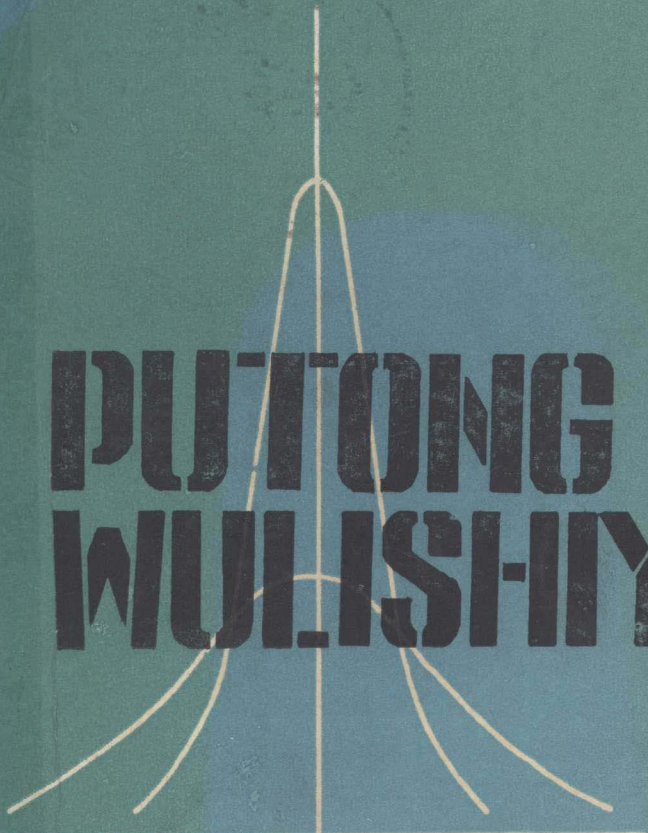


高等学校试用教材

普通物理实验

管寿沧 戴宗武 主编



PUTONG
WULISHIYAN

山西高校联合出版社

普通物理实验

主 编	管寿沧	戴宗武	
副主编	罗凤玲	逯慧春	吕爱芝
	徐亚东	王忠德	
编 委	张 瑞	阎永清	叶穗莲
	郭志俊		

山西高校联合出版社

普 通 物 理 实 验
管寿沧 戴宗武 主编

山西高校联合出版社出版发行 (太原市南内环街31号)
山西矿业学院印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 16.7 字数: 340千字
1990年8月第1版 1990年8月太原第1次印刷
印数: 1—4900册

ISBN 7—81032—006—8

定价: 5.00元

序

物理学研究的是物质运动最基本最普遍的形式，是除数学外一切自然科学的基础。同样，物理实验是所有自然科学实验的基础。通过物理实验，可以掌握基本实验知识和技能以及基本测量误差等理论。这对每个从事自然科学及工程技术的人都有重要意义。

由山西省物理实验评估可见，我省急需一本师专用的物理实验教材。管寿沧等同志集思广益，综合八校的宝贵经验及老师们数十年的教学实践经验，编写了这本书。在写法上，编者引入了设计性实验，又注意到在实验步骤之前，先提出实验操作的基本要求，引导学生理解各步骤的意义，从而能使学生主动地操作，有利于学生的智力开发与能力的培养。

本书可作为大专及师专物理系物理实验教材，也可作为非物理专业物理实验的参考书。

周国生

1990年6月

前 言

1988年山西省教委组织了省内的专家对全省各高校普通物理实验室进行了评估。评估中看到我省八所师专所有的普通物理实验教材较杂,而且有些教材的使用与师专的实际情况(教学要求、现有的设备)不相符合。因而参加省里评估的几位专家认为,很有必要编写一本先供省内使用的普通物理实验教材。省教委高教处的几位领导也热心支持这项工作。在这种情况下,我们着手编写了这本教材。

这本教材是在山大、师大、教院及省内几所师专多年使用的部分普物实验自编讲义的基础上,根据原教育部《二、三年制师范专科学校(物理专业普通物理实验)教学大纲》(高等教育出版社,1983年4月第1版)和国家教育委员会师范教育司编的《二年制师范专科学校物理专业教学大纲》(东北师范大学出版社,1989年4月第1版),结合我省的具体情况编写的。该书可作为师专、教育学院、教师进修学校等物理专业的实验教材,也可作为师范、理工科等高校非物理专业以及电大、职大、函大师生学习物理参考书。

本书多数实验是按传统的方式编写的,但在编写过程中还注意到了如下几点:在误差理论中,强化了关于几种常用的数据处理方法的系统描述,目的在于让学生能确实掌握常用数据处理方法;在实验中,加强了关于基本测量仪器的使用和基本测量方法的分析讨论,便于学生通过本教材的学习能熟悉一些常用仪器使用及测量方法;教材中还编入了一些设计性实验,这些实验仅提出实验目的,要求学生自选仪器,自拟步骤去完成,这可作为部分优秀学生选作的内容,以便进一步培养学生进行科学实验的能力。该教材在仪器调整和测量方法上,集中了教师们多年的实践经验和教学体会,这些对于教师们的教学将会有一定的参考价值。

本书的编写工作情况如下:误差理论与力学、热学实验由王忠德、逯慧春、吕爱芝提供初稿;电磁学实验由阎永清、叶穗莲、戴宗武提供初稿;光学实验由郭志俊、罗凤玲提供初稿;原子物理实验由张瑞提供初稿;吕爱芝、戴宗武、罗凤玲分别初审了力热、电磁、光学的初稿。戴宗武、逯慧春完成了书中大部分的绘图工作。张瑞副教授为全书的结构提供了编写方案,对许多实验都给予了指导,管寿沧主持了全书的编写工作,撰写了前言、绪论。并与徐亚东一起负责统审全稿。

本书在编写过程中受到了省教委、省物理学会、省高校实验室管理研究会的部分领导与同志们的热心关怀与支持,省高校实验室管理研究会会长、山西大学副校长周国生教授在百忙中为本书写了序,我们都深表谢意。

由于我们业务水平与教学经验有限,不足之处乃至错误在所难免。恳切希望使用本教材的师生提出宝贵意见。

编者

1990年1月

目 录

绪论	(1)
----	-------

误差和数据处理的基本知识

§1 测量和误差	(3)
§2 误差的估算及其意义	(5)
§3 有效数字的概念和运算法则	(11)
§4 常用数据处理方法	(14)
§5 标准误差的概念和计算	(24)
§6 偶然误差的分布规律	(27)

第 1 部分 力学实验

实验 1 长度测量	(32)
实验 2 质量测量	(39)
实验 3 时间测量	(46)
实验 4 固体和液体密度的测定	(50)
实验 5 用拉伸法测定杨氏弹性模量	(53)
实验 6 速度、加速度的测定	(58)
实验 7 牛顿第二定律的验证	(63)
实验 8 惯性秤	(65)
实验 9 (a) 刚体转动惯量的测定 (用三线摆)	(67)
实验 9 (b) 刚体转动惯量的测定 (用刚体转动实验仪)	(71)
*实验 10 复摆	(73)
实验 11 用共鸣管测量声速	(76)
实验 12 液体粘滞系数的测定	(79)
*实验 13 动量守恒定律的验证	(82)
实验 14 单摆的研究	(84)
*实验 15 弦振动的研究	(85)
*实验 16 弹簧振子的研究	(86)

第 2 部分 热学实验

实验 1 用混合法测固体的比热容	(88)
实验 2 用电热法测热功当量	(91)

实验 3	冰的熔解热的测定	(93)
实验 4	金属线胀系数的测定	(96)
实验 5	良导体导热系数的测定	(98)
实验 6	液体表面张力系数的测定(拉脱法)	(100)

第 3 部分 电磁学实验

电磁学实验常用基本仪器简述		(104)
实验 1	静电场的描绘	(110)
实验 2	用伏安法测电阻	(113)
实验 3	用惠斯登电桥测电阻	(115)
实验 4	灵敏电流计特性的研究	(120)
实验 5 (a)	用电位差计测量电池的电动势和内阻	(124)
实验 5 (b)	用电位差计校正电表	(128)
实验 6 (a)	电表改装	(131)
实验 6 (b)	万用电表的设计和定标	(135)
实验 7	用开耳芬电桥测量低电阻	(140)
实验 8	磁场的描绘	(146)
实验 9 (a)	示波器的使用	(151)
实验 9 (b)	示波器的使用	(159)
*实验 10	电子束线的偏转	(165)
*实验 11	电子束线的聚焦	(171)
实验 12	冲击电流计的特性研究	(174)
实验 13 (a)	用冲击电流计测电容及高电阻	(177)
实验 13 (b)	用冲击电流计测螺线管内轴向磁场的分布	(181)
实验 14	交流电桥	(184)
实验 15	半导体热敏特性的研究	(190)

第 4 部分 光学实验

实验 1	薄透镜焦距的测定	(194)
*实验 2	透镜组基点的测定	(197)
实验 3 (a)	分光计的调节与棱镜折射率的测定	(200)
实验 3 (b)	用阿贝折射仪测液体折射率	(207)
实验 4 (a)	用双棱镜测定光波波长	(209)
实验 4 (b)	等厚干涉现象的研究	(212)
实验 4 (c)	迈克耳逊干涉仪	(215)
实验 5	用透射光栅测光波波长及角色散率	(218)
实验 6	偏振现象的观察和分析	(220)
*实验 7	全息照相	(224)

●实验 8 用光电效应测定普朗克常数..... (228)

*实验 9 测定单缝衍射的光强分布..... (233)

第 5 部分 原子物理实验

实验 1 夫兰克—赫兹实验..... (236)

实验 2 氢原子光谱的研究..... (241)

实验 3 塞曼效应..... (245)

实验 4 基本电荷的测定—密立根油滴实验..... (253)

绪 论

物理学是一门建立在大量实验基础上的自然科学。物理概念的建立,物理规律的发现,物理理论的形成,都必须以科学的实验为基础,并受科学实验的检验;新的现象与新的规律也要靠实验来发现与揭示。可以说,没有实验,就没有今天的物理学。

普通物理实验是物理实验的入门,是一门重要的基础课。它用实验的方法去观测、研究物理现象,验证物理规律,认识某些物质运动的本质,从而深化了对物理概念和规律的理解。因而,它是学习物理学不可缺少的组成部分。

普通物理实验,作为一门实验科学,自身有一整套的理论、方法与技能。通过对这门课的学习,就会逐步掌握认识物质世界的初步理论与方法,以及观测自然界的基本手段与技能。这对于一名大学生来说,将来无论从事自然科学的教学工作或是作为一名工程技术人员,都是十分必要的。

普通物理实验是一门必修的基础课程。它的主要任务是:

1. 通过教学使学生在物理实验方面,接受比较系统的实验理论并经受实验操作技能的训练。熟练掌握基本物理量的常用测量方法,能合理选择和使用基本仪器,能正确运用有效数字并掌握基本实验数据的处理方法,能对实验的结果做出正确的分析和判断,能写出符合要求的实验报告。

2. 通过实验课与理论课教学的结合,使学生一方面能用已学到的理论去指导实验,另一方面通过实验方法去观察研究物理现象和规律,从而加深、巩固、扩展对物理概念与定律的理解,提高学生观察现象、分析问题、解决问题的实际能力。

3. 培养学生实事求是、一丝不苟的科学态度,养成讲究科学方法,遵守操作规程,注意爱护公物的良好习惯。

关于如何学好普通物理实验的问题,下面提几点建议:

1. 明确实验目的、原理和方法。每做一个实验,都应首先弄清要做什么,如何去做,为什么要这样做。真正弄明白了这些问题,才能在实验的过程中,充分发挥学习的主动性,自觉地去熟悉实验方法,掌握实验技能,顺利地按要求完成实验的全过程。

2. 掌握好基本测量方法。物理实验离不开物理量的测量。基本的测量方法是在实验中经常用到的,也是复杂测量的基础,因而对于基本测量,不仅要明了测量原理,熟练掌握测量方法,而且要了解这些测量仪器的适用条件、精度等,使自己尽快地掌握基本测量的技能。这对于学好这门课,做好实验是很有意义的。

3. 要善于观察和分析。物理实验其实质就是观察物理现象、分析测量结果的过程。要在实验中仔细观察现象的变化,有效地发挥仪器的功能,准确地记录现象变化中所提供的种种信息,这是具有实验能力的一种表现。实验的结果,一般总要获得有效数据的结论,这个数据是否正确?数据的好坏说明了什么?仪器是否有故障?操作有无问题?实验环境的影响有多大?实验的结论是否正确?这些问题都要通过分析来解决。这种分析的本领是实验能力

强弱的一种表现。

4. 注意掌握重点,养成良好的实验习惯,就某一个实验而言,涉及到的理论和实验方面的问题往往是较广的,实验中还随之有些具体的零散工作。我们在做某个实验时,要注意掌握该实验重点内容,不要把注意力停滞在一些枝节问题和零散工作上。全部问题在一个实验中同时解决是不可能的。

如何有条理地记录数据,并注意记录实验时的环境条件,如温度、湿度、气压等;如何安排同时使用的几个实验仪器的位置;对某种仪器应养成怎样的操作习惯乃至操作姿势等。这些实验中的良好习惯都是前人实践的经验总结,它可以保证安全、避免差错、节省时间。养成这种良好的实验习惯,能促成实验的顺利进行,并为以后完成更复杂的实验工作创造条件。

为了上好物理实验课,我们提出以下几点要求:

1. 课前预习

通过阅读实验教材及有关参考材料,弄清本实验的目的、原理、方法,知道本实验使用仪器的基本原理、操作步骤及注意事项。预习中发现不清楚的问题也应记下来,以便在上课时解决。最好写一份预习报告。

2. 实验阶段

实验前先清点仪器,熟悉仪器,了解仪器的性能及使用方法,然后按要求进行操作,注意观察现象,并要记录时间、地点、姓名、合作者、环境条件、仪器的型号和编号、被测量的原始数据、发现的问题。对实验中出现问题应立即报告老师,求得及时的帮助与指导,切不可随意处理。

3. 课后写好实验报告

实验报告是实验的最后总结,要认真写好。写实验报告力求做到文字简练,数据齐全,图表规范正确。它的具体内容应包括:(1)实验名称;(2)实验时间;(3)实验目的;(4)仪器(包括名称、规格、编号);(5)实验原理(包括公式、电、光路图等);(6)操作步骤;(7)数据表格;(8)数据处理及结果表示;(9)结果的评估及问题讨论。上列几条,仅供参考。在写一个具体报告时可按实际情况分项写清,不一定受上述具体内容限制。

误差和数据处理的基本知识

§1 测量和误差

1. 测量和测量的种类

在生产和实践中,人们需要对物质的某些物理量进行测量。所谓测量就是借助仪器,通过实验的方法,对客观事物取得数量观念的认识过程。

测量方法可分两类:一类是用测量仪器对待测量直接进行测量,从而得出被测量值的方法,称为直接测量。例如用刻度尺测物体的长度,用安培计测导线中的电流强度等等。另一类是不能直接用测量仪器把待测量测出来,而需依据待测量和某些直接测量值的函数关系求出待测量之值的测量方法,称为间接测量。例如测量重力加速度,可由摆长的直接测量值和单摆周期的直接测量值依据单摆周期公式算出。

测量如果只能进行1次或只需进行1次,称为单次测量。如在动态中测量,不允许对待测量重复进行测量;或者在间接测量中,某一物理量的测量误差对最后的结果影响较小,因而只需测量1次。对同一个物理量,可以而且需要多次重复测量,称为多次测量。在多次测量过程中,如果在相同条件下,即同样的仪器、在同等环境中、由同一个观察者进行测量,称为等精度测量。如果每次测量的条件发生了变化,称为非等精度测量。

2. 误差的性质及种类

每一个物理量都是客观存在的,在一定的条件下具有不依人的意志为转移的固定大小,这个客观大小称为该物理量的真值。进行测量是想要获得待测量的真值。但由于所使用仪器的灵敏度和分辨能力的局限性,测量环境的不稳定性以及实验理论的近似性等诸多因素的影响,待测量的真值是不可能测得的。测量的结果与待测量的真值总有一定的偏离,这种偏离称为测量值的误差。

设待测量的真值为 a ,测得值为 x ,误差为 ε ,则

$$\varepsilon = x - a$$

既然真值是不可能测得的,所以测量所得的一切数据,就毫不例外地包含一定的误差。在误差必然存在的情况下,测量的任务是:(1)设法将测得值中的误差减至最小;(2)求出在测量条件下待测量的最近真值(最佳值);(3)估计最近真值的可靠程度(或不确定度)。为此,必须研究误差的性质、来源,以便采取适当的措施,从而达到最好的结果。

误差根据其性质分为3类:系统误差、偶然误差和过失误差。

(1) 系统误差 在同一条件下多次测量同一量时,符号和绝对值保持不变,或按某一确定的规律变化的误差,称为系统误差。系统误差按其产生的原因分为:

① 仪器误差 这是由于仪器或使用仪器的条件不完善而产生的误差。

② 理论误差(方法误差) 这是由于实验方法本身或理论的近似性造成的误差。

③ 环境误差 由外界环境的影响而产生的误差。如温度、湿度、电磁场、光照等影响。

④ 个人误差 如观察者的习惯、心理不同而造成的误差等。

系统误差的出现一般都有较明确的原因,因此,应当找出系统误差的来源,从而采取适当的措施使系统误差降低到最小。

(2) 偶然误差 在同一条件下多次测量同一物理量时,在消除系统误差之后,仍然存在着绝对值和符号经常变化的误差,称为偶然误差。偶然误差产生的原因很多,而且难以确定某一个因素产生的具体影响的大小,所以偶然误差的出现是必然的,是不能加以排除的。在进行大量的重复测量时,偶然误差的分布遵循一定的统计规律,所以偶然误差又被称为随机误差。在多数物理实验中,偶然误差表现出如下的规律性:

① 绝对值相等的正和负的误差出现的机会相同;

② 绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的机会多;

③ 误差不超过一定的范围。

设某物理量的真值为 a , n 次等精度测量值 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的误差为 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$, 则

$$(x_1 - a) + (x_2 - a) + \dots + (x_n - a) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_n$$

或者

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n - na = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_n$$

两边同除以 n , 得

$$\frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n) - a = \frac{1}{n} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_n)$$

令

$$\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

表示测量值的算术平均值, 显然

$$\bar{x} - a = \frac{1}{n} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i$$

即平均值的误差等于各测量值误差的平均值。由于测量值的误差有正有负, 相加后可抵消一部分, 所以算术平均值的误差将随着测量次数的增多而减小, 即算术平均值愈接近于真值。因此, 取算术平均值作为等精度直接测量的最近真值(最佳值)。对于多次等精度测量, 减少偶然误差的一般方法是增加测量次数。但也不是测量次数愈多愈好, 在一般科学研究中, 实际测量次数取10到20次, 而在物理实验课中, 则只取4到10次。

由于真值是测量不出来的, 所以实际测量时是以各测量值的算术平均值作为最佳值, 而用每次测量值与最佳值之差来估计误差, 令

$$v_i = x_i - \bar{x}$$

称 v_i 为测量值 x_i 的残差。

(3) 过失误差(粗差) 凡是不能用测量时的客观条件加以解释的那些突出误差, 称为

过失误差。过失误差的出现将明显地歪曲测量结果，应当尽量避免。如果出现过失误差，可分析其出现的原因而将异常数据舍去。如果原因不明显，可在分析偶然误差时加以处理。

3. 测量结果的衡量

精密度、准确度和精确度都是对测量结果的衡量。

精密度是指各测量值对最佳值的离散程度。如各测量值相互差异很大，则表示测量的精密度低，偶然误差大。

准确度是指最佳值对真值的偏离程度。准确度愈高，则最佳值愈接近真值，系统误差较小。

精确度是对测量的偶然误差与系统误差的综合评定。精确度高，说明测量数据比较集中在真值附近，测量的偶然误差与系统误差都比较小。

以图0-1-1为例，说明这三者的意义。数轴上的 a 点为真值，其它点为测量值。(a)图表示测量的精密度高，但准确度较差；(b)图表示测量的准确度高但精密度较差；(c)图表示测量的精确度高。

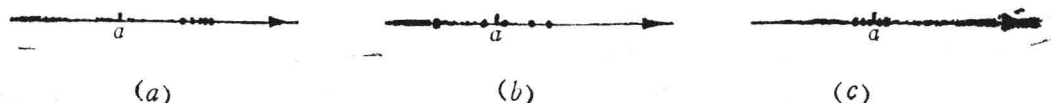


图 0—1—1

§2 误差的估算及其意义

由于真值不能确定，误差只能估计，我们现在只考虑偶然误差，而认为系统误差已减小到可忽略的程度。

1. 直接测量误差的估算

(1) 直接测量的误差估算原则

直接测量的误差，原则上是估计它的最大值。对于不同的实验，要依据仪器的分度值、测量的环境条件等具体情况考虑，最小也不能小于仪器最小分度值的一半。例如，用最小刻度为1mm的刻度尺测一摆线长，读数误差是测量误差的主要成分，可估计摆线的上下两端读数误差各为0.5mm，则长度误差取1mm。用停表测一物体运动的时间间隔，如停表的系统误差也不必考虑，则测量误差主要是由启动和制动时的误差决定，一般可估计启动和制动各有0.1s的误差，总的误差为0.2s。

(2) 测量列的平均绝对误差

测量列就是指在同一条件下重复测量所得的一组数据，平均绝对误差是对这一组数据可靠性的一种评价。测量列的平均绝对误差定义为：各测量值误差的绝对值的算术平均值，即

$$\eta = \frac{|\epsilon_1| + |\epsilon_2| + \cdots + |\epsilon_n|}{n} = \frac{\sum |\epsilon_i|}{n} \quad (0.2.1)$$

由于知道的是测量列的算术平均值 $\bar{x}$ 及残差 v_i ，所以在实际计算时是以残差计算。用残差表示的平均绝对误差是

$$\eta = \frac{|v_1| + |v_2| + \cdots + |v_n|}{\sqrt{n(n-1)}} = \frac{\sum |v_i|}{\sqrt{n(n-1)}} \quad (0.2.2)$$

通常使用的是其近似式

$$\eta = \frac{|v_1| + |v_2| + \cdots + |v_n|}{n} = \frac{\sum |v_i|}{n} \quad (0.2.3)$$

由此可知：平均绝对误差反映了测量列的离散程度，表示测量结果的精密程度。

(3) 测量结果的正确表示 绝对误差和相对误差(百分差)

① 把测量结果表示成 $x \pm \Delta x$ 的形式；

我们通常把测量结果及其偶然误差写成 $x \pm \Delta x$ 的形式，其中 x 是测量值，它可以是多次等精度测量的算术平均值，也可以是单次测量值； Δx 称为绝对误差，它可以是平均绝对误差，也可以是单次测量的估计误差等。例如测得一长度 $l = 7.13 \pm 0.05 \text{cm}$ ， 7.13cm 是 l 的测量值， 0.05cm 是测量值的绝对误差。值得注意的是这个表示式不能理解为 l 只有 $7.13 + 0.05 = 7.18 \text{cm}$ 和 $7.13 - 0.05 = 7.08 \text{cm}$ 两个值，也不能理解为 l 的真值落在 7.08cm 和 7.18cm 之间，这个表示式表示 l 在 7.13cm 附近正、负 0.05cm 这个范围内包含真值的一定的可能性(几率)。由于真值不可能测得，误差只能估算，对于不同的估算方法得到的 Δx ，表示在 $x - \Delta x$ 到 $x + \Delta x$ 范围内，包含真值的可能性不同。

② 相对误差(百分差)

前面讲过的误差 Δx 是绝对误差，它的单位和测量值的单位相同，在对误差的同一估算方法下， Δx 愈小，测量的精密程度愈高，但是它不能反映出不同测量结果的相对精密程度。例如，测得圆柱体的长度为 $l = 1000.0 \pm 0.1 \text{cm}$ ，直径为 $d = 1.0 \pm 0.1 \text{cm}$ ，两者的绝对误差都是 0.1cm ，但前者绝对误差占测量值的 0.01% ，后者绝对误差占测量值的 10% 可见前者测量结果的可靠程度比后者大得多。为了比较不同测量结果的相对精密程度，引入比值 $\Delta x/x$ ，称为相对误差。相对误差没有单位，一般用百分数表示，所以又称百分误差。

2. 间接测量结果误差的估算(误差传递的算术合成)

间接测量结果，是将各直接测量值代入某些运算式子求出的。由于各直接测量值都有一定的误差，因此，求得的间接测量结果也必然存在一定的误差，其大小取决于各直接测量值误差的大小以及函数的具体形式。

表达各直接测量值误差与间接测量值误差之间的关系，称为误差传递公式。

在实验设计、作误差分析时，要考虑最不利的情况，因而需要估算测量结果的最大误差，或者在一些实验中作粗略的误差计算时，也要求估算测量结果的最大误差。误差合成时取绝对值相加，即误差的算术合成。

(1) 常用函数的误差算术合成公式

常用函数的误差算术合成公式

函数表达式	误差合成(传递)公式
$y = ax_1 + bx_2$	$\Delta y = a \Delta x_1 + b \Delta x_2$
$y = ax_1 - bx_2$	$\Delta y = a \Delta x_1 + b \Delta x_2$
$y = ax_1 \cdot x_2$	$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta x_1}{x_1} + \frac{\Delta x_2}{x_2}$
$y = a \frac{x_1}{x_2}$	$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta x_1}{x_1} + \frac{\Delta x_2}{x_2}$
$y = ax^k$	$\frac{\Delta y}{y} = k \frac{\Delta x}{x}$
$y = x^{\frac{1}{k}}$	$\frac{\Delta y}{y} = \frac{1}{k} \frac{\Delta x}{x}$
$y = \frac{x_1^k x_2^m}{x_3^n}$	$\frac{\Delta y}{y} = k \frac{\Delta x_1}{x_1} + m \frac{\Delta x_2}{x_2} + n \frac{\Delta x_3}{x_3}$
$y = a \sin x$	$\Delta y = a \cos x \Delta x$
$y = a \ln x$	$\Delta y = \frac{a}{x} \Delta x$

这些公式中, 分量为加减关系时用绝对误差相加, 为乘除关系时用相对误差相加, 公式中每一项都取正值, a 、 b 、 m 、 n 、 k 均为常数。

例如, 对于长为 l 、直径为 d 、质量为 m 的圆柱体, 其密度 ρ 可表示为

$$\rho = \frac{4m}{\pi d^2 l},$$

ρ 的相对误差可表示为

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta m}{m} + 2 \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta \pi}{\pi}$$

已测得

$$l = 6.715 \pm 0.005 \text{ cm}$$

$$d = 5.645 \pm 0.003 \text{ mm}$$

$$m = 14.06 \pm 0.01 \text{ g}$$

这里 π 的取值应比其它各量的有效数字位数多取一位, 取 $\pi = 3.1416$ 。这样 $\frac{\Delta \pi}{\pi}$ 这一项可以

略去不计, 求得

$$\rho = \frac{4 \times 14.06}{3.1416 \times 0.5645^2 \times 6.715} = 8.366 \text{ g (cm)}^{-3}$$

$$\begin{aligned}\frac{\Delta\rho}{\rho} &= \frac{\Delta m}{m} + \frac{2\Delta d}{d} + \frac{\Delta l}{l} \\ &= \frac{0.01}{14.06} + 2 \times \frac{0.0003}{0.5645} + \frac{0.005}{6.715} = 0.0025 \\ \Delta\rho &= 0.02\text{g}(\text{cm}^{-3})\end{aligned}$$

最后表示为

$$\rho = 8.36 \pm 0.02\text{g}(\text{cm}^{-3})$$

因为误差是一种不很准确的估计值, 计算出的误差一般只保留一位, 所以相应地将间接测量值只保留到误差的所在位上。

(2) 任意函数误差的算术合成公式

对于任意函数 $y = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 的绝对误差为

$$\Delta y = \left| \frac{\partial F}{\partial x_1} \Delta x_1 \right| + \left| \frac{\partial F}{\partial x_2} \Delta x_2 \right| + \dots + \left| \frac{\partial F}{\partial x_n} \Delta x_n \right| \quad (0.2.4)$$

相对误差为

$$\frac{\Delta y}{y} = \left| \frac{\partial F}{\partial x_1} \frac{\Delta x_1}{F} \right| + \left| \frac{\partial F}{\partial x_2} \frac{\Delta x_2}{F} \right| + \dots + \left| \frac{\partial F}{\partial x_n} \frac{\Delta x_n}{F} \right| \quad (0.2.5)$$

通常称 $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$ 为分误差, 称 $\frac{\partial F}{\partial x_1} \Delta x_1, \frac{\partial F}{\partial x_2} \Delta x_2, \dots, \frac{\partial F}{\partial x_n} \Delta x_n$ (或 $\frac{\partial F}{\partial x_1} \frac{\Delta x_1}{F},$

$\frac{\partial F}{\partial x_2} \frac{\Delta x_2}{F}, \dots, \frac{\partial F}{\partial x_n} \frac{\Delta x_n}{F}$) 为误差项。分误差和误差项都取正值。

3. 误差计算的目 的及其对实验的指 导意义

(1) 误差的计算与表示是对测量结果可靠程度的评价

由于测量不可能无限精确, 测量结果与真值总是存在一定的差异, 而这个差异又不能确切地知道, 因此, 要求测量能给出在多大可能条件下接近真值的范围。在同样可能条件下, 这个范围愈小, 误差也就愈小, 实验的精密程度就愈高, 或者说测量结果愈可靠。例如用平均绝对误差表示的同一个长度测量的两个实验结果 $l = 3.15 \pm 0.02\text{cm}$ 与 $l = 3.152 \pm 0.002\text{cm}$, 按高斯误差理论, 前一个结果表示测量值与真值之差落在 -0.02cm 到 0.02cm 之间的几率是 57.5%, 后一个结果表示测量值与真值之差落在 -0.002cm 到 0.002cm 之间的几率是 57.5%。显然, 后一结果较前一结果更接近真值。也就是说, 后一实验结果比前一实验结果可靠性高。

测量结果如果在测量误差范围内, 那么实验是可靠的。测量结果在测量误差范围之外, 实验就是失败的。

(2) 对测量误差问题的考虑是实验设计和选择仪器的依据

实验总是依据对结果一定精确度的要求, 即对测量结果误差限度的一定要求制定方案、选择仪器。在一定的要求下, 以最小的代价取得最好的结果, 不能要求仪器是越高级越好, 环境条件越稳定越好, 测量次数越多越好等。测量结果的误差是各个因素所引起的误差的总和,

为了提高测量的精确度，往往是着力于减小某一、二项主要的误差。于是，就要根据误差要求进行合理的设计以及选择方案和仪器。例如测量当地重力加速度 g ，如果要求相对误差为百分之几，用空气中的自由落体运动实验测量即可达到要求；如果要求相对误差为千分之几，就需用单摆测量；如果要求相对误差为万分之几，则须用复摆测量才能达到要求。

设用单摆测量某地重力加速度 g ，要求结果 $\frac{\Delta g}{g} \leq 0.5\%$

取 $l \approx 100\text{cm}$ ， $T \approx 2\text{s}$ ，用最小分度为 1mm 的刻度尺测量摆长，读数误差在 $\frac{1}{10}$ 毫米位，

$\frac{\Delta l}{l} < 0.1\%$ ；由 $\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} + 2 \frac{\Delta T}{T} \leq 0.5\%$ 得 $2 \frac{\Delta T}{T} \leq 0.4\%$ ，即 $\Delta T \leq 0.004\text{s}$ ，选用最小分度为 0.1s 的停表测量连续 25 个周期的时间即可达到要求。

如果要求结果 $\frac{\Delta g}{g} \leq 0.2\%$ ，周期的测量用停表已经达不到要求，则必须选用毫秒计测量

时间。由误差合成式 $\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} + 2 \frac{\Delta T}{T}$ 知道，重力加速度的误差主要是周期测量的误差，如果测量时间的仪器不变，仅仅提高测量摆长的精确度，是没有任何意义的一种浪费。

(3) 实验操作和数据处理中的测量误差问题

实验操作进程中的每一步，都要依据误差的要求去安排。比如仪器的调节，要考虑到使仪器本身的偏离对实验结果造成的影响达到忽略不计的程度。又如，实验条件的保证，要保证到什么程度？电源电压波动 10% ，会对实验结果带来多大误差？热学实验中，如何选择适宜的参量以减少热量散失对实验的影响等等，这些都要依据误差分析做到心中有数。

数据处理过程中，运算过程及结果写几位？计算时常数取到哪一位上？近似公式用到哪一级近似？作图时原点、坐标比例尺大小如何选取等，都要以不引进数据处理“误差”为准则。

总之，测量误差的考虑贯彻实验的全过程，误差的分析、判断和误差的估算指导着整个实验的进程。

习 题

1. 指出下列情况属于偶然误差还是系统误差？

- (1) 视差；
- (2) 天平零点漂移；
- (3) 量具的零点不准；
- (4) 水银温度计毛细管不均匀。

2. 用游标卡尺测一圆柱体的长度，在不同的纵截面测出的数值，互相间有稍许差异。试分析这种差异是由于偶然误差引起的，还是系统误差引起的？这种测量是否是等精度测量？

3. 用自由落体测得重力加速度 $g_1 = 978 \pm 2\text{cm/s}^2$ ，用单摆测得重力加速度 $g_2 = 981.1$