



总主编：杨广军
魔幻阅读室
DIANFENG YUEDU WEIKU

◎魔幻科学

MOHUAN KEXUE

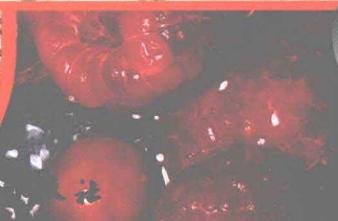
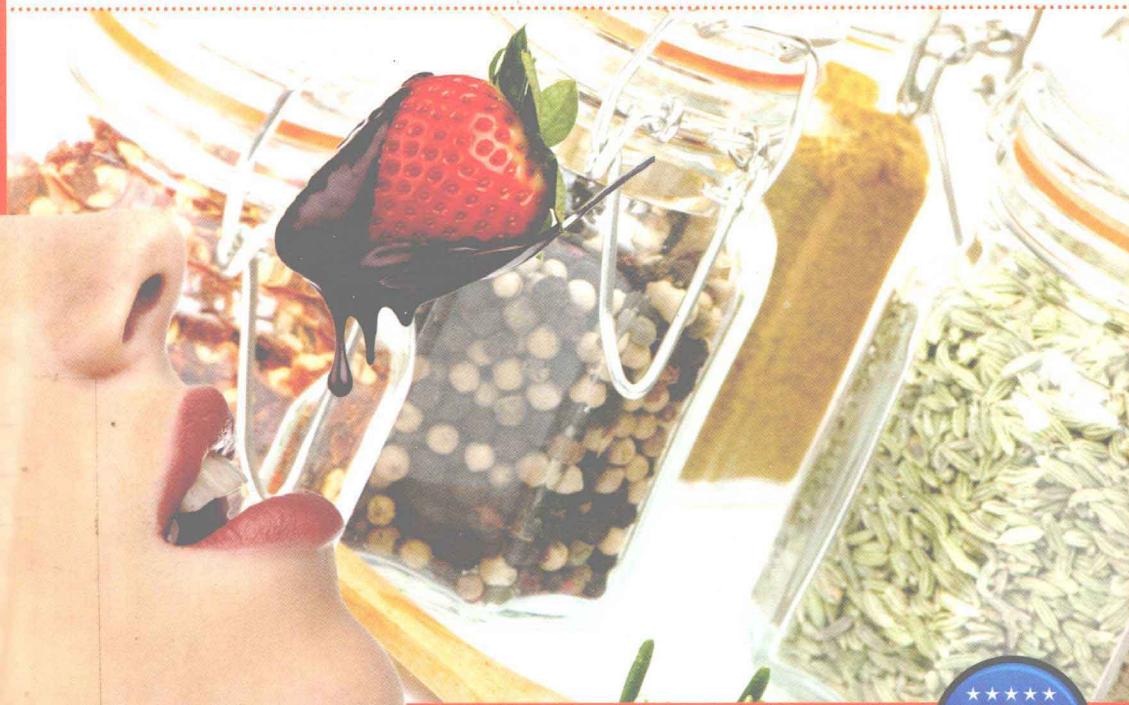


果酱涂在 面包的哪一面？



——品尝怪味概率

郭 倩◎本册主编



NEW

《魔幻科学》系列

果酱涂在面包的哪一面？

——品尝怪味概率



副总主编 朱焯炜 章振华 张兴娟

徐永存 于瑞莹 吴乐乐

本册主编 郭倩

副主编 吴乐乐 安娜 柏杨

天津人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

果酱涂在面包的哪一面？：品尝怪味概率 / 杨广军主编. — 天津 : 天津人民出版社, 2011. 4

(巅峰阅读文库)

ISBN 978-7-201-06996-8

I. ①果… II. ①杨… III. ①概率论—普及读物

IV. ①O211 - 49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 045468 号

天津人民出版社出版

出版人：刘晓津

(天津市西康路 35 号 邮政编码：300051)

邮购部电话：(022) 23332469

网址：<http://www.tjrmcbs.com.cn>

电子信箱：tjrmcbs@126.com

北京一鑫印务有限公司印刷 新华书店经销

2011 年 4 月第 1 版 2011 年 4 月第 1 次印刷

787 × 1092 毫米 16 开本 14 印张

字数：280 千字 印数：1 - 2000

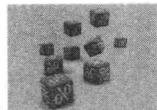
定 价：27.80 元

卷首语

当你要给面包片的一面涂上果酱时，对面包而言，每一面都将有一半的机会得到这个荣幸。

或许你的早餐只是五片面包和一杯牛奶，但尽管如此，吃喝的顺序也将会有上千万种。简单的早餐从某种角度上来讲是一道“概率的盛宴”。每个人每一天都生活在一连串的概率问题中，即使你从未留意过。

概率学从 17 世纪中叶兴起至今，为世界做出了许多的贡献。它应用到了生产的各个领域，如产品抽检、物品定价、密码设置、人寿保险计算等。科学家们不仅把它用在研究天文学、物理学等自然科学中，还逐渐把它引入到人文科学中。让我们一起来体验，一起来品尝这“怪味”概率的香甜味道吧……



目 录

赌桌上的科学——概率论的发现和基础知识

品 尝 怪 味 概 率

“出身卑微”的科学——概率学的产生背景	(3)
掷骰子的概率计算——概率的古典定义	(9)
科学家们纷纷掷硬币——大数定律和概率的统计定义	(14)
向自然界借将——用树形图求概率	(21)
用圆圈探究事件——事件的关系与运算	(25)
莉莉的三日游——加法与乘法原理	(31)
赌具在概率学中经久不衰——古典概型	(37)
画图可以求概率——几何概型	(43)
小明的高考志愿——分类加法和分步乘法计数原理	(47)
排成一排来照相——排列	(53)
不考虑顺序的排列——组合	(59)
$(a+b)^n$ 中的奥秘——二项式定理	(63)

解密大行动——生活中的概率

果酱·面包·地毯——墨菲定律和其中的概率	(69)
----------------------------	------



德·梅尔的“骰子人生”——游戏的公平性	(74)
山羊与汽车——蒙提·霍尔问题	(80)
同月同日生——其实偶然并不少见	(85)
抽奖顺序不影响获奖概率——抽奖、抓阄、转盘和抽签	(90)
碰见和碰不见的概率——几何概型的现实应用	(96)
绳子中的“概率魔法”——几何概型的深入研究	(101)
布丰投针实验——用概率学知识求圆周率	(105)
分分合合的方法——捆绑法和插空法	(110)
和圆形有关的概率问题——圆排列和项圈排列	(115)
果汁的组合方法——重复组合问题	(121)
几何中的着色问题——四色原理的介绍	(128)
画个特别的三角形——杨辉三角	(136)

品

尝

怪

味

概

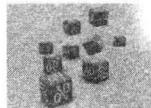
率

探索与发现——更高级的概率问题

有“条件”的概率——条件概率	(145)
把实验的结果数字化——离散型随机变量与分布列	(151)
掷硬币和掷图钉是一样的	
——几种常用的离散型随机变量分布	(156)
概率中的“平均数”——离散型随机变量的均值	(161)
经典概率问题——划分赌注问题	(166)
如何刻画“稳定性”?——离散随机变量的方差与标准差	(170)
“有地位”的分布——正态分布	(174)

概率也疯狂——概率的思想

概率到底会不会变?——前提的重要性	(181)
男女比例不是1:1吗?——概率的近似与修订	(185)



蒙着“赌城面纱”的方法——蒙特卡罗法	(190)
“豌豆爸爸”开创遗传学——用概率统计研究遗传学	(196)
小小果蝇,大大功劳——伴性遗传的研究	(201)
解释红楼梦的作者疑云——概率在文科里施展拳脚	(205)
上帝也会掷骰子——概率学在量子物理学中的应用	(208)
用确定的数表示不确定的事——概率的哲学本质	(212)

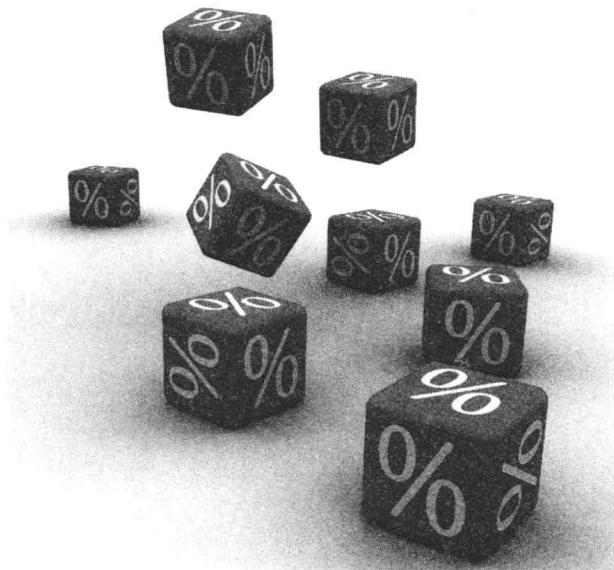
品
尝
怪
味
概
率

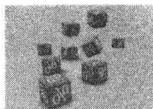
赌桌上的科学

——概率论的发现和基础知识

17世纪中叶，从研究一个赌博问题开始，概率学便诞生了。概率学有着这样的不雅“出身”，但是喜爱这门科学的数学家们却突破了世俗的约束执著地研究着，并且乐此不疲。几个世纪过去了，概率学已经应用在世界的每一个角落。

到底什么是概率？概率如何计算？它有哪些应用？对于这些问题，相信你看了本章，将有一个初步的认识。

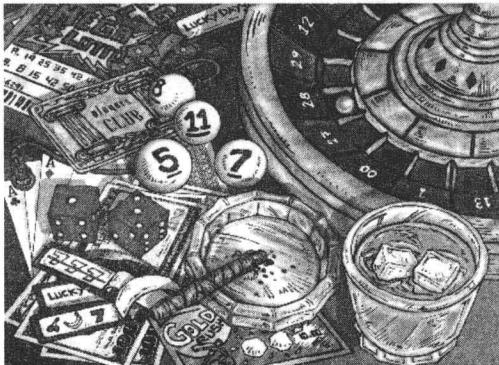




“出身卑微”的科学 ——概率学的产生背景

多少年来，尽管概率应用广泛，但是地位还是不高，原因是它“出身卑微”。概率学发源于对赌博的研究，所以我们说它是源自赌桌上的科学。

这么说来，想必读者会觉得奇怪，概率有着这样不雅的“出身”，却还能发展下去？难道赌徒里面出了数学家？还是数学家们乐于赌博？



◆赌场和科学看似不沾边

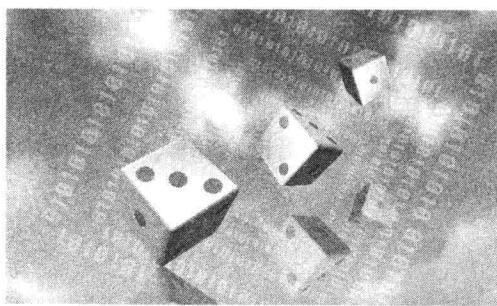
概率学的“出身”

品 尝 怪 味 概 率

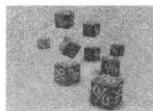
现在，我们讲讲这门科学的发源过程。

先介绍一个赌徒给大家认识，这个人就是贵族公子德·梅尔——一个职业赌徒。他最擅长的就是用骰子进行赌博。

早在 1651 年，德·梅尔在一次旅行中偶然遇到了天才数学家帕斯卡。一开始，他向帕斯卡叙述自己的赌博经历，以此打发时间，他后来便向帕斯卡询问自己在一次赌博中遇到的难题，希望可以获得数学解释。



◆一门科学源于掷骰子



◆概率学问题由赌徒引发

品
尝
怪
味
概
率

多的金币。

这个问题不仅让德·梅尔念念不忘，甚至引发了帕斯卡的强烈兴趣，他开始研究这个问题。这个看似简单的问题居然让帕斯卡想了3年才终于有点眉目，他随后与费马通信，一同讨论一些赌博问题。1654年7月29日，他们最初通信的日子被视为概率学的诞生日，帕斯卡和费马被视为概率学的创始人，数学家对概率学的研究就这样拉开了帷幕。

由于他们两人的影响力极大，概率学的问题很快就为更多的科学家所知道。概率学中有趣的命题，刺激的不确定性，让许许多多的数学家深深喜爱着它。

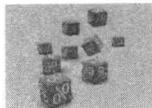
荷兰科学家惠更斯从海牙远赴巴黎参加他们两人的讨论，当时他才25岁。3年后，即1657年，惠更斯在帕斯卡和费马的研究基础上加上自己的成果，发表了一篇论文——《论赌博中的计算》，这是概率学第一篇正式的学科论文。



名人介绍：“神童”科学家——帕斯卡

我们不得不把天才数学家帕斯卡做个隆重地介绍。法国科学家布莱士·帕斯卡（B. Pascal, 1623—1662年）出生在法国奥维涅省的克莱蒙费朗。帕斯卡的父

问题是：他和另一个赌徒玩一场游戏，每人要押32枚金币，两人在一场比赛游戏中首先获得3局的人为胜。但是在德·梅尔赢得2局，赌友赢得1局时，恰巧此时德·梅尔要去面见国王，不得不中断赌博，那么，问题出现了，现在应该怎么处理这64枚金币呢？梅·德尔和他的赌友各执一词，都期望获得更



赌桌上的科学——概率论的发现和基础知识

亲曾任当地法庭的庭长，并且是一个数学家。他的父亲本不打算让他在十五六岁前学数学，怕他太小不能够吸收这样难以理解的科学，但他却一直自学，表现出了惊人的天赋。后来他父亲每周去参加巴黎的学院例会时总是带着他，由此，他接触了一批非常知名的科学家。

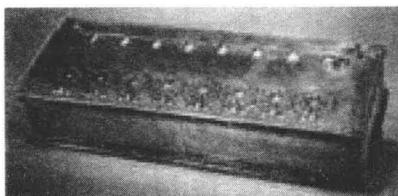
在数学方面，帕斯卡在 12 岁时发现“三角形内角和”。17 岁时帕斯卡又写出了《圆锥截线论》，是射影几何的重要结论之一。他率先研究概率问题，另外还有一个重要的图形没有出场，那就是帕斯卡三角形，在后面我们再详细描述。

在计算机领域，1971 年面世的 PASCAL 语言，也是为了纪念他，因为他 19 岁时帮助父亲做税务计算时发明了一个加法器，也就是最早的计算器，现在陈列于法国博物馆中。在物理学方面，还有一个帕斯卡定律。读者接触过一个单位“帕斯卡”，符号 Pa，就是人们为了纪念帕斯卡对大气压强测量的贡献，以他的名字命名压强的单位。在哲学方面，帕斯卡写过一本闻名于欧洲的《思想录》，是经典哲理散文著作。

可惜的是，帕斯卡去世前几年里把自己的精神寄托在宗教上，并未进行科学的研究。他于 1662 年逝世，享年 39 岁。



◆帕斯卡



◆帕斯卡加法计算器

品
尝
怪
味
概
率



名人介绍：伟大的“业余”数学家——费马

大家应该听说过费马大定理这样一个名词，但是，多数人不知道费马只是个“业余”数学爱好者，因为他从未接受过正规的数学教育，并且一生从事与数学无关的职业。

法国数学家费马（Pierre de Fermat, 1601—1665 年）出生在法国图卢兹市一个富裕的商人家庭，接受了良好的教育。他先后在奥尔良大学和图卢兹大学学习法律，之后他就有了官职，他的公正廉明受到了人们的信任和称赞，但这些都



GUOJIANG TUZAI MIANBAO

DE NAYIMIANSANG

果酱涂在面包的哪一面？

无法与他在数学方面的成就相媲美。

在数学方面，他发现了费马点，即在一个三角形中，到三个顶点距离最小的点。费马发现了解析几何基本原理，对微积分也做出了贡献。他更大的贡献在于数论方面，一千多年前的古希腊数学家丢番图的《算术》一书让费马对不定方程的解法产生浓厚的兴趣。基于对不定方程解法的研究，有两个著名的费马定理：一个是费马小定理，费马给出了形式和证明，是数论四大定理之一；另一个是费马大定理，关于这个定理有着传奇的色彩，因为他表示过他能证明却没有写出来，数百年来没有人证出来，几个世纪之后英国数学家怀尔斯才解决了这个问题。



◆费马

品
尝
怪
味
概
率



◆图卢兹大学



名人介绍：伟大的荷兰科学家——惠更斯

荷兰的克里斯蒂安·惠更斯（Christiaan Huygens，1629—1695年）是物理学家、天文学家、数学家，他是介于伽利略与牛顿之间的一位重要的物理学先驱，是世界上最著名的科学家之一。他对力学的发展和光学的研究都有杰出的贡献，在数学和天文学方面也有卓越的成就，可以说，他是近代自然科学的一位重要开拓者。

惠更斯于1629年4月14日出生于荷兰海牙，他的父亲是位大臣，并且是一



赌桌上的科学——概率论的发现和基础知识

名诗人。惠更斯自幼表现出过人的天分，13岁时曾自制一台车床。1645—1647年他在莱顿大学学习法律与数学，1647—1649年他转入布雷达学院深造。

惠更斯在阿基米德和笛卡儿等人直接影响下，致力于研究力学、光学、天文学及数学。他善于把科学实践和理论研究结合起来，透彻地解决问题，在各方面都有突出成就。

惠更斯曾首先集中精力研究数学问题，他在数学上有出众的天份，早在22岁时就发表过关于计算圆周长、椭圆及双曲线的论著。他在概率学上有着非常敏锐的直觉，他从海牙到巴黎去参加讨论，他的《论赌博中的计算》就是第一篇正式发表的关于概率学的论文。他在微积分方面也有贡献。

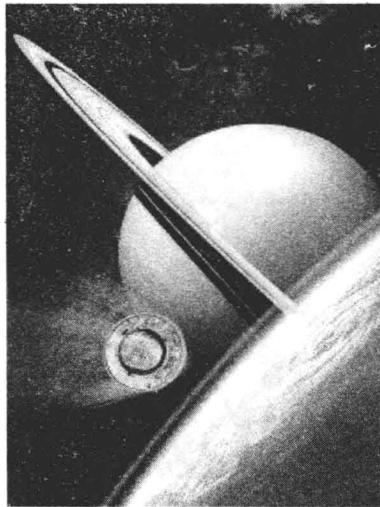
光学方面，惠更斯原理是近代光学的一个重要基本理论。1678年，他在法国科学院的一次演讲中公开反对了牛顿的光的微粒说。他对摆的研究是他最出色的物理学工作。

惠更斯在天文学方面有着很大的贡献。他设计制造的光学和天文仪器精巧超群，他磨制了透镜，改进了望远镜与显微镜，其中惠更斯目镜至今仍然采用。伽利略发现土星时而有“耳朵”，时而“耳朵”会消失，但是长时间以来人们都不知道为什么会这样。惠更斯用自己改良的望远镜发现了土星的卫星——土卫六。2004年，科学家们制造的人类第一个登陆土卫六的探测器为了纪念惠更斯而被命名为“惠更斯号”。虽说这项工程与概率没有什么特别的联系，但是，这可能是现今大多数读者听到的有关于惠更斯的最响亮的事情了。

1663年，他被聘为英国皇家学会第一个外国会员，1666年，法国皇家科学院选取他为院士。惠更斯体弱多病，一心致力于科学事业，终生未婚，1695年7月8日在海牙逝世。

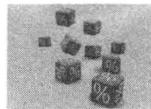


◆ 惠更斯



◆ “惠更斯号”探测土卫六

品
尝
怪
味
概
率



GUOJIANG TUZAI MIANBAO

DE NAYIMIANSHANG

>>>>>>>>>>>> 果酱涂在面包的哪一面？

概率历史的争议

其实在帕斯卡之前，也有很多人思考过类似的赌博胜算问题。意大利的卡尔达诺就研究过赌博游戏，并且还写出了一本书。卡尔达诺在数学上的主要成就有两项：一个是代数学，一个是概率学。他认为，如果出于研究数学问题的目的而赌博，就不算是真正地赌博，所以，他每天都进行着各种赌博，写出了《论赌博游戏》。但由于是在他死后一百多年才发表这本书，此时已经是公认的概率学诞生之后了，所以，要将卡尔达诺的书作为概率学的首部著作的说法并未得到广泛的认同。

品
尝
怪
味
概
率



◆卡尔达诺

名人介绍：占卜生命的科学家——卡尔达诺

意大利的卡尔达诺（Cardano, 1501—1576年），是文艺复兴时期百科全书式的学者。

他曾任英国国王爱德华六世的御医，还曾在大学任教。除此以外，他还是个星象家、数学家、物理学家、发明家。

几个世纪前的科学家一般生卒年月需要考证，而卡尔达诺的生卒年月却十分清楚。这是由于他在71岁时占星算出自己将死于1576年9月21日，但是到了这一天，他并没有将死亡的迹象，为了保全自己的星象家名声，他自杀了。



掷骰子的概率计算 ——概率的古典定义

日常生活中，有些问题有着唯一的答案，而有的问题无法给出准确的回答。例如，本周一上午第一节课是什么课？这个问题是由课表唯一决定的。

掷骰子一次一定会掷出6点吗？我们心中自然清楚不一定就会掷到6点，那么，掷出6点容易还是掷出3点容易？这个问题好像复杂了点吧。

这一节的内容是基于生活中的事件，了解什么是概率，怎么求概率？现在，我们开始学习吧。

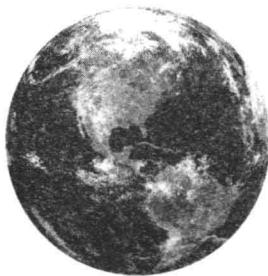


品
尝
怪
味
概
率

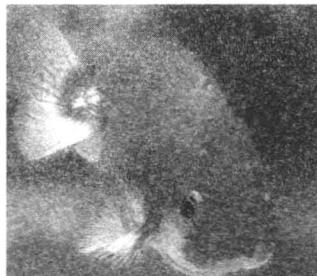
随机事件的概念

大家来观察几个生活中的事件，并做出相应的回答：

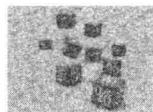
事件一：地球肯定一直在转动。这个事件必然发生。



◆事件一：地球会一直转动吗？



◆事件二：金鱼可以在没有水的环境中生存吗？



点击

如果事件的结果是必然发生的，我们把这样的事件叫做必然事件。

事件二：鱼离开了水自然无法生存。金鱼在没有水的环境中生存是不可能的，那么这种事件我们叫做不可能事件。

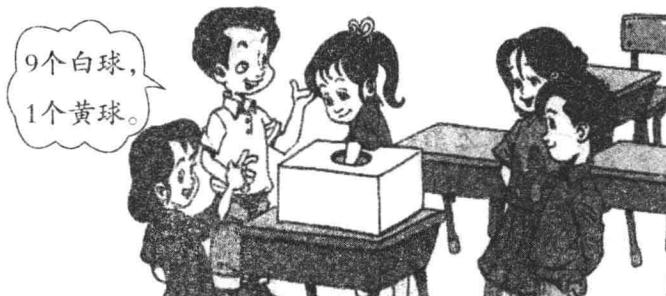


点击

如果事件的结果不可能发生的，我们把这样的事件叫不可能事件。

事件三：如图，盒子中有9个白球，1个黄球。小女孩从中随意摸一个，摸出的球有可能是白球，也有可能是黄球。

品
尝
怪
味
概
率



◆事件三：摸球的同学摸一次球可能是什么颜色的？

这样的有两种可能的事件有什么名字吗？

你觉得她摸出哪种颜色的球可能性大呢？



点击

如果事件的结果有多种可能，可以随机发生某种情况，那么我们称之为随机事件。