

21世纪高职高专规划教材·机电系列

国家高职高专示范性院校·示范性专业推广教材

# 工程力学

G O N G C H E N G L I X U E

于 辉 王 宇 主 编  
张俊玲 周立波 副主编



北京交通大学出版社  
<http://press.bjtu.edu.cn>

◎ 21 世纪高职高专规划教材·机电系列

◎ 国家高职高专示范性院校·示范性专业推广教材

# 工 程 力 学

于 辉 王 宇 主 编

张俊玲 周立波 副主编

北京交通大学出版社

· 北京 ·

## 内 容 简 介

本书是根据教育部制定的《高职高专教育工程力学教学基本要求》编写而成的。

本书突出了高等职业教育的特点,按“项目驱动”模式、以“工作过程”为导向,从“案例分析”入手,将传统《工程力学》内容进行了较大的改革,科学整合后变为三个单元,即静力学(静力学基础、平面力系的简化与平衡、空间力系的简化与平衡)、构件承载能力计算(拉压杆的承载能力计算、键和螺栓接头承载能力计算、圆轴的承载能力计算、梁的承载能力计算及组合变形构件的承载能力计算)和运动力学(点的运动、刚体的运动、动力学基本定理及研究方法)。紧密联系机械工程实际机构和构件,有助于培养学生解决实际问题的能力,将传统教材中单纯介绍公理、公式落实到为解决工程实践问题而提出相应的方法。各项目后附有相应的技能总结和(试题化的)思考与训练题,并在本书后附有训练题答案供参考。

本书可作为高等职业技术学院、高等专科学校、成人高校及本科院校的二级职业技术学院机械、机电及近机类专业的教学用书,也可供有关工程技术人员参考。

版权所有,侵权必究。

## 图书在版编目(CIP)数据

工程力学/于辉,王宇主编. —北京:北京交通大学出版社,2010.4  
(21世纪高职高专规划教材·机电系列)  
ISBN 978-7-5121-0063-3

I. ①工… II. ①于… ②王… III. ①工程力学-高等学校:技术学校-教材  
IV. ①TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第019240号

策划编辑:解 坤 刘 辉

责任编辑:解 坤

出版发行:北京交通大学出版社

电话:010-51686414

北京市海淀区高梁桥斜街44号

邮编:100044

印刷者:北京东光印刷厂

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 印张:19.75 字数:495千字

版 次:2010年4月第1版 2010年4月第1次印刷

书 号:ISBN 978-7-5121-0063-3/TB·19

印 数:1~3 000册 定价:32.00元

本书如有质量问题,请向北京交通大学出版社质监组反映。对您的意见和批评,我们表示欢迎和感谢。  
投诉电话:010-51686043, 51686008; 传真:010-62225406; E-mail: press@bjtu.edu.cn。

# 前 言

本书是以高等职业教育培养生产、建设、管理和服务第一线的高等技术应用型人才为目标,依据教育部制定的《高职高专教育工程力学教学基本要求》编写而成的。作者总结了多年从事“理论力学”、“材料力学”和“机械设计基础”等课程的教学实践经验,充分汲取了高职高专院校在探索培养高技能人才方面取得的成功经验和教学改革成果,以“工作过程”为导向,以“实用”为目标,以“必需、够用”为度,精选、整合教学内容,简化了公式,加强与生产实践的联系,突出了应用性。全书以最新国标为依据,力求简明易懂、深入浅出、概念准确,充分体现高职高专的教育特点。本书适用于50~70学时高等职业技术学院、高等专科学校、成人高校及本科院校的二级职业技术学院机械、机电及近机类专业的教学用书,也可供有关工程技术人员参考查阅。

本书具有以下特色。

(1) 本书按“项目驱动”模式、以“工作过程”为导向,每个单元从“工程实例”入手,创建教学情境,明确学习目标。

(2) 将传统《工程力学》内容进行了较大的改革,科学整合后变为三个单元,即静力学(静力学基础、平面力系的简化与平衡、空间力系的简化与平衡)、构件承载能力计算(拉压杆的承载能力计算、键和螺栓接头承载能力计算、圆轴的承载能力计算、梁的承载能力计算及组合变形构件的承载能力计算)和运动力学(点的运动、刚体的运动、动力学基本定理及研究方法)。

(3) 各项目后附有相应的拓展与技能总结、思考与训练题,并在本书后附有参考答案。

(4) 本书在借鉴相关教材的基础上,对一些教学内容进行了改革。从典型零件的变形入手,分析、总结解决问题的方法,简化公式的推导过程,注重应用公式解决实际问题的能力。

(5) 本书采用了最新国家标准和法定计量单位,并标出相应国家标准代号,以期读者学习、应用、贯彻国家标准。

参加本书编写工作的有吉林电子信息职业技术学院于辉(绪论、项目七、项目八、项目九)、王宇(项目十一、项目十二)、白洁(项目一、项目二)、周立波(项目三、项目十)和贵州工业职业技术学院张俊玲(项目四、项目五、项目六)。全书由于辉、王宇任主编并统稿,张俊玲、周立波担任副主编。

限于编者水平和时间,书中难免有不妥之处,敬请广大读者给予指正。特别希望任课教师提出批评意见和建议,并及时反馈给我们,在此我们表示真诚的谢意。  
(yuhui\_1963@163.com)

编 者  
2010年4月



# 目 录

|    |     |
|----|-----|
| 绪论 | (1) |
|----|-----|

## 第一单元 静 力 学

|                      |      |
|----------------------|------|
| 项目一 静力学基础            | (4)  |
| 任务 1.1 静力学基本概念       | (4)  |
| 任务 1.2 静力学公理         | (5)  |
| 任务 1.3 约束与约束力        | (8)  |
| 任务 1.4 物体受力分析与受力图    | (11) |
| 拓展与技能总结              | (14) |
| 思考与训练题               | (14) |
| 项目二 平面力系的简化与平衡       | (17) |
| 任务 2.1 平面汇交力系        | (18) |
| 任务 2.2 平面力矩及力偶系      | (24) |
| 任务 2.3 平面任意力系        | (30) |
| 任务 2.4 考虑摩擦的平面力系问题   | (43) |
| 拓展与技能总结              | (48) |
| 思考与训练题               | (50) |
| 项目三 空间力系的简化与平衡       | (56) |
| 任务 3.1 力在空间直角坐标轴上的投影 | (56) |
| 任务 3.2 力对轴之矩         | (59) |
| 任务 3.3 空间力系的平衡方程及其应用 | (61) |
| 拓展与技能总结              | (66) |
| 思考与训练题               | (67) |

## 第二单元 构件承载能力计算

|                   |      |
|-------------------|------|
| 项目四 拉(压)杆的承载能力计算  | (73) |
| 任务 4.1 拉(压)杆的内力分析 | (73) |

|                                 |              |
|---------------------------------|--------------|
| 任务 4.2 拉(压)杆的强度计算 .....         | (77)         |
| 任务 4.3 拉(压)杆的变形分析 .....         | (84)         |
| 任务 4.4 拉(压)杆的超静定问题 .....        | (86)         |
| 拓展与技能总结 .....                   | (90)         |
| 思考与训练题 .....                    | (92)         |
| <b>项目五 螺栓接头和键的承载能力计算 .....</b>  | <b>(97)</b>  |
| 任务 5.1 螺栓接头的承载能力计算 .....        | (97)         |
| 任务 5.2 键的承载能力计算 .....           | (105)        |
| 拓展与技能总结 .....                   | (106)        |
| 思考与训练题 .....                    | (107)        |
| <b>项目六 圆轴的承载能力计算 .....</b>      | <b>(110)</b> |
| 任务 6.1 圆轴扭转内力分析 .....           | (111)        |
| 任务 6.2 圆轴扭转强度计算 .....           | (119)        |
| 任务 6.3 圆轴的刚度计算 .....            | (123)        |
| 拓展与技能总结 .....                   | (125)        |
| 思考与训练题 .....                    | (126)        |
| <b>项目七 梁的承载能力计算 .....</b>       | <b>(130)</b> |
| 任务 7.1 平面弯曲梁的内力分析 .....         | (130)        |
| 任务 7.2 纯弯曲梁的应力及强度计算 .....       | (143)        |
| 任务 7.3 平面弯曲梁的变形分析及刚度计算 .....    | (155)        |
| 拓展与技能总结 .....                   | (166)        |
| 思考与训练题 .....                    | (168)        |
| <b>项目八 组合变形的构件承载能力计算 .....</b>  | <b>(176)</b> |
| 任务 8.1 斜弯曲构件的承载能力计算 .....       | (177)        |
| 任务 8.2 弯拉(压)组合变形构件的承载能力计算 ..... | (181)        |
| 任务 8.3 弯扭组合构件的承载能力计算 .....      | (185)        |
| 拓展与技能总结 .....                   | (190)        |
| 思考与训练题 .....                    | (190)        |
| <b>项目九 稳定性计算 .....</b>          | <b>(195)</b> |
| 任务 9.1 压杆的临界载荷及临界应力 .....       | (195)        |
| 任务 9.2 压杆稳定性校核 .....            | (201)        |
| 拓展与技能总结 .....                   | (204)        |
| 思考与训练题 .....                    | (205)        |

### 第三单元 运动力学

|                   |       |
|-------------------|-------|
| 项目十 点的运动          | (210) |
| 任务 10.1 点的运动的表示方法 | (210) |
| 任务 10.2 点的合成运动及计算 | (219) |
| 拓展与技能总结           | (224) |
| 思考与训练题            | (225) |
| 项目十一 刚体的运动        | (228) |
| 任务 11.1 刚体的基本运动   | (228) |
| 任务 11.2 刚体的平面运动   | (235) |
| 拓展与技能总结           | (244) |
| 思考与训练题            | (244) |
| 项目十二 动力学基本定理及基本方法 | (249) |
| 任务 12.1 质点运动微分方程  | (249) |
| 任务 12.2 动量定理      | (258) |
| 任务 12.3 动量矩定理     | (262) |
| 任务 12.4 动能定理      | (264) |
| 任务 12.5 动静法及应用    | (270) |
| 拓展与技能总结           | (276) |
| 思考与训练题            | (277) |
| 附录 A 型钢规格表        | (284) |
| 参考答案              | (298) |
| 参考文献              | (308) |



# 绪 论

## 1. 工程力学的研究内容

力学是研究力对物体作用效应的科学。其作用效应有外效应（即机械运动）和内效应（变形）。工程力学是研究构件在载荷作用下的运动规律（或平衡规律）及构件承载能力的一门科学。主要内容包括以下 3 部分。

### 1) 静力分析

平衡是指物体处于静止或匀速直线运动状态，是机械运动的特殊形式。在工程力学中首先要研究物体受力后的平衡条件及平衡条件在工程中的应用。此部分是研究力作用下物体的外效应。

### 2) 构件的承载能力分析

主要研究构件在外力作用下的变形、受力和破坏的规律，为合理设计构件提供有关强度、刚度和稳定性分析的基本理论和方法。此部分是研究力作用下物体的内效应。

### 3) 运动力学分析

主要研究质点的运动和刚体的基本运动，以及在这些运动中，受力物体的运动与作用力之间的关系。

## 2. 工程力学的研究对象

实际构件的形状是多种多样的，工程力学主要研究杆类零件，即杆件。所谓杆件，就是其长度方向的尺寸远远大于其横向尺寸，如连杆、梁、键、轴等机械零件。轴线为曲线的杆件称为曲杆，轴线为直线的杆件称为直杆。本课程主要研究直杆的力学问题。

任何物体在外力的作用下都要发生变形，但工程问题中的变形通常是很小的，称为小变形。所谓小变形，是指变形量远远小于构件原始尺寸的变形。所以在静力分析和研究物体的运动时变形可以忽略不计，这时可以将物体抽象为刚体。所谓刚体，是指在力的作用下大小和形状不变的物体。

在研究构件的强度、刚度、稳定性等问题时，由于这些问题与构件的变形密切相关，因而即使变形很小也必须加以考虑，这时将构件抽象为在外力作用下会产生变形的物体，称为变形固体。

变形固体在外力的作用下会产生两种变形，即弹性变形和塑性变形。弹性变形是指当外力卸除时变形也随着消失的变形。塑性变形是指外力卸除后，变形不能全部消失的变形。一般情况下物体受力后既有弹性变形又有塑性变形。一般工程材料，当外力不超过一定范围时，仅仅产生弹性变形，称为理想弹性体。由于工程力学研究的物体的变形



是小变形,所以在考虑构件的平衡和运动时,可以忽略其变形。而且在研究构件的承载能力时,计算构件的尺寸可以忽略其变形,按照构件变形前的尺寸和形状来计算,其受力也按照静力分析的结果计算。

构件所受的外力不同,变形也不同,本课程研究的杆件变形的基本形式有以下 4 种,如图 0-1 所示。

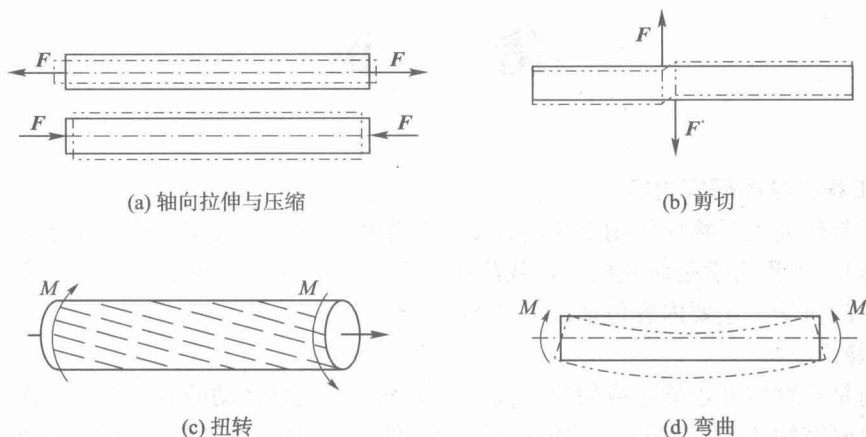


图 0-1 杆件变形的基本形式

### 3. 工程力学的研究方法

工程力学与现代工程技术有着极为广泛的联系,其研究方法是:从实践出发或通过实验观察,经过抽象、综合、归纳,建立公理或提出基本假设,再用数学演绎和逻辑推理得到定理和结论,然后再通过实践来验证理论的正确性。

工程力学是前人经过无数次“实践—理论—实践”的循环反复过程,使认识不断提高和深化的成果。因此,在学习工程力学的知识后,还必须在生产实践中去应用、验证和发展它。

工程力学是一门工程专业学生必修的技术基础课,是解决工程构件安全可靠与经济合理的桥梁。

## 第一单元

# 静力学

静力学是研究物体在力系作用下的平衡规律的科学。静力学理论是从生产实践中发展起来的，是机械零件或机构承载计算的基础。

静力学主要研究力系的等效代换和简化、力系的平衡条件及其应用两类问题。

# 静力学基础

## 学习目标:

- 掌握静力学的基本概念、基本公理及推论的内容与适用范围。
- 熟悉工程中常见的几种约束类型及其受力特点。
- 学会分析物系内每个物体的受力, 注意作用力与反作用力定律的应用。
- 会找出物系中的二力构件并判断其拉压特点。

## 任务 1.1 静力学基本概念

### 1. 力

#### 1) 力的概念

力(force)是物体间的相互作用。它具有两种效应:一是使物体的运动状态发生改变,如地球对月球的引力不断地改变月球的运动方向而使之绕地球转动;二是使物体产生变形,如作用在弹簧上的拉力使弹簧伸长。前者称为力的外效应,后者称为力的内效应。一般来说,这两种效应是同时存在的。但是,为了简化问题的研究,通常将外效应和内效应分开来研究。静力学部分主要研究物体的外效应。

力的作用效果取决于力的三要素:力的大小、力的方向、力的作用点。

需要指出的是,力的作用点是力的作用位置的抽象,实际上力的作用位置一般来说并不是一个点,而是作用于物体的一定面积上。当作用面积很小时,可将其抽象为一个点,将作用于物体上某个点上的力称为集中力,通过力的作用点代表力的方位的直线称为力的作用线。如果力的作用面积较大,不能抽象为点时,则将作用于这个面积上的力称为分布力。分布力的作用强度用单位面积上力的大小 $q$  ( $\text{N}/\text{cm}^2$ )来度量,称为载荷集度。

在国际单位制(SI)中,力的单位是牛顿或千牛,其代号为N或kN。

力是矢量,所以可以用一个定位的有向线段来表示力。如图1-1所示,线段的长度按一定的比例尺表示力的大小,箭头的指向表示力的方向,线段的起点(或终点)表示力的作用点。与线段重合的直线称为力的作用线。我们通常用黑体字母

$F$  来表示力。

## 2) 力系和平衡

力系 (system of forces) 是作用于物体上的一组力。在解决复杂力系的问题时, 应该在保持对刚体作用效果不变的前提下, 用一个简单力系代替一个复杂力系, 从而使问题简化, 这个过程称为力系的简化, 这两个力系称为等效力系 (equivalent system of forces)。如果一个力与一个力系等效, 则称此力为该力系的合力 (resultant force), 该力系中各力称为其合力的分力或分量。求合力的过程称为力系的合成。已知合力求分力的过程称为力的分解。

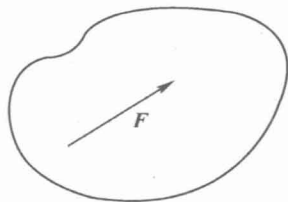


图 1-1

平衡 (equilibrium) 是指物体相对于惯性参考系保持静止或匀速直线平移状态。物体在力系作用下保持平衡时, 力系应满足的条件称为力系的平衡条件。满足平衡条件的力系称为平衡力系。

## 2. 刚体

所谓刚体 (rigid body), 是指在力的作用下不发生变形的物体, 即刚体受力作用时, 其内部任意两点间的距离永远保持不变。这是一个理想化的力学模型。实际物体在力的作用下, 都会产生不同程度的变形。但在一般情况下, 工程上的结构构件和机械零件的变形都是很微小的, 这种微小的变形对构件的受力平衡影响甚微, 可以略去不计, 所以可以将结构构件和机械零件抽象为刚体。

但是不应该把刚体的概念绝对化。通常在静力学中研究的是平衡问题, 将受力的物体假想为刚体, 但在研究力所产生的变形效果时, 不得将物体视为刚体。由若干个刚体组成的系统称为物体系统, 简称物系。

在研究物体的平衡问题时, 需要将复杂的力系进行简化。将作用于物体上的复杂力系用另一与其等效的简单力系代换, 称为力系的简化。

# 任务 1.2 静力学公理

静力学公理 (axioms of statics) 是人们在生活和生产中长期积累起来的、经过实践反复检验的、证明是符合客观实际的普遍规律。

静力学公理是对力的基本性质的概括和总结, 是静力学全部理论的基础, 是解决力系的简化、平衡条件及物体的受力分析等问题的关键。

## 公理 1 二力平衡公理

作用在同一刚体上的两个力, 使刚体处于平衡状态的必要和充分条件是: 这两个力的大小相等, 方向相反, 且作用在同一直线上。如图 1-2 所示, 即

$$\boldsymbol{F}_1 = -\boldsymbol{F}_2 \quad (1-1)$$

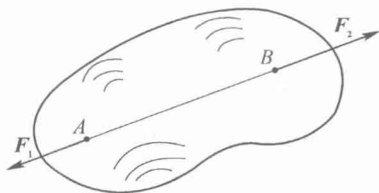


图 1-2

注意本公理只适用于刚体。对于变形体，这个条件是必要条件但不充分。例如，软绳受两个等值反向的拉力作用可以平衡，而受两个等值反向的压力作用就不能平衡。

工程上将只受两个力作用而平衡的构件，称为二力构件或二力杆。二力构件平衡时，二力必在经过作用点的连线上，且两作用力的大小相等，方向相反。如图 1-3 所示的杆  $CD$ ，若杆自重不计，即是一个二力杆；又如图 1-4 所示的构件  $BC$ ，在不计自重时，也可以看作是二力构件。

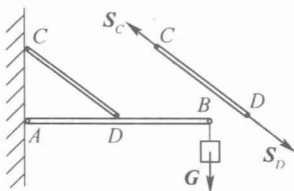


图 1-3

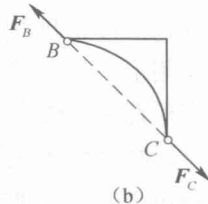
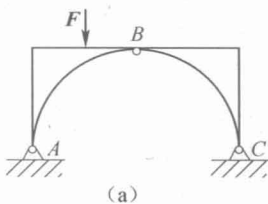


图 1-4

### 公理 2 加减平衡力系公理

在作用于刚体的已知力系上加上或减去任意的平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效应。

因平衡力系对刚体的作用效应等于零，它不会改变刚体的运动状态，这个公理是力系简化的重要理论依据，根据此公理可以导出下列推论。

#### 推论 1 力的可传性原理

作用于刚体上的力，可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点，而不改变该力对刚体的作用效果。

推证过程如图 1-5 所示，力  $F$  作用于刚体上的  $A$  点，在力的作用线上任取一点  $B$ ，并在  $B$  点加上一平衡力系  $(F_1, F_2)$ ，使  $-F_1 = F_2 = F$ ，由公理 2 知，加此力后并不改变原力系对刚体的作用效应，即力系  $(F, F_1, F_2) = F$ 。再从该力系中去掉平衡力系  $(F, F_1)$ ，则余下的  $F_2$  与原力系等效。如此可看作把作用在  $A$  点的力  $F$  沿作用线滑移到  $B$  点，力在刚体上的作用点已被其作用线代替，故作用在刚体上的力的三要素可以说是：力的大小、指向和作用线。这样的矢量称为滑移矢量，作用点为一固定点的矢量则称为定位矢量。

加减平衡力系公理和力的可传性原理只适用于刚体，即力对物体的外效应。

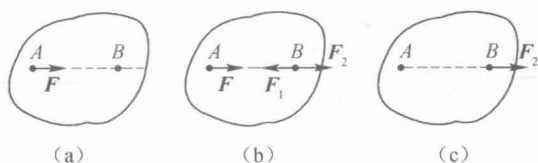


图 1-5

**公理 3 力的平行四边形法则**

作用于物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力。其合力仍作用于该点上，合力的大小和方向，由这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线来确定。

如图 1-6 (a) 所示， $F_1$ 、 $F_2$  为作用于 A 点的两个力，以这两个力为邻边作平行四边形 ABCD，则对角线 AC 即为  $F_1$  与  $F_2$  的合力  $F_R$ ，或者说，合力矢  $F_R$  等于原来两个力矢  $F_1$  与  $F_2$  的矢量和，可用矢量式来表示

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-2)$$

合力的大小，可由余弦定理求出，即

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha} \quad (1-3)$$

式中： $\alpha$  为  $F_1$  与  $F_2$  所夹的锐角。

上述公理总结了最基本的力系简化的规律，它是复杂力系简化的基础。

为了便于求两个汇交力的合力，也可不画整个平行四边形，而从  $A'$  点作一个与  $F_1$  大小相等、方向相同的矢线  $\overrightarrow{A'B'}$ ，再过  $B'$  点作一个与  $F_2$  大小相等、方向相同的矢线  $\overrightarrow{B'C'}$ ，则矢线  $\overrightarrow{A'C'}$  即表示合力  $F_R$  的大小和方向，如图 1-6 (b) 所示。这种求合力的方法称为力的三角形法则。必须清楚，在  $\triangle A'B'C'$  中，各矢线只表示力的大小和方向，而不能表示力的作用点或作用线。

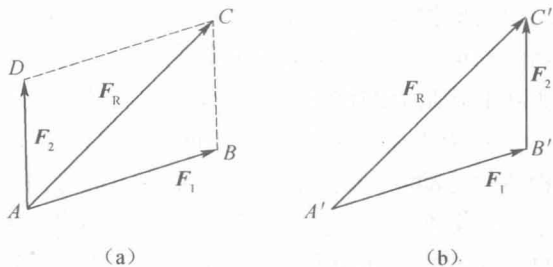


图 1-6

利用力的平行四边形法则也可将一个力分解成作用于同一点的两个分力。显然，一个力可以沿任意两个方向分解，在工程问题中，常将力沿互相垂直的两个方向分解，这种分解称为正交分解。

**推论 2 三力平衡汇交定理**

刚体在三个力的作用下平衡，若其中二力作用线相交，则第三个力的作用线必过该交点，且三力共面。如图 1-7 所示，请读者参考图示自己证明。

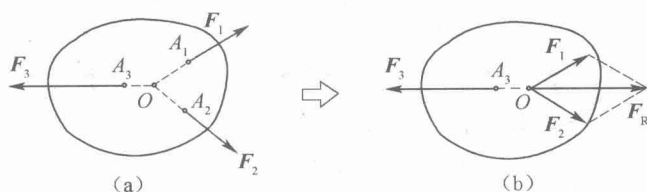


图 1-7

常用三力平衡汇交定理确定刚体在三力作用下平衡时未知力的方向。

#### 公理 4 作用力与反作用力公理

两物体间的作用力与反作用力总是大小相等、方向相反、沿着同一直线，分别作用在两个相互作用的物体上。

力总是成对地以作用与反作用的形式存在于物体之间，有作用力必有反作用力，它们同时出现、同时消失，分别作用在两个相互作用的物体上。

应用作用力与反作用力公理，可以把一个物体的受力分析与相邻物体的受力分析联系起来。必须注意公理 2 与公理 4 的区别。后者是作用力与反作用力分别作用在两个相互作用的物体上，前者则是作用在同一个物体上。

### 任务 1.3 约束与约束力

如果物体在空间沿任何方向的运动都不受限制，这种物体称为自由体，如飞行的飞机、火箭等。在日常生活和工程中，物体通常总是以各种形式与周围的物体互相联系并受到周围物体的限制而不能做任意运动，称其为非自由体，如转轴受到轴承的限制、悬挂的重物受到吊绳的限制等。

凡是限制物体运动的其他物体称为约束 (constraint)。例如，上面提到的轴承是转轴的约束，吊绳是重物的约束。既然约束限制物体的运动，也就是能够起到改变物体运动状态的作用，所以实际上就是力的作用。这种作用在物体上限制物体运动的力称为约束力 (constraint force)。约束力来自于约束，它的作用取决于主动力的作用情况和约束的形式，由于它对物体的运动起限制作用，因而约束力的方向必定与该约束所能够阻碍的运动方向相反。应用这个准则，在受力分析中，可以确定约束力的方向或作用线的位置。约束力的大小总是未知的，在静力学中，如果约束力和物体受的其他已知力构成平衡力系，就可通过平衡条件来求解未知力的大小。下面介绍工程上常见的几种约束类型及确定约束力的方法。

#### 1. 柔性约束

由柔软的绳索、链条、皮带等构成的约束统称为柔性约束。这类约束的特点是：柔软易变形，不能抵抗弯曲，只能受拉，不能受压，并且只能限制物体沿约束伸长方向的运动，而不能限制其他方向的运动。因此，柔性约束的约束力只能是拉力，作用在与物体的连接点上，作用线沿着绳索背离物体。如图 1-8 和图 1-9 所示。

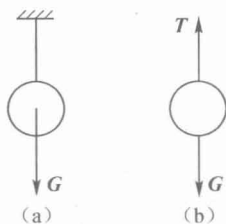


图 1-8

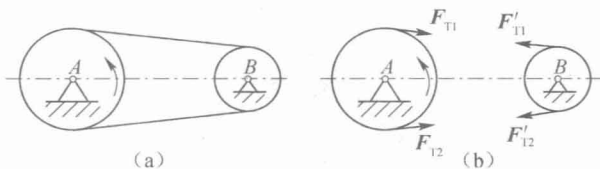


图 1-9

## 2. 光滑接触面约束

两个互相接触的物体，如果略去接触面间的摩擦就可以认为是光滑接触面约束。这类约束不能限制物体沿接触面切线方向的运动，只能限制物体沿接触面公法线方向的运动，并且只能受压不能受拉。因此，光滑接触面约束对物体的约束力作用在接触点处，作用线沿公法线指向物体。工程中常见光滑接触面约束如图 1-10 和图 1-11 所示。

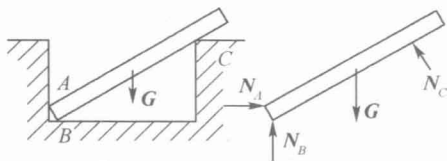


图 1-10

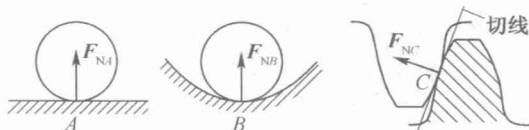


图 1-11

## 3. 光滑铰链约束

在机器中，经常用圆柱形销钉将两个带孔零件连接在一起，并实现其相对转动。根据组成的两构件是否固定，分为中间铰链约束、固定铰链支座、活动铰链支座。

### 1) 中间铰链约束

组成铰链约束的两构件相对机架都运动，如图 1-12 (a) 所示。这种铰链只能限制物体间的相对径向移动，不能限制物体绕圆柱销轴线的转动和平行于圆柱销轴线的移动。其简化示意图如图 1-12 (b) 所示，由于圆柱销与圆柱孔是光滑曲面接触，当外力垂直于销钉轴线时，约束力作用在圆孔与销钉的接触点上，垂直于销钉轴线，并通过圆柱销中心，但方向未知，通常用互相垂直的分量表示，如图 1-12 (c) 所示。

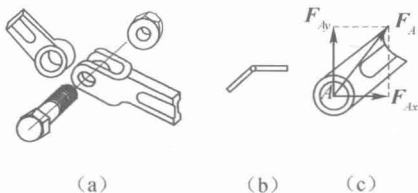


图 1-12

### 2) 固定铰链支座

由一个固定底座和一个构件用销钉连接而成，简称铰支座，如图 1-13 (a) 所示。其简



化示意图如图 1-13 (b) 所示。铰支座约束的约束力作用在垂直于圆柱销轴线的平面内, 通过圆柱销的中心, 方向不能确定, 通常用相互垂直的两个分力表示, 如图 1-13 (c) 所示。

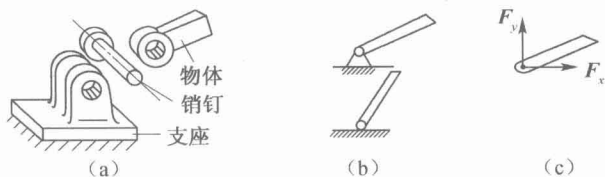


图 1-13

### 3) 活动铰链支座

活动铰链支座如同在固定铰链支座的底部安装一排滚轮, 如图 1-14 (a) 所示, 使支座沿固定支承面移动。这是工程中常见的一种复合约束, 又称为辊轴支座, 常用于桥梁、屋架或天车等结构中, 可以避免由温度变化而引起结构内部变形应力。这类约束的简化示意图如图 1-14 (b) 所示。在不计摩擦的情况下, 活动铰链支座只能限制构件沿支承面垂直方向的移动。因此活动铰链支座的约束力方向必垂直于支承面, 且通过铰链中心, 如图 1-14 (c) 所示。

### 4) 轴承约束

#### (1) 滑动轴承

机械中轴颈与轴承的接触如略去摩擦可看成是两个光滑圆柱面的接触, 如图 1-15 (a) 所示。因为滑动轴承只能限制轴沿径向的运动, 不能限制轴沿轴线方向运动, 所以它的约束力在垂直于轴线的平面内并通过轴心。通常用互相垂直的两个分力表示, 如图 1-15 (b) 所示。

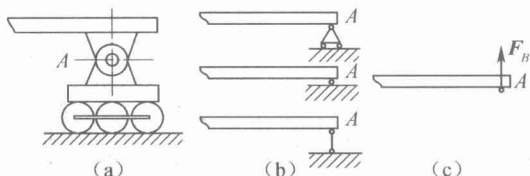


图 1-14

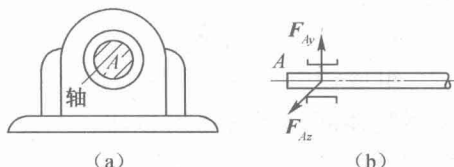


图 1-15

#### (2) 滚动轴承

滚动轴承类型较多, 结构不同。但从其约束轴运动的角度, 可归纳为径向 (含向心滚子) 轴承、推力 (含圆锥滚子) 轴承。

图 1-16 (a) 为径向轴承示意图, 只能限制轴沿径向的运动, 不能限制轴沿轴线方向运动, 所以它的约束力在垂直于轴线的平面内并通过轴心。通常用互相垂直的两个分力表示, 如图 1-16 (b) 所示。

图 1-17 (a) 为圆锥滚子轴承示意图, 能限制轴沿径向的运动, 也能限制轴沿轴线方向运动, 所以它的约束力除了在垂直于轴线的平面内还有沿轴线的力。通常用互相垂直的三个互相垂直分力表示, 如图 1-17 (b) 所示。