21世纪高等学校规划教材

医学物理学

长沙医学院 中南大学 国防科学技术大学 编著

21st Century University Planned Textbooks

人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

医学物理学

21st Century University
Planned Textbooks

21世纪高等学校规划教材

医学物理学

长沙医学院 中南大学 国防科学技术大学 编著

21st Century University
Planned Textbooks

人 民 邮 电 出 版 社
北 京

图书在版编目（CIP）数据

医学物理学 / 长沙医学院，中南大学，国防科学技术大学编著. -- 北京 ：人民邮电出版社，2011.9
21世纪高等学校规划教材
ISBN 978-7-115-26079-6

Ⅰ. ①医… Ⅱ. ①长… ②中… ③国… Ⅲ. ①医用物理学－高等学校－教材 Ⅳ. ①R312

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第161705号

内 容 提 要

本书是依据医学院校教育的特点进行编写的。主要内容有力学基本定律、物体的弹性、流体的运动、液体的表面现象、振动和波、声学、分子物理学、热力学基础、静电场、稳恒磁场和电磁感应、波动光学、几何光学等。全书编排由浅入深，内容简练，自成体系，力求避免繁杂的数学推导，突出其结论及意义，从而有利于学生的自学。

本书适合高等专科和本科院校医学类临床、基础、口腔、儿科、法医、检验、卫检、预防医学等专业的师生使用，也可以作为生物、生命科学等专业工作者的参考书籍。

21世纪高等学校规划教材

医学物理学

◆ 编　　著　长沙医学院　中南大学　国防科学技术大学
　责任编辑　邹文波
◆ 人民邮电出版社出版发行　北京市崇文区夕照寺街14号
　邮编　100061　电子邮件　315@ptpress.com.cn
　网址　http://www.ptpress.com.cn
　三河市海波印务有限公司印刷
◆ 开本：787×1092　1/16
　印张：12.75　　2011年9月第1版
　字数：328千字　　2011年9月河北第1次印刷

ISBN 978-7-115-26079-6

定价：34.00元

读者服务热线：(010)67170985　印装质量热线：(010)67129223
反盗版热线：(010)67171154

本书编委会

主编：

张惠安　何建军　刘　蓉　唐燕妮　高媛媛　王　华　邓雪英

主审：

张沁衡　陈怀义

副主编：

熊政纲　谢东迅　刘翠翠　李红艳　孙　华　陈　实　汪一百

刘泽麟　王文珂　唐列娟　沈　蜜　罗爱民　张西倩　张晓青

谭能堃　张　燕　刘　浪

编者：

张惠安　何建军　刘　蓉　唐燕妮　高媛媛　王　华　熊政纲

邓雪英　谢东迅　刘翠翠　李红艳　孙　华　陈　实　汪一百

刘泽麟　王文珂　唐列娟　沈　蜜　罗爱民　张西倩　张晓青

谭能堃　张　燕　刘　浪

前 言

医学物理学是物理理论与技术在医学领域的具体应用的一门科学，它的发展是与物理学的理论、方法、技术的发展紧密联系在一起的。医学物理学的发展得益于医学发展的需要，反过来它也促进了医学和物理学的发展。

医学物理学与理工科物理学有着很大的差异性。医学物理学是物理学、基础医学、临床医学相互交叉的一门科学。由于医学研究的对象主要是基于生物体及生命现象的各个层次，所以相应的医学物理学也就是在这些领域的具体应用，它对医学的研究发展既提供了理论指导，也提供了技术支持；而理工科物理学的应用主要是体现在非医学领域。它们的基础是有差异的，研究对象、研究手段和实验方法也是不一样的，因而对两者的基本要求是不同的。

本书在编排构架、取材和表述方面都兼顾到学生的物理基础知识。以阐明基本概念，介绍基本方法为主，理论推导为辅。内容简洁，自成体系。力求避免繁杂的数学推导，突出其结论及意义，从而有利于学生的自学。

本书适合高等专科和本科院校医学类临床、基础、口腔、儿科、法医、检验、卫检、预防医学等专业的师生使用，也可以作为生物、生命科学等专业工作者的参考书籍。

本书的问世，首先应感激长沙医学院董事长何彬生教授、院长胡冬煦教授、教务处长周启良教授、人事处长邹春花教授，他们的共同支持与鼓励是本书诞生的动力。此外，张沁衡教授审阅书稿，张浩伟博士、倪小娟博士、易义珍教授提供了具体的帮助，在此一并致谢。

参加本书编写的有张惠安、刘蓉、唐燕妮、高媛媛、王华、熊政纲、唐列娟、谢东迅、刘翠翠、李红艳、陈实、孙华、王文柯、汪一百、刘泽麟、张西倩、张晓青、罗爱民、谭能堃、沈蜜、彭丽红、张燕、刘浪等。

由于编者水平有限及时间仓促，书中难免存在错误及缺点，恳请专家及读者批评指正。

张惠安

2011 年 7 月

目 录

第 1 章 力学基本定律

力学是人类建立最早且发展最完美的学科之一。它起源于公元前 4 世纪古希腊学者亚里士多德关于力产生运动的说法，以及我国《墨经》中关于杠杆原理的论述等；但其成为一门科学理论则始于 17 世纪伽利略论述惯性运动及牛顿提出的力学 3 个运动定律。以牛顿运动定律为基础的力学理论称为牛顿力学或经典力学。经典力学所研究的对象是机械运动，所谓机械运动就是物体在空间的位置随时间变化的过程。经典力学有着严谨的理论体系和完备的研究方法，在相对论和量子理论的诞生之前曾被人们誉为最完美最普遍的理论。现在，经典力学仍然是不可或缺的重要基本理论。它是现代许多理论和技术包括现代医学理论和技术的基础。它的广泛应用性是学习经典力学的一个重要原因。

第 1 节 质点的运动

1.1.1 位矢 运动方程

为了定量描述物体相对于参考系的运动情况，在选好参考系后，还需在其上选择一个固定的坐标系，这样物体的位置就可以用它在这个坐标系中的坐标来描述。常用的坐标系有直角坐标系、极坐标系、球坐标系、柱坐标系、自然坐标系等。

如图 1-1 所示，某时刻 t 质点处于 P 点位置，要确定 t 时刻质点的位置可用直角坐标系中 P 点的坐标 (x,y,z) 来表示，还可以用从坐标原点到质点所在处的矢径 $\overrightarrow{OP}$ 来表示。把从坐标原点到质点所在处的矢径称为质点的位置矢量（或称位矢、矢径）。当质点运动时，位置矢量将随时间变化，位置矢量是用来确定某时刻质点位置（用矢端表示）的矢量，因此，位置矢量是与某一瞬时相对应的，它是一个瞬时量。在直角坐标系中，位矢可表示为

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(x,y,z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \tag{1-1}$$

式中，$\mathbf{i}$、$\mathbf{j}$、$\mathbf{k}$ 分别为 x 轴、y 轴、z 轴方向的单位矢量。矢径的大小为

$$|\boldsymbol{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{1-2}$$

质点运动时，位置矢量随时刻 t 变化的关系式称为质点的运动方程。直角坐标系下，运动方程为

$$\boldsymbol{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} \tag{1-3}$$

分量式表示为

$$x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t) \tag{1-4}$$

从运动学的角度看，当质点运动时，其位置矢量是随时间改变的，用位移来表示质点在一段时间内位置矢量的变化。质点在一段时间 Δt 内位置的改变叫做它在这段时间内的位移，用 $\Delta \boldsymbol{r}$ 表示，如图 1-2 所示。

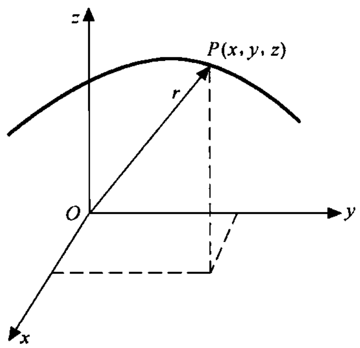

图 1-1 位置矢量

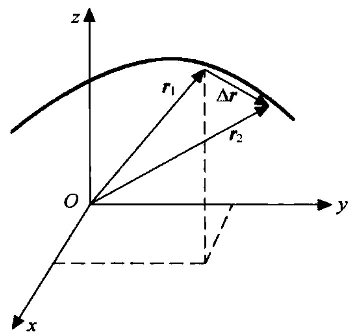

图 1-2 位移

应该注意的是，位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 是矢量，既有大小又有方向，其大小用 $\Delta \boldsymbol{r}$ 矢量的长度表示。质点运动时，假设 t_1 时刻质点的位置矢量为 $\boldsymbol{r}_1$，经过 Δt 时间后位置矢量为 $\boldsymbol{r}_2$，则在这段时间内发生的位移为 $\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$。

1.1.2 速度

位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 和发生这段位移所经历的时间 Δt 的比称为质点在这段时间内的平均速度，用 $\bar{\boldsymbol{v}}$ 表示，其数学表达式为

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-5}$$

平均速度是矢量，其大小为 $\frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t}$，方向就是 Δt 时间内质点的位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向。

速度是表示质点运动的快慢程度的物理量。用平均速度来描述物体的运动显然是比较粗糙的。通常用瞬时速度来精确描述质点在某一时刻或某一位置的实际运动情况。当 Δt 趋于零时，式（1-5）的极限叫做质点在时刻 t 的瞬时速度，简称速度，用 $\boldsymbol{v}$ 表示。

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-6}$$

即速度等于位置矢量对时间的一阶导数，速度的方向为沿着该时刻质点所在处运动轨道的切线而指向运动的前方。

在直角坐标系下，速度的分量式如下：

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\mathbf{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\mathbf{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\mathbf{k} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} + v_z\mathbf{k} \tag{1-7}$$

速度的大小叫做速率，以 v 表示。

$$v = |\boldsymbol{v}| = \left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right| \tag{1-8}$$

用 Δs 表示在 Δt 时间内质点所经过的路程。由于 $\Delta t \to 0$ 时，$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| = \mathrm{d}s$。因此有

$$v=\left|\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right|=\frac{ds}{dt} \tag{1-9}$$

即速率的大小又等于质点所走过的路程对时间的变化率。

在国际单位制中，速度的单位是 $m \cdot s^{-1}$。

1.1.3　加速度

当质点作变速运动时，其速度会发生变化，用加速度表示速度变化的快慢程度。以 $\boldsymbol{v}(t)$ 和 $\boldsymbol{v}(t+\Delta t)$ 分别表示质点在时刻 t 和时刻 $t+\Delta t$ 的速度，则 Δt 时间内质点的平均加速度为

$$\bar{\boldsymbol{a}}=\frac{\boldsymbol{v}(t+\Delta t)-\boldsymbol{v}(t)}{\Delta t}=\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1-10}$$

平均加速度是矢量，其大小为 $\frac{|\Delta \boldsymbol{v}|}{\Delta t}$，方向为 $\Delta \boldsymbol{v}$ 的方向。

平均加速度在当 $\Delta t \to 0$ 时的极限值，称质点在 t 时刻的瞬时加速度，简称加速度，用 $\boldsymbol{a}$ 表示

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} \tag{1-11}$$

应该注意的是，加速度是矢量。加速度是由于速度的改变而引起的，因此，不管是速度的大小发生变化，还是速度的方向发生变化，都有加速度。

在直角坐标系中，加速度的分量表示式如下：

$$\boldsymbol{a}=\frac{dv_x}{dt}\mathbf{i}+\frac{dv_y}{dt}\mathbf{j}+\frac{dv_z}{dt}\mathbf{k}=\frac{d^2x}{dt^2}\mathbf{i}+\frac{d^2y}{dt^2}\mathbf{j}+\frac{d^2z}{dt^2}\mathbf{k}=a_x\mathbf{i}+a_y\mathbf{j}+a_z\mathbf{k} \tag{1-12}$$

式中，a_x、a_y、a_z 分别为加速度在 x、y、z 方向的分量。

在国际单位制中，加速度的单位为 $m \cdot s^{-2}$。

描述质点运动需要 4 个矢量：位矢 $\boldsymbol{r}$、位移 $\Delta\boldsymbol{r}$、速度 $\boldsymbol{v}$、加速度 $\boldsymbol{a}$。若已知 $\boldsymbol{r}(t)$，即已知质点的运动方程，则可求出质点的速度 $\boldsymbol{v}$ 和质点的加速度 $\boldsymbol{a}$。反过来，如果已知质点的加速度和初始条件，即 $t=0$时，$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_0$，$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_0$ 已知，即可求速度和运动方程。

例 1-1　设一质点作二维运动，其运动方程为 $\boldsymbol{r}=2t\mathbf{i}-t^2\mathbf{j}$，求其轨道方程和 $t=0$s，及 $t=2$s 时质点的速度。

解　依题意，有

$$x=2t,\ y=-t^2$$

消去参数 t，得轨道方程为

$$y=-\frac{x^2}{4}$$

任一时刻的速度为

$$\boldsymbol{v}=\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}=2\mathbf{i}-2t\mathbf{j}$$

当 $t=0$ 时，$\boldsymbol{v}_0=2\mathbf{i}$，当 $t=2$ 时，$\boldsymbol{v}_2=2\mathbf{i}-4\mathbf{j}$。

第 2 节　牛顿三定律

众所周知，运动是物质的存在形式，运动是物质的固有属性。从这种意义上说，运动是绝对

的，任何物体在任何时刻都在不停地运动着。然而，运动又是相对的，此物体相对彼物体运动或静止。有的运动得非常缓慢，以至于需要用特殊的方法才能被探测到；而有的又运动得非常快，同样需要用特殊的方法才能探测到。

物体或质点运动状态的改变是由力的作用而引起的。事实上，物体运动状态的任何改变都是外力作用的结果。当作用在一个物体上的所有力的合力为零时，是不能改变物体的运动状态的，即物体处于平衡状态。而当物体所受合力不为零时，则需要用牛顿运动定律来解决问题。

1.2.1 牛顿第一定律

牛顿第一运动定律指出：一切物体总保持匀速直线运动状态或静止状态，直到有外力迫使它改变这种状态为止。牛顿第一定律又叫做惯性定律，它表示的是一种理想化的状态。

在通常情况下，汽车频繁的启动和制动，使其速度不会一直保持为一定值。然而，如果用总距离 s 除以总时间 t，即 $\frac{s}{t}$，这就是物体的平均速度，用 $\bar{v}$ 表示，则

$$\bar{v}=\frac{s}{t} \tag{1-13}$$

1.2.2 牛顿第二定律

当不同的力作用于相同质量的物体或相同的力作用于不同质量的物体时，研究发现，物体运动的加速度与其所受的合外力成正比，与物体的质量成反比，即

$$F \propto a \tag{1-14}$$

也可以表示成以下形式：

$$F \propto m \tag{1-15}$$

式（1-15）表明，在加速度一定时，物体所受的力随物体质量的改变而改变。综上所述，可得

$$F = kma \tag{1-16}$$

式中的 k 为比例系数，在国际单位制中，$k=1$，力的单位为牛顿，符号为 N 。因此式（1-16）可写成

$$F = ma \tag{1-17}$$

式（1-17）是矢量式，实际应用时常用其分量式，在直角坐标系中，分量式为

$$\left.\begin{aligned} F_x &= ma_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} \\ F_y &= ma_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} \\ F_z &= ma_z = \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} \end{aligned}\right\} \tag{1-18}$$

式（1-18）表明，质点所受合力在某方向的分量等于质点的质量与质点的加速度在该方向分量的乘积。

当物体作圆周运动或曲线运动时，既有法向加速度 a_n，又有切向加速度 a_τ。这时采用自然坐标系则更加方便，于是牛顿第二定律的分量式变为

$$\left.\begin{aligned} F_n &= ma_n = m\frac{v^2}{r} \\ F_\tau &= ma_\tau = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \end{aligned}\right\} \tag{1-19}$$

式中，F_n 和 F_τ 分别为法向和切向分力大小。

1.2.3　牛顿第三定律

牛顿第三运动定律可表述为：物体之间的作用力总是相互成对地出现的，两个力的大小相等，方向相反，并且作用在同一直线上。可以说明该定律的一实例为，作圆周运动的物体会受一向心力的作用，向心力的反作用力即离心力，它们之间大小相等、方向相反。在离心机及超高速离心机工作时，离心力的数值可以很大。特别是后者，离心力甚至能达到其重力的 20 万～30 万倍，这就大大提高了沉降速度，因而被广泛地应用于分离蛋白质。

第 3 节　动量和动量守恒定律

1.3.1　力与动量、冲量的微分关系

物体的动量定义为物体的质量和速度的乘积，即 $p = mv$。 它是描述物体运动状态的物理量。当物体受到外力的作用时，它的运动状态将会发生变化，即它的速度要发生变化，所以其动量随之也会发生变化。牛顿指出，力等于在极短时间 Δt 内，动量的增量 $\Delta(mv)$，或 $\boldsymbol{F} = \dfrac{\Delta(mv)}{\Delta t}$。由于时间很短，可以用 $\mathrm{d}t$ 代替 Δt，则牛顿第二定律用微分形式表示成

$$\boldsymbol{F} = \frac{\mathrm{d}(m\boldsymbol{v})}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t} \tag{1-20}$$

式（1-20）还可变形为

$$\boldsymbol{F}\mathrm{d}t = \mathrm{d}\boldsymbol{p} \tag{1-21}$$

式（1-21）中，乘积 $\boldsymbol{F}\mathrm{d}t$ 表示力 $\boldsymbol{F}$ 在 $\mathrm{d}t$ 时间内的累积量，也就是物体在 $\mathrm{d}t$ 时间内所受合外力的冲量，用 $\boldsymbol{I}$ 表示。冲量和动量都是矢量，它们既有大小，也有方向。

对式（1-21）两边同时积分，有

$$\int_{t_1}^{t_2} \boldsymbol{F}\mathrm{d}t = \int_{p_1}^{p_2} \mathrm{d}\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}_2 - m\boldsymbol{v}_1 \tag{1-22}$$

这就是动量定理的微分表达式，它表明：质点所受合外力的冲量等于质点动量的增量。

上述动量定理的表达式是矢量式，为计算方便，建立直角坐标系，用正交分解法，把冲量和动量分解成沿 x 轴、y 轴和 z 轴的分量，于是动量定理也可写成分量形式：

$$\left.\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} F_x\mathrm{d}t = mv_{2x} - mv_{1x} \\ \int_{t_1}^{t_2} F_y\mathrm{d}t = mv_{2y} - mv_{1y} \\ \int_{t_1}^{t_2} F_z\mathrm{d}t = mv_{2z} - mv_{1z} \end{aligned}\right\} \tag{1-23}$$

动量定理在打击和碰撞等情形中特别有用。两物体碰撞时互相作用的力称为冲力。 冲力的特点是作用时间极短，而力的大小变化则极大。一般而言，冲力大小随时间而变化的情况比较复杂，所以很难把每一时刻的冲力测量出来。但若能够知道两物体在碰撞前、后的动量，那么根据动量定理，就可得出物体所受的冲量；若还能测出碰撞时间 Δt，那么也可以从冲量算出在碰撞时间 Δt

内的平均冲力 $\overline{\boldsymbol{F}}$ 为

$$\overline{\boldsymbol{F}} = \frac{m\boldsymbol{v}_2 - m\boldsymbol{v}_1}{\Delta t} \tag{1-24}$$

例 1-2 如图 1-3 所示，质量为 2.5g 的乒乓球以 $10\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的速率飞来，被板推挡后，又以 $20\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的速率飞出。设两速度在垂直于板面的同一平面内，且它们与板面法线的夹角分别为 45° 和 30°，求：

（1）乒乓球得到的冲量；

（2）若撞击时间为 0.01s，求板施于球的平均冲力的大小和方向。

解 （1）取挡板和球为研究对象，由于作用时间很短，忽略重力影响（见图 1-4）。设挡板对球的冲力为 $\boldsymbol{F}$，则有

$$\boldsymbol{I} = \int \boldsymbol{F}\mathrm{d}t = m\boldsymbol{v}_2 - m\boldsymbol{v}_1$$

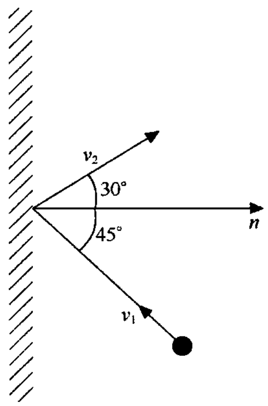

图 1-3

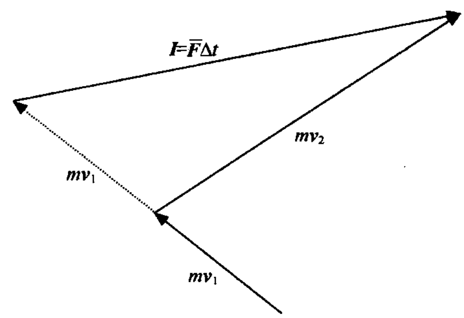

图 1-4

取坐标系，将上式投影，有

$$I_x = \int F_x \mathrm{d}t = mv_2\cos30° - (-mv_1\cos45°) = \overline{F}_x\Delta t$$

$$I_y = \int F_y \mathrm{d}t = mv_2\sin30° - mv_1\sin45° = \overline{F}_y\Delta t$$

代入下列数值：

$$\Delta t = 0.01\text{s}，\ v_1 = 10\text{m}\cdot\text{s}^{-1}，\ v_2 = 20\text{m}\cdot\text{s}^{-1}，\ m = 2.5\text{g}$$

可得

$$I_x = 0\cdot061\text{N}\cdot\text{s},\qquad I_y = 0\cdot0073\text{N}\cdot\text{s}$$

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} = 6\cdot14\times10^{-2}\text{N}\cdot\text{s}$$

（2）当 $\Delta t = 0.01s$ 时，有 $\overline{F_x} = \dfrac{I_x}{\Delta t} = 6.1\text{N}$，$\overline{F_y} = \dfrac{I_y}{\Delta t} = 0.7\text{N}$，$F = \sqrt{\overline{F_x}^2 + \overline{F_y}^2} = 6.14\text{N}$，则平均冲力与 x 方向的夹角为 α，有 $\tan\alpha = \dfrac{\overline{F_y}}{\overline{F_x}} = 0.1148,\ \alpha = 6.54°$。

1.3.2　动量守恒定律

按牛顿第二运动定律和第三运动定律，可以证明：(1) 系统内一切内力的矢量和等于零；(2) 系统所受外力的矢量和等于系统总动量的时间变化率，即

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\sum m_i \boldsymbol{v}_i\right)=\sum \boldsymbol{F}_i \tag{1-25}$$

式中，$\sum m_i \boldsymbol{v}_i$ 为系统的总动量，$\sum \boldsymbol{F}_i$ 是系统所受外力的矢量和。

如果该系统不受外力或所受外力的矢量和为零（即 $\sum \boldsymbol{F}_i = 0$），从式（1-25）可知：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\sum m_i \boldsymbol{v}_i\right)=0$$

于是

$$\sum {}_{mi} \boldsymbol{v}_i = \text{恒量，（在} \sum \boldsymbol{F}_i = 0 \text{ 的条件下）} \tag{1-26}$$

这一结论称为动量守恒定律：在系统不受外力或外力矢量和为零时，系统的总动量守恒。

注意，动量守恒定律只适用于惯性系。定律中的速度应是对同一惯性系的速度，动量和应是同一时刻的动量之和。

动量守恒定律也可以写成以下分量形式：

$$\left.\begin{aligned} m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} + \cdots + m_n v_{nx} &= \text{恒量（在} \sum F_{ix} = 0 \text{ 条件下）} \\ m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} + \cdots + m_n v_{ny} &= \text{恒量（在} \sum F_{iy} = 0 \text{ 条件下）} \\ m_1 v_{1z} + m_2 v_{2z} + \cdots + m_n v_{nz} &= \text{恒量（在} \sum F_{iz} = 0 \text{ 条件下）} \end{aligned}\right\} \tag{1-27}$$

动量守恒定律虽然可以从牛顿定律推导得出，但在高速和微观领域，牛顿定律则已不再适用，而动量守恒定律仍然成立。因此，动量守恒定律是自然界最普遍的规律之一。

第 4 节　功　和　能

1.4.1　功　变力的功

功表示力在空间的累积效果，恒力的功等于力与质点位移的标量积，那么如果物体受到变力作用或作曲线运动时，力的功又该如何计算呢？

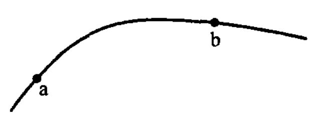

图 1-5　变力做功

如图 1-5 所示，物体受到变力 $\boldsymbol{F}$ 作用沿曲线从 a 到 b，由于该力不是恒力，这时不能直接利用恒力做功公式。利用微分法，将 ab 分割成许多足够小的元位移，则在元位移 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 中，力可以近似看成是一恒力，则元功

$$\mathrm{d}W = \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r} = F \cdot \mathrm{d}r \cdot \cos\varphi \tag{1-28}$$

注意，功是标量，没有方向，但有正负之分，当 $\varphi < \frac{\pi}{2}$ 时，$\mathrm{d}W > 0$，即在这个过程中力做正功，当 $\varphi > \frac{\pi}{2}$ 时，$\mathrm{d}W < 0$，即在这个过程中力做负功，也就是物体克服这个力做了功。

力 $\boldsymbol{F}$ 在 ab 上所做的功为

$$W=\int_a^b \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}=\int_a^b F\cdot\cos\theta|d\boldsymbol{r}|=\int_a^b F\cdot\cos\theta ds \tag{1-29}$$

在直角坐标系中，

$$W=\int_a^b \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}=F_x\cdot dx+F_y\cdot dy+F_z\cdot dz \tag{1-30}$$

若质点受几个力（$\boldsymbol{F}_1$，$\boldsymbol{F}_2$，$\boldsymbol{F}_3$，…，$\boldsymbol{F}_i$，…）的作用，则它们的合力为

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2+\cdots+\boldsymbol{F}_i+\cdots$$

由功的定义，得合力的功

$$W=\int \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}=\int(\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{F}_2+\cdots+\boldsymbol{F}_i+\cdots)\cdot d\boldsymbol{r}=\int \boldsymbol{F}_1\cdot d\boldsymbol{r}+\int \boldsymbol{F}_2\cdot d\boldsymbol{r}+\cdots+\int \boldsymbol{F}_i\cdot d\boldsymbol{r}+\cdots \tag{1-31}$$

即 $W=W_1+W_2+\cdots+W_i+\cdots$，也就是说合力对质点所做的功，等于每个分力所做功的代数和。

单位时间内完成的功称为功率，功率的单位是瓦特（W）。

1.4.2 动能 动能定理

物体由于运动而具有的能量叫做动能。设质量为 m 的物体，在合外力为 $\boldsymbol{F}$ 的作用下沿某一曲线由 a 运动至 b。在曲线上任取一位移元 $d\boldsymbol{r}$，力 $\boldsymbol{F}$ 在位移元 $d\boldsymbol{r}$ 上所做的功为

$$dW=\boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}=\frac{d(m\boldsymbol{v})}{dt}\cdot d\boldsymbol{r}=m\boldsymbol{v}\cdot d\boldsymbol{v}=mvdv \tag{1-32}$$

则合外力所做的总功为

$$W=\int_a^b \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}=\int_a^b mvdv=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2 \tag{1-33}$$

式（1-33）还可写成

$$W=E_{k2}-E_{k1} \tag{1-34}$$

式（1-34）中，E_{k2}、E_{k1} 分别表示物体末初状态的动能，则 $E_{k2}-E_{k1}$ 即为动能的增量。式（1-34）表明，合外力对质点所做的功等于质点动能的增量，这一结论称为动能定理。

如果讨论的是质点系，则每一质点所受的力有系统外物体施加的外力，还有系统内质点间的相互作用内力，则对于第 i 个质点有

$$W_{i外}+W_{i内}=E_{ik2}-E_{ik1} \tag{1-35}$$

因此，对所有质点有

$$\sum_i W_{i外}+\sum_i W_{i内}=\sum_i E_{ik2}-\sum_i E_{ik1} \tag{1-36}$$

或者写成

$$W_{外}+W_{内}=E_{k2}-E_{k1} \tag{1-37}$$

即所有外力和内力对系统所做的功之和等于系统动能的增量，这一结论称为质点系的动能定理。

注意，内力能改变系统的总动能，但不能改变系统的总动量。

动能和功一样都是标量。它们的单位都是焦耳（J），但需要注意的是，它们是两个不同的物理量。动能是一个状态量，表示的是物体具有的做功本领，对物体做功的外力包括重力。而功是一个过程量，是力在空间的积累效果。

1.4.3 保守力做功 势能

某些力对质点做功的大小只与质点的始末位置有关，而与路径无关，这种力称为保守力，否