

$P\wedge(P\vee Q)\Leftrightarrow P$

$\neg(P\vee Q)\Leftrightarrow\neg P\wedge\neg Q$

$\neg(P\wedge Q)\Leftrightarrow\neg P\vee\neg Q$

例如:

P:小华学过英语　Q:小华学过法语.

$P\vee Q$:小华学过英语或小华学过法语.

析取联结词$\vee$的逻辑关系是明确的,但是在自然语言中的"或"具有二义性.用"或"联结的命题,有时具有相容性,有时又具有排斥性.所以在使用联结词$\vee$时要注意区分.

例2　将下列命题符号化

(1) 今晚我在家看电视或去剧院看电影.

(2) 他将夺取一百米金牌或四百米金牌.

(3) 他做了二十或三十道习题.

解　(1)中的"或"具有排斥性,不是联结词析取$\vee$.

(2) 中的"或"是联结词析取$\vee$.P:他将夺取一百米金牌,Q:他将夺取四百米金牌.命题可符号化为$P\vee Q$.只有在P为假Q为假时,$P\vee Q$为假,其他情况$P\vee Q$都为真.P和Q都为真时,$P\vee Q$为真,含义为他将夺取一百米金牌和四百米金牌.

(3) 中的"或"只表示大约的意思,不能用联结词析取$\vee$.

联结词析取$\vee$是一个二元联结词.

4.蕴含→

两个命题P和Q的**蕴含**是一个复合命题,记作$P\to Q$.读作"如果P,则　蕴含

Q”或“P 蕴含 Q”. P 称为蕴含的前件, Q 称为蕴含的后件. 当且仅当 P 为真, Q 为假时 $P \to Q$ 为假. 它的定义如表 1-4 所示.

表 1-4　$P \to Q$ 真值表

P	Q	$P \to Q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

使用蕴含联结词→时, 需要注意以下几点:

(1) 在自然语言中, 特别是在数学中, Q 是 P 的必要条件, 可叙述为“只要 P 则 Q”,“P 仅当 Q”,“只有 Q 才 P”等, 都可符号化为 $P \to Q$ 的形式.

(2) 在自然语言中,“如果 P, 则 Q”等叙述中的 P 和 Q 往往有因果关系, 否则就没有意义了. 在数理逻辑中, P 与 Q 不一定有内在联系, $P \to Q$ 总是有意义的.

例如:

P: 天气好, Q: 我去中山公园.

$P \to Q$: 如果天气好, 我去中山公园.

性质

$$P \to Q \Leftrightarrow \neg Q \to \neg P$$
$$P \to Q \Leftrightarrow \neg P \vee Q$$
$$\neg (P \to Q) \Leftrightarrow P \wedge \neg Q$$
$$P \to P \Leftrightarrow T$$
$$P \to F \Leftrightarrow \neg P$$
$$P \to T \Leftrightarrow T$$
$$P \to \neg P \Leftrightarrow \neg P$$
$$\neg P \to P \Leftrightarrow P$$
$$F \to P \Leftrightarrow T$$
$$T \to P \Leftrightarrow P$$

例 3　将下列命题符号化

(1) 如果 $1+2=3$, 则太阳从东边出来.　　p → q

(2) 如果 $1+2 \neq 3$, 则太阳从东边出来.　　¬p → q

(3) 如果 $1+2=3$, 则太阳从西边出来.　　p → ¬p

(4) 如果 $1+2 \neq 3$, 则太阳从西边出来.　　¬p → ¬p

解　设 P: $1+2=3$, Q: 太阳从东边出来.

(1)至(4)可分别符号化为 $P \to Q$, $\neg P \to Q$, $P \to \neg Q$ 和 $\neg P \to \neg Q$.

蕴含→是一个二元联结词.

5. 等价↔

两个命题 P 和 Q, P **等价** Q 是一个复合命题, 记作 $P \leftrightarrow Q$. 读作“P 等价 Q”. $P \leftrightarrow Q$ 为真当且仅当 P 和 Q 同时为真或同时为假. 它的定义如表 1-5 所示.　　等价

P. Q ~~同~~ 同时为?

表 1－5　$P\leftrightarrow Q$ 真值表

P	Q	$P\leftrightarrow Q$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

例如：

P:$1+1=2$，Q:太阳从东方升起.

$P\leftrightarrow Q$:$1+1=2$ 当且仅当太阳从东方升起.

性质　$P\leftrightarrow Q \Leftrightarrow Q\leftrightarrow P$

$(P\leftrightarrow Q)\leftrightarrow R \Leftrightarrow P\leftrightarrow(Q\leftrightarrow R)$

$P\leftrightarrow P \Leftrightarrow T$

$P\leftrightarrow F \Leftrightarrow \neg P$

$P\leftrightarrow T \Leftrightarrow P$

$P\leftrightarrow \neg P \Leftrightarrow F$

$P\leftrightarrow Q \Leftrightarrow (P\leftrightarrow Q)\wedge(Q\rightarrow P)$

$\Leftrightarrow (P\wedge Q)\vee(\neg P\wedge\neg Q)$

$\neg(P\leftrightarrow Q) \Leftrightarrow P\leftrightarrow\neg Q$

等价$\leftrightarrow$是一个二元联结词

例 4　将下列命题符号化

(1) 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，当且仅当它的对边平行.

(2) 数 M 是偶数当且仅当它能被 2 整除.

(3) $1+2=3$ 当且仅当太阳从西方出来.

解　(1)设 P:四边形 $ABCD$ 是平行四边形，Q:四边形的对边平行.则命题可符号化为 $P\leftrightarrow Q$.

(2) 设 P:数 M 是偶数，Q:M 能被 2 整除.则命题可符号化为 $P\leftrightarrow Q$.

(3) 设 P:$1+2=3$，Q:太阳从西方出来.则命题可符号化为 $P\leftrightarrow Q$.

在这 3 个题中，$P\leftrightarrow Q$ 的真值，分别由 P，Q 的真假来决定.

6.不可兼析取(异或)$\bar{\vee}$

两个命题 P 和 Q 的**不可兼析取**或称**异或**是一个复合命题，记作 $P\bar{\vee}Q$.读作“P 不可兼或 Q”.$P\bar{\vee}Q$ 为真当且仅当 P 和 Q 的真值不相同时为真.它的定义如表 1－6 所示. 不可兼或

表 1－6　$P\bar{\vee}Q$ 真值表

P	Q	$P\bar{\vee}Q$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

性质 $P\bar{\vee}Q \Leftrightarrow Q\bar{\vee}P$

$(P\bar{\vee}Q)\bar{\vee}R \Leftrightarrow P\bar{\vee}(Q\bar{\vee}R)$

$P\wedge(Q\bar{\vee}R) \Leftrightarrow (P\wedge Q)\bar{\vee}(P\wedge R)$

$P\bar{\vee}Q \Leftrightarrow (P\wedge\neg Q)\vee(\neg P\wedge Q)$

$\Leftrightarrow \neg(P\leftrightarrow Q)$

$P\bar{\vee}P \Leftrightarrow 0$

$P\bar{\vee}0 \Leftrightarrow P$

$P\bar{\vee}1 \Leftrightarrow \neg P$

若 $P\bar{\vee}Q \Leftrightarrow R$，则 $P\bar{\vee}R \Leftrightarrow Q$，$Q\bar{\vee}R \Leftrightarrow P$，且 $P\bar{\vee}Q\bar{\vee}R \Leftrightarrow 0$

不可兼析取 $\bar{\vee}$ 是一个二元联结词

将以上定义的六个联结词的定义表汇总在一起，理解并熟记是学好本章的关键.

由命题变项，联结词和圆括号按一定规则组成的合式公式为**命题公式**. 命题公式是没有真假的，只有在真值指派下才得到一个命题. 命题公式

合式公式

合式公式规定为：

(1) 单个命题变项是一个合式公式；

(2) 如果 A 是合式公式，则 $\neg A$ 是合式公式；

(3) 如果 A，B 是合式公式，则 $A\wedge B$，$A\vee B$，$A\rightarrow B$，$A\leftrightarrow B$，$A\bar{\vee}B$ 也是合式公式；

(4) 当且仅当能够有限次地应用(1)，(2)，(3)所得到的包含命题变元，联结词和括号的符号串是合式公式.

这个合式公式的定义，是递归给出的，其中(1)称为基础，(2)，(3)称为归纳假设，(4)称为界限.

最外层括号可以省略，联结词运算的优先次序为

$$\neg,\wedge,\vee,\rightarrow,\leftrightarrow$$

下列各式都是合式公式，或称命题公式：

$(P\wedge Q)$，$P\wedge Q$，$P\rightarrow(P\vee Q)$　$P\rightarrow P\vee Q$　等

而

$(P\vee Q$)，$P\rightarrow$　，　$\vee P\wedge Q$

就不是合式公式. ?

在命题公式中，对分量指派真值的各种可能组合，确定了此命题公式的各种真值情况，它所汇成的表称为**真值表**. 真值表

给定两个命题公式 A 和 B，设 $P_1,P_2,\cdots,P_n$ 为所有出现在 A 和 B 中的原子变项，若给 $P_1,P_2,\cdots,P_n$ 任意一组真值指派或赋值，A 和 B 的真值都相同，则称 A 和 B 是**等值的**(逻辑相等)记作 $A\Leftrightarrow B$ 等值

我们知道，命题联结词是通过它的定义即真值表给出的，两个命题变项尽管可以组成无穷多个命题公式，但是其中有些是等值的. 而恰好可构成 2^4 个不等值的命题公式，称二元真值函数. 如表 1－7 所示.