化工原理实验

李入林　赵龙涛　编

西北大学出版社

化工原理实验

李入林　　赵龙涛

西北大学出版社

内容提要

本书包括理论和实验两部分。理论部分包括：工程实验的处理方法，实验数据处理和测试技术。实验部分包括流体流动阻力等实验及雷诺实验等四个演示实验。

本书是作为大专院校化工原理实验课程教材而编写的，也可供化工部门的工程技术人员参考。

（陕）新登字 034 号

图书在版编目（CIP）数据

化工原理实验/李入林，赵龙涛编—西安：西北大学出版社，2002.7

ISBN 7-5604-1692-8

·Ⅰ化… Ⅱ①李…②赵… Ⅲ化工原理实验-教学参考资料 Ⅳ.TQ028

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 028648 号

化工原理实验

李入林　赵龙涛

西北大学出版社出版发行

（西北大学校内　邮编 710069）

新华书店经销

西安八一印刷厂印刷

787×1092 毫米 1/16 开本　11 印张　215 千字

2002 年 8 月第 1 版　2002 年 8 月第 1 次印刷

印数 1—1000

ISBN 7-5604-1692-8/G·237

定价：12.00 元

目　录

第一章 绪 论

一 化工原理实验的特点

化工原理实验属于工程实验范畴，它不同于基础课程的实验。后者面对的是基础科学，采用的方法是理论的、严密的，处理的对象通常是简单的、基本的甚至是理想的，而工程实验面对的是复杂的实际的工程问题.对象不同,实验研究方法也必然不同。工程实验的困难在于变量多，涉及的物料千变万化，设备大小悬殊，实验工作量之大之难是可想而知的。因此不能把处理一般物理实验的方法简单地套用于化工原理实验。数学模型方法和因次论指导下的实验研究方法是研究工程常用的两个基本方法，因为这两种方法可以非常成功地使实验研究结果由小到大，由此及彼地应用于大设备的生产设计上。例如，在因次论指导下的实验，可不需要对过程的深入理解，不需要采用真实的物料、真实流体或实际的设备尺寸，只需借助模拟物料（如空气、水、黄砂等）在实验室规模的小设备中，经一些预备性的实验或理性的推断得出过程的因素，从而加以归纳和概括成经验方程。这种因次论指导下的实验研究方法，是确立解决难于作出数学描述的复杂问题的一种有效方法。数学模型方法是在对过程有充分认识的基础上，将过程作高度的概括，得到简单而不失真的物理模型，然后给予数学上的描述。这种研究方法同样可以具备以小见大，由此及彼的功能（因次论指导下的实验方法和数学模型方法反映了工程实验和基础实验的主要区别）。化工原理实验首要的目的就是要帮助学生掌握处理工程的这些实验方法。化工原理实验的另一目的是理论联系实际。化工由很多单元过程和设备所组成，学生应该运用理论指导并且能够独立进行化工单元的操作，应能在现有设备中完成指定的任务，并预测某些参数的变化对过程的影响。

二 化工原理实验的教学目的

化工原理实验课是化工类专业教学计划中的一门必修课，其教学目的是：

1．巩固和深化理论知识

化工原理课程中所讲授的理论、概念或公式，学生对它们的理解往往是肤浅的，对于各种影响因素的认识还不深刻，当学生做了化工原理实验后，对于基本原理的理解、公式中各种参数的来源以及使用范围会有更深入的认识。例如离心泵的性能实验，安排了不同转速下泵的性能测定。第一步让学生固定泵的转速，改变阀门开度，测得一组定转速下的泵的性能曲线，再改变泵的转速，按同样操作步骤，可以得到变转速下一系列泵性能曲线；第二步让学生固定管道中的阀门开度，改变泵的转速，可以得到一根管道性能曲线，再改变管道中的阀门开度，又可以测得改变管道阻力的一系列管道性能曲线。通过实验可测出一系列泵的性

能曲线和管道性能曲线了，了解泵性能和管道性能的各种影响因素，从而帮助学生理解从书本上较难弄懂的概念。

2．培养学生从事实验研究的能力

理工科高等院校的毕业生，必须具备一定的实验研究能力。实验能力主要包括：为了完成一定的研究课题，设计实验方案的能力；进行实验，观察和分析实验现象的能力；正确选择和使用测量仪表的能力；利用实验的原始数据处理以获得实验结果的能力；运用文字表达技术报告的能力。这些能力是进行科学研究的基础，学生只通过一定数量的基础实验与综合实验练习，经过反复训练才能掌握各种实验能力，通过实验课打下一定的基础，将来参加实际工作就可以独立地设计新实验和从事科研与开发。

3．培养学生实事求是、严肃认真的学习态度

实验研究是实践性很强的工作，对从事实验者的要求是很高的，化工原理实验课要求学生具有一丝不苟的工作作风和严肃认真的工作态度，从实验操作，现象观察到数据处理等各个环节都不能丝毫马虎。如果粗心大意，敷衍了事，轻则实验数据不好，得不出什么结论，重则会造成设备或人身事故。

总之实验教学对于学生的培养是不容忽视的，对学生动手和解决实际问题的锻炼是书本无法代替的。化工原理实验教学对于化工专业的学生来说仅仅是工程实践教学的开始，在高年级的专业实验和毕业论文阶段还要继续提高。

三　化工原理实验的教学要求

化工原理实验对于学生来说是第一次接触到用工程装置进行实验，学生往往感到陌生，无从下手。有的学生又因为是几个人一组而有依赖心理，为了切实收到教学效果，要求每个学生必须做到以下几点：

1．实验前的预习

学生实验前必须认真地预习实验指示书，清楚地了解实验目的、要求、原理及实验步骤，对于实验所涉及的测量仪表也要预习它们的使用方法。

有计算机辅助教学手段时，让学生进行计算机仿真练习，通过计算机熟悉各个实验的操作步骤和注意事项。学生们在预习和仿真练习的基础上写出实验预习报告。报告内容为实验目的、原理、装置情况、注意事项。最后还要进行现场了解，做到心中有数。经指导教师提问检查后方可进行实验。

2．实验中的操作训练

实验操作是动手动脑的重要过程，学生一定要严格按照操作规程进行。要安排好测量点的范围，测点数目，哪些地方测点要取得密一些等等。调试时要求细心，操作平稳。对于实验过程中的现象，仪表读数的变化要仔细观察，实验数据要记录在表格内，并注明单位、条件。实验现象要尽量详细记录在记录本内，决不能记在随便取来的零散纸上，有些当时不能理解的实验现象，重复进行一遍仍然如此，需如实记录下来，待实验结束经过思考后，提出自己的看法或结论。学生应在实验操作中注意培养自己严谨的科学作风，养成良好的习惯。

3．实验后的总结

实验总结是以实验报告的形式完成的。实验报告是一项技术文件，是学生用文字表达技术资料的一种训练，不少学生对实验报告没有给予足够的重视，或者不会用准确的科学的数字和观点来书写报告，图形表达也缺乏训练，因此，对学生来说，需要严格训练编写实验报告的能力，这对今后写好研究报告和科研论文是必不可少的。

实验报告内容可在预习报告的基础上完成，它包括以下内容：实验目的、流程和操作步骤，数据整理（包括一个计算示例）和结论。有时还要加上问题讨论等。

实验报告必须书写工整，图形绘制必须用直尺或曲线板。实验报告是考核实验成绩的主要方面，应认真对待。

四　实验基础知识

1．怎样准备实验

首先阅读实验指导书弄清本实验的目的与要求。

根据每次实验的具体任务，研究实验的做法及理论根据，分析应该测取哪些数据并估计实验数据的变化规律。

到现场看实验装置流程，主要设备的构造，仪表种类安装位置，审查这种设备是否合适，了解它们的启动和使用方法（但不要擅自启动，以免损坏仪表设备或发生其它事故）。

根据实验任务及现场设备情况或实验室可能提供的其它条件，最后确定应该测取的数据。

最后拟定实验方案，决定先做什么，后做什么，操作条件如何？ 设备的启动程序怎样？如何调整？

2．怎样组织实验

化工原理实验装置较大，一般是几人合作的，因此实验时必须作好组织工作，便于既有分工，又有合作，既能保证实验质量，又能获得全面训练。每个实验小组要有一个组长， 组长负责实验方案的招待联络和指挥，则必要时还应兼任其他工作，实验方案应该在组内讨论，每个组员都应各有专责（包括操作，读取数据及现象观察等），而且要在选择适当时间进行转换。

3．实验应测取哪些数据

凡是影响实验结果或数据整理过程中所必须的数据都必需测取，一般包括大气条件，设备有关尺寸以及操作数据等。实验数据整理中所需物性数据例如水的粘度、密度等，一般只要测出水温后，可从手册中查出，不必直接测定。

4．怎样测取数据

（1）事先必须拟好记录表格（只负责记某一项数据的，也要列出完整的记录表格），表格中应记下各项物理量的名称、表示符号和单位。每个学生都应有一个实验记录本，不要随使拿一张纸就记录，要保证数据完整，条理清楚而避免张冠李戴的错误。

（2）实验时一定要等现象稳定后才开始读数据，条件改变后，要稍等一会儿才能读取

数据，这是由于一种状态调到另一种稳定状态需要时间，有时甚至要很长时间，而测量仪表通常又有滞后现象的缘故，若条件一变就测取数据，所得结果必然后产生很长的误差。

（3）同一种条件下至少要读取两次数据，且只有当两次读数相接近时才能改变操作条件。

（4）每个数据记录后，应立即复核，以免发生读错或写错数字等事故。

（5）数据记录必须真实地反映仪表的精确度，一般要记录至仪表上最小分度以下一位数。例如温度计的分度为 1℃，如果当时温度读数为 24.6℃，这时就不能记为 25℃，如果刚好是 25℃正，则应记为 25.0℃，而不能记为 25℃，因为这里有一个精确度的问题，一般记录数据中末位都是估计数字，如果记录为 25℃，它表示当时温度呆能是 24℃，也可能是 26℃，或者说它的误差是±1℃，而 25.0℃则表示当时温度是介于 24.58℃-25.1℃之间它的误差是±0.1℃，但是用上述温度计时也不能记为 24.58℃，因为它超出了所用温度计的精确度。

（6）记录数据要以当时的实际读数为准，例如规定的水温为 50.0℃，而读数时实际水温为 50.5℃，就应该记 50.0℃，如果数据稳定不变，也应照常记录，不得空下不记，如果漏记了数据应当留出相应的空格。

（7）实验中如果出现不正常情况，以及数据有明显误差时，应在备注栏中加以注明。

最后还要指出，在实验数据测取上，必须注意到数据的分布情况，要避免所取数据集中在某一范围，而应使其较均匀地分布在整个实验范围内。为此，要求学生在测取数据之前，应根据设备的操作范围和所需测量数据的数目，预先对操作范围进行讨论并作出大致的确定。

必须注意，在许多情况下按等分读数的办法来分布数据往往是不合理的。例如，一个流速计的读数变化范围为 200mmHg，需要读取 10 个数据，若按每隔 20mmHg 读取个数据的办法来分布实验数据，所提结果必然是低速部分的数据相隔太阳能远，而高速部分的数据却相隔过密。

5．实验过程要注意什么

实验过程中除了读取数据外，还应做好以下几件事：

（1）密切注意仪表指示值的变化，随时调节，务使整个操作过程都在规定条件下进行，尽量减少实验操作条件和规定操作条件之间的差距，操作人员不得离开岗位。

（2）读取数据后，应立即和前次数据相比较，也要和相关的数据相对照，分析相互关系是否合理，否则立即同小组同学研究原因，并采取有效措施，及时处理。

（3）实验过程中还应注意观察现象，若发现不正常现象，应抓紧时机，研究原因。

6．怎样整理实验数据

（1）同一条件下，如有几次比较稳定但稍有波动的数据，应先取平均值，然后加以整理，不必先逐个整理后取平均值，以节省时间。

（2）数据整理时就根据有效数字的运算规则，舍弃一些没有意义的数字。一个数据的精确度由测量仪表本身的精确度所决定的，它决不因为计算时位数相加而提高，但是任意减少位数却是不许可的，因为它降低了应有的精确度。

（3）数据整理时，如果过程比较复杂，实验数据又多，一般以采用列表整理法为宜，

同时将同一项目一次整理，这种整理方法不仅过程明显，而且节省时间。

（4）要求以一次数据为例子，把各项过程计算列出，以便检查。

（5）数据整理时还可采用归纳法，将计算公式中的常数归纳作为一个常数看待，例如计算管路中由于流速改变后的雷诺准数时，因为

$$Re=du\rho/\mu，u=4v/(\pi d^2)$$

故$Re=4\rho v/(\pi d\mu)$，而d，ρ，μ在实验中均不变化，可作为常数处理，令$B=4\rho/(\pi d\mu)$，则$Re=BV$ 计算时先求出B值，依次代入V值即可求出相应的Re值，这是可以大大提高计算工速度的。

7．怎样编写实验报告

一份好的实验报告，必须写得简明、一目了然、数据完整、交待清楚、结论明确、有讲述有分析，得出的公式或有明确的使用条件，报告的格式虽不必强求一致，但一般包括下列各项：

（1） 报告的题目

（2） 报告人及共同测定人员的姓名

（3） 实验原理

（4） 实验设备说明（应包括流程示意图和主要设备、仪表的类型及规格）。

（5）实验数据，应包括与实验结果有关的全部数据，报告中的数据不是指原始记录，而是经过加工后用于计算的全部数据，至于原始记录则可作为附录附于报告后面。

（6）数据整理及计算的示例，其中引用的数据要注明来源，简化公式导出过程，要列出一些数据的计算过程，作为计算示例。

（7）实验结果，要根据实验任务，明确提出本次实验的结论，用图示法、经验公式或列表均可，但都要注明实验条件。

（8）分析讨论，要对实验结果作出估计，分析误差大小及原因，对实验中发现的问题应作讨论，对实验方法、实验设备有何改进建议也可写入此栏。

实验报告统一用本校实验报告纸编写。

第二章化工实验数据处理

第一节　实验数据的误差分析

2-1-1　误差分析在化工实验研究中的重要性

通过实验测量所得大批数据是实验的主要成果，但在实验中，由于测量仪表和人的观察等方面的原因，实验数据总存在一些误差，所以在整理这些数据时，首先应对实验数据的可靠性进行客观的评定。

误差分析的目的就是评定实验数据的精确性或误差，通过误差分析，可以认清误差的来源及其影响，并设法排除数据中所包含的无效成分，还可进一步改进实验方案。在实验中注意哪些是影响实验精确度的主要方面，细心操作，从而提高实验的精确性。

2-1-2　误差的基本概念

一、实验数据的误差来源及分类

误差是实验测量值（包括间接测量值）与真值（客观存在的准确值）之差别，基于下列原因，误差可分为三类：

1．系统误差

由于测量仪器不良，如刻度不准，零点未校准；或测量环境不标准，如温度、压力、风速等偏离校准值；实验人员的习惯和偏向等因素所引起的系统误差。这类误差在一系列测量中，大小和符号不变或有固定的规律，经过精确的校正可以消除。

2．随机误差（偶然误差）

是由一些不易控制的因素所引起的，如测量值的波动，肉眼观察欠准确等。这类误差在一系列测量中的数值和符号是不确定的，而且是无法消除的，但它服从统计规律，也是可以认识的。

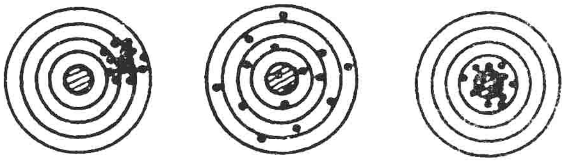
3．过失误差

它主要是由实验人员粗心大意，如读数错误、记录错误或操作失误所致。这类误差往往与正常值相差很大，应在整理数据时加以剔除。

二、实验数据的精准度

精准度与误差的概念是相反相成的，精确度高，误差就小；误差大，精确度就低。

要区别以下概念：测量中所得的数据重复性大小，称精密度，它反应随机误差的大小，以打靶为例，图 2-1（a）表示弹着点的密集而离靶心（真值）甚远，说明精密度高，随机误差小，但系统误差大；图 2-1（b）的随机误大，但系统误差较小，即精密度低而正确度较高；图 2-1（c）的系统误差与随机误差均小。精确度高。精确度（或准确度）表示测量结果与真值接近程度，精确度高则精密度与正确度均高。



(a)　　　　(b)　　　　(c)

图 2-1 精密度和精确度示意图

三、验数据的真值与平均值

真值是待测物理量客观存在的确定值，由于测量时不可避免地存在一定误差，故真值是无法测得的。但是经过细致地消除系统误差，经过无数次测定，根据随机误差中正负误差出现几率相等的规律，测定结果的平均值可以无限接近真值。但是实际上测量次数总是有限的，由此得出的平均值只能近似于真值，称此平均值为最佳值。计算中可将此最佳值当作真值，或用“标准仪表”（即精确度较高的仪表）所测之值当作真值。

化工中常用的平均值有：

（1）算术平均值 x_m

设 x_1, x_2，…，x_n 为各次测量值，n 为测量次数，则算术平均值为：

$$x_m=\frac{x_1+x_2+\ldots+x_n}{n}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \tag{2-1}$$

算术平均值是最常用的一种平均值，因为测定值的误差分布一般从正态分布，可以证明算术平均值即为一组等精度测量的最佳值或最可信赖值。

(2) 均方根平均值

$$x_s=\sqrt{\frac{x_1^2+x_2^2+\ldots+x_n^2}{n}} \tag{2-2}$$

(3) 几何平均值

$$x_c=\sqrt[n]{x_1x_2\ldots x_n} \tag{2-3}$$

(4) 对数平均值

$$x_l=\frac{x_1-x_2}{\ln\frac{x_1}{x_2}} \tag{2-4}$$

对数平均值多用于热量和质量传递中，当 $x_1/x_2<2$ 时，可用算术平均值代替对数平均值。引起的误差不超过 4.4%。

四、误差的表示法

1.绝对误差 d

某物理量在一系列则量中，某测量值与其真值之差称绝对误差。实际工作中常以最佳值代替真值，测量值与最佳值之差称残余误差，习惯上也称为绝对误差：

$$d_i=x_i-X\approx x_i-x_m \tag{2-5}$$

式中：d_i——绝对误差；

x_i——i 次测量值；

X——真值；

x_m——平均值。

如在实验中对物理量的测量只进行一次，可根据测量仪器出厂鉴定书注明的误差，或可取仪器最小刻度值的一半作为单次测量的误差。例如某压力表注明精(确)度为 1.5 级，表明该仪表最大误差为相当档次最大量程之 1.5%，若最大量程为 0.4MPa，该压力表最大误为：

$$0.4\times1.5\%\text{Mpa}=0.0066\text{Mpa}=6\times10^{3}\text{Pa}.$$

又如某天平的感量或名义分度值为 0.1mg，则表明该天平的最小刻度或有把握正确的最小单位为 0.1mg，即最大误差为 0.1mg。

化工原理实验中最常用的 U 形管压差计、转子流量计、秒表、量筒、电压表等仪表原则上均取其最小刻度值为最大误差，而取其最小刻度值的一半作为绝对误差计算值。

2.相对误差 e%

为了比较不同测量值的精确度，以绝对误差与真值(或近似地与平均值)之比作为相对误差：

$$e\%=\frac{d}{|X|}\approx\frac{d}{xm}\times100\%. \tag{2-6}$$

在单次测量中

$$e\%=\frac{d}{x_i}\times100\%.$$

式中：d—------绝对误差；

|x|—--真值的绝对值；

x_m—-----平均值。

例 2-1 今欲测量大约 8kPa(表压)的空气压力，试验仪表用①1.5 级，量程 0.2MPa 的弹簧管式压力表；②标尺分度为 1mm 的 U 形管水银柱压差计；③标尺分度为 1mm 的 U 形管水柱压差计。求相对误差。

(1)压力表

绝对误差　　$d=0.2\times0.015\text{MPa}=0.003\text{MPa}=3\text{kPa}$，

相对误差　　$e\%=\frac{3}{8}\times100=37.5\%$。

(2)水银压差计

绝对误差　　$d=0.5\times1\times133.3\text{Pa}=66.65\text{Pa}$，

其中，133.3=13.6×9.8(即水银的密度×重力加速度)。

相对误差

$$e\%=\frac{66.65\times10^{-3}}{8}\times100=0.061\%。$$

(3)水柱压差计

绝对误差　　$d=0.5\times1\times9.8\text{Pa}=4.9\text{Pa}$

其中 9.8 为水的密度×重力加速度。

相对误差 $e\% = \dfrac{4.9\times10^{-3}}{8}\times100\% = 0.061\%$。

可见用量程较大的仪表，测量数值较小的物理量时，相对误差较大。

3.算术平均误差 δ

它是一系列测量值的误差绝对值的算术平均值。是表示一系列测定值误差的较好方法之一：

$$\delta = \frac{\sum|xi - xm|}{n} = \frac{\sum|di|}{n}. \tag{2-7}$$

式中：xi—测量值，i=1，2，…，n；

x_m—平均值；

d_i—绝对误差。

4.标准误差(均方误差)σ

在有限次测量中，标准误差可用下式表示：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(xi - xm)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum di^2}{n-1}}. \tag{2-8}$$

标准误差是目前最常用的一种表示精确度的方法，它不但与一系列测量值中的每个数据有关，而且对其中较大的误差或较小的误差敏感性很强，能较好地反映实验数据的精确度，实验愈精确，其标准误差愈小。

2-1-3 实验数据的有效数与记数法

一、有效数字

实验数据或根据直接测量值的计算结果，总是以一定位数的数字来表示。究竟取几位数才是有效的呢?这要根据测量仪表的精度来确定，一般应记录到仪表最小刻度的十分之一位。例如，某液面计标尺的最小分度为 1mm，则读数可以到 0.1mm。如在测定时液位高在刻度 524mm 与 525mm 的中间，则应记液面高为 524.5mm，其中前三位是直接读出的，是准确的，最后一位是估计的，是欠准的或可疑的，称该数据为 4 位有效数。如液位恰在 524mm 刻度上，则数据应记作 524.0mm，若记为 524mm，则失去了一位精密度。

总之，有效数与误差的关系：由上可见，液位高度 524.5mm 中，最大误差为±0.5mm，也就是说误差为末位的一半。

二、科学计数法

在科学与工程中，为了清楚地表达有效数或数据的精度，通常将有效数写出并在第 1 位数后加小数点，而数值的数量级由 10 的整数幂来确定，这种以 10 的速数幂来记数的方法称科学记数法。例如：0.0088 应记为 8.8×10^{-3}，88000(有效数 3 位)记为 8.80×10^{4}。应注意，科学记数法中，在 10 的整数幂之前的数字应全部为有效数。

三、有效数的运算

1.加减法运算。各不同位数有效数相加减，其和或差的有效数等于其中位数最少的一个，例如测得设备进出口的温度分别为 65.58℃与 30.4℃则

温度和：65.58(?)℃+30.4(?)℃=95.9(?)8(?)℃，

温度差：65.58(?)℃－30.4(?)℃＝35.1(?)8(?)℃。

结果中有两位欠准值，这与有效值规则不符，故第二次欠准数应舍去，按四舍五入法，其结果应为96.0℃与35.2℃。

2.乘除法计算。乘积或商的有效数，其位数与各乘、除数中有效数位数最少的相同，如测得管径D＝50.8mm，其面积A为：

$$A=\frac{\pi}{4}D^2=\frac{3.14}{4}\times 50.8^2mm^2=2.03\times 10^3\times 10^3mm^2.$$

注意，π，e,g等常数有效位数可多可少，根据需要选取。

3.乘方与开方运算。乘方、开方后的有效数与其底数相同。

4.对数运算。对数的有效数位与其真数相同。例如 $lg2.35=3.71\times 10^{-1}$；$lg4.0=6.0\times 10^{-1}$

5.在四个数以上的平均值计算中，平均值的有效数字可较各数据中最小有效位数多一位。

6.所有取自手册的数据，其中效数按计算需要选取，但原始数据如有限制，则应服从原始数据。

7.一般在工程计算中取三位有效数已足够精确，在科学研究中根据需要和仪器的可能，可以取到四位有效数字。

从有效数的运算规则可以看到，实验结果的精确度同时受几个仪表的影响时，则测试中要使几个仪表的精确度一致，采用一两个精度特别高的仪表无助于整个实验结果精度的提高，如过滤实验中，计量滤液体积的量具分度为0.1L，而用分度为千分之一秒的电子秒表计时，测得27.5635s中流过滤液1.35L，计算每升滤液通过所需的时间为：

$$t=27.5635s/1.35L=27.6s/1.35L=20.4s/L。$$

可见用一个0.1秒分度的机械秒表精度就足够了。

2-1-4 间接测量值的误差传递

间接测量值是由几个直接测量值按一定的函数关系而得，如雷诺数 $Re=du\rho/\mu$ 就是间接测量值，由于直接测量值有误差，因而使间接测量值也必然有误差。怎样由直接测量值的误差计算间接测量值的误差呢?这就是误差的传递问题。

一、误差传递的基本方程

设有一间接测量值y，是直接测量值 x_1，x_2，…，x_n 的函数：

$$y=f(x_1, x_2, \cdots, x_n)。\tag{2-9}$$

对上式进行全微分，可得

$$d_y=\frac{\partial f}{\partial x_1}dx_1+\frac{\partial f}{\partial x_2}dx_2+...+\frac{\partial f}{\partial xn}dx_n \tag{2-10}$$

如以 $\triangle y,\triangle x_1$，$\triangle x_2$，…，$\triangle x_n$ 分别代替上式中的 $dy,dx_1,dx_2,\cdots,dx_n$ 则得

$$\triangle y=\frac{\partial f}{\partial x_1}\triangle x_1+\frac{\partial f}{\partial x_2}\triangle x_2+...+\frac{\partial f}{\partial xn}\triangle x_n, \tag{2-11a}$$

此即绝对误差的传递公式。它表明间接测量值或函数的误差为各直接测量值的各项分

误差之和，而分误差决定于直接测量误差△x，和误差传递系数 $\frac{\partial f}{\partial xi}$，即

$$\triangle y=\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\partial f}{\partial x_i}.\Delta x_i\right|. \tag{2-11b}$$

相对误差的计算式为：

$$\frac{\Delta y}{y}=\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\Delta x_i}{y}\right|. \tag{2-12}$$

上式中各分误差取绝对值，从最保险出发，不考虑误差实际上有抵消的可能，此时函数误差为最大值。

函数的标准误差：

$$\sigma=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2\sigma_i^2}. \tag{2-13}$$

式中：σ_i—直接测量值的标准误差。

二、某些常用函数的误差

现将某些常用函数的最大绝对误差和相对误差列在表 2-1 中。

表 2-1 某些函数的误差传递公式

函数式	误差传递公式	
	最大绝对误差 Δy	最大相对误差 e_r
$y=x_1+x_2+x_3$	$\Delta y=\pm(\lvert\Delta x_1\rvert+\lvert\Delta x_2\rvert+\lvert\Delta x_3\rvert)$	$e_r=\Delta y/y$
$y=x_1-x_2$	$\Delta y=\pm(\lvert\Delta x_1\rvert+\lvert\Delta x_2\rvert)$	$e_r=\Delta y/y$
$y=x_1x_2$	$\Delta y=\pm(\lvert x_1\Delta x_2\rvert+\lvert x_2\Delta x_1\rvert)$	$e_r=\pm\left(\left\lvert\frac{\Delta x_1}{x_1}\right\rvert+\left\lvert\frac{\Delta x_2}{x_2}\right\rvert\right)$
$y=x_1x_2x_3$	$\Delta y=\pm(\lvert x_1x_2\Delta x_3\rvert+\lvert x_1x_3\Delta x_2\rvert+\lvert x_2x_3\Delta x_1\rvert)$	$e_r=\pm\left(\left\lvert\frac{\Delta x_1}{x_1}\right\rvert+\left\lvert\frac{\Delta x_2}{x_2}\right\rvert+\left\lvert\frac{\Delta x_3}{x_3}\right\rvert\right)$
$y=x^n$	$\Delta y=\pm(nx^{n-1}\Delta x)$	$e_r=\pm\left(n\left\lvert\frac{\Delta x}{x}\right\rvert\right)$
$y=\sqrt[n]{x}$	$\Delta y=\pm\left(\frac{1}{n}x^{\frac{1}{n}-1}\Delta x\right)$	$e_r=\pm\left(\frac{1}{n}\left\lvert\frac{\Delta x}{x}\right\rvert\right)$
$y=x_1/x_2$	$\Delta y=\pm\left(\frac{x_2\Delta x_1+x_1\Delta x_2}{x_2^2}\right)$	$e_r=\pm\left(\left\lvert\frac{\Delta x_1}{x_1}\right\rvert+\left\lvert\frac{\Delta x_2}{x_2}\right\rvert\right)$
$y=cx$	$\Delta y=\pm\lvert c\Delta x\rvert$	$e_r=\pm\left\lvert\frac{\Delta x}{x}\right\rvert$
$y=\lg x$	$\Delta y=\pm\left\lvert\frac{0.4343}{x}\Delta x\right\rvert$	$e_r=\Delta y/y$
$y=\ln x$	$\Delta y=\pm\left\lvert\frac{\Delta x}{x}\right\rvert$	$e_r=\Delta y/y$

例 2-2 流量计标定实验中，孔板流量计的流量系数 C_0 可由下式计算：

$$C_0=\frac{\bar{V}}{A_0\sqrt{2gR(\rho_0-\rho)/\rho}}=\frac{ZA}{tA_0\sqrt{2gR(\rho_0-\rho)/\rho}}$$

式中：$V_s=V/\tau=ZA/t$；

A_0—孔板的锐孔面积，m^2；

R—U 形管差计读数，m；

ρ—流体密度，kg/m^3；

ρ_0—指示剂密度，kg/m^3；

g—重力加速度，$9.81m/s^2$.

V—在 t 时间内所测水的体积，m^3；

A—水箱截面积，m^2；

Z—水位增加的高度，m。

已知某次测量中

$t=(30.0\pm0.05)s$，　$Z=(0.230\pm0.001)m$，

$A=(0.250\pm0.002)m^2$，　$A_0=(3.142\pm0.016)\times10-4m^2$，

$R=(0.400\pm0.001)m$，　$\rho_0=(1.36\pm0.005)\times10-4kg/m^3$，

$\rho=(1.00\pm0.005)\times103kg/m$，　$g=9.18(1\pm0.0056)m/s^2$，

求 C_0 的误差。

解：式中多为乘除，故用相对误差计算比较方便。各量的相对误差：

$e_t=\frac{0.05}{30}=0.17\%$，　$e_Z=\frac{0.001}{0.23}=0.43\%$，

$e_R=\frac{0.001}{0.4}=0.25\%$，　$e_{\rho 0}=\frac{0.005}{1.36}=0.37\%$，

$e_\rho=\frac{0.005}{1}=0.5\%$，　$e_g=0.56\%$，

根据误差传递公式

$$e_{c0}=e_z+e_A+e_{A0}+e_t+\frac{1}{2}\left(e_g+e_R+e\rho+\frac{\Delta\rho_0+\Delta\rho}{\rho_0-\rho}\right)$$

$$=0.43+0.8+0.51+0.17+\frac{1}{2}[0.56+0.25+0.5+(\frac{0.005+0.05}{13600-1000})\times100=2.6\%$$

$$C_0=\frac{0.23\times0.251}{30\times3.142\times10^{-4}\sqrt{2\times9.81\times0.4\frac{(13600-1000)}{1000}}}=0.613$$

故　$C_0=0.613(1\pm0.026)$

即 C_0 的真值 0.597—0.629。

三、小结

误差分析的目的在于计算所测数据（包括直接测量值与间接测量值）的真值或最佳值范

围，并判定其精确性或误差。整理一系列实验数据时，应按以下步骤进行：

(1)求一组测量值的算术平均值 x_m。

根据随机误差符合正态分布的特点，按误差的正态分布曲线，可以得出算术平均值是该组测量值的最佳值(当消除了系统误差并进行无数次测定时，该最佳值无限接近真值)。

(2)求出各测定值的绝对误差 d 与标准误差 σ 。

(3)确定各测定值的最大可能误差，并验证各测定值的误差不大于最大可能误差。按照随机误差正态分布曲线可得一个绝对误差$(x-x_m)$出现在±3σ范围内的概率为 99.7%，也就是说$(x-x_m)>\pm3\sigma$的概率是极小的(0.3%)，故以±3σ为最大可能误差，超出±3σ的误差已不属于随机误差，而是失误差，因此该数据应于剔除。

(4)在满足第(3)条件后，再确定其算术平均值的标准差。

根据差传递方程算术平均值的标准差为：$\sigma_m=\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

例 2-3　某参数共测定了 16 次，结果如下：

x_i=102，98，99，100，97，140，95，100，98，96，102，101，101，102，99，102，求出最佳数及误差。

解：列表计算其平均值及误差。

序号	原始数据	第一次整理		第二次整理		
	x_i	x_m-x_i	$(x_m-x_i)^2$	x_i	x_m-x_i	$(x_m-x_i)^2$
1	102	0	0	102	−2.53	6.4
2	98	4	16	98	1.47	2.2
3	99	3	9	99	0.47	0.2
4	100	2	4	100	−0.53	0.3
5	97	5	25	97	2.47	6.1
6	140	−38	1444	/	/	/
7	95	7	49	95	4.47	20.0
8	100	2	4	100	−0.53	0.3
9	98	4	16	98	1.47	2.2
10	96	6	36	96	3.47	12.0
11	102	0	0	102	−2.53	6.4
12	101	1	1	101	−1.53	2.3
13	101	1	1	101	−1.53	2.3
14	102	0	0	102	−2.53	6.4
15	99	3	9	99	0.47	0.2
16	102	0	0	102	−2.53	6.4
$\sum$	1632	0	1614	1492	0.15	73.7

求算术平均值：

$$x_m=\frac{1632}{16}=102.$$

个别测量值的最大可能误差为：