

面向21世纪
力学系列课程
试用教材(六)

实验力学

郭茂林 主编

哈尔滨工业大学

面向21世纪
力学系列课程
试用教材(六)

实 验 力 学

郭茂林 主编

哈尔滨工业大学

目 录

第一篇 基础理论

第一章 相似理论与模型设计基础	(6)
1.1 概述	(6)
1.2 相似的概念	(7)
1.3 方程分析法	(9)
1.4 量纲分析法	(15)
第二章 实验数据的统计分析	(23)
2.1 误差的基本概念	(23)
2.2 误差理论基础	(24)
2.3 量测值及误差的统计特征	(33)
2.4 可疑数据的取舍	(37)
2.5 误差的传递	(41)
2.6 实验数据表示法、回归分析	(42)
2.6.1 一元线性回归	(44)
2.6.2 一元非线性回归	(66)
2.6.3 二元回归分析	(70)
2.6.4 多元回归分析	(75)
2.6.5 正交多项式回归	(84)

第二篇 电测技术

第三章 静态应变测量技术	(92)
3.1 概述	(92)
3.2 电阻应变片	(93)
3.3 电阻应变仪及其应用	(105)
3.4 影响应变测量的因素及其修正	(120)
第四章 特殊条件下的应变测量	(129)
4.1 高压液下的应变测量	(129)
4.2 旋转构件的应变测量	(136)
第五章 振动测试技术	(146)
5.1 概述	(146)
5.2 结构振动测量的基本原理	(149)
5.2.1 结构的自由振动和强迫振动	(149)
5.2.2 振动的合成与分解	(155)
5.2.3 随机振动、瞬态振动、冲击及其频谱	(161)

5.2.4 结构模态参数分析技术	(165)
5.2.5 波在介质中的传播	(173)
5.2.6 反应谱理论概要	(181)
5.3 结构模型振动实验技术	(185)
5.3.1 概述	(185)
5.3.2. 模型振动实验设备	(189)
5.3.3 随机振动实验技术概述	(206)
5.3.4 结构模型振动实验	(207)
5.4 结构原型振动实验技术	(212)
5.5 数字信号分析仪的原理与使用	(220)
5.6 几个专题	(231)

第三篇 光测技术

第六章 光弹性物理基础	(238)
6.1 概述	(238)
6.2 波动光学的概念	(238)
6.3 晶体的光学效应	(242)
6.4 应力-光性定律	(246)
6.5 琼斯(Jones)计算法	(249)
6.6 杨氏干涉	(255)
6.7 空间相干性	(256)
6.8 相干长度和相干时间	(258)
第七章 二维光弹性	(261)
7.1 应力模型在平面偏振光场中的效应	(261)
7.2 应力模型在圆偏振光场中的效应	(263)
7.3 等差线的观测	(265)
7.4 等倾线的观测	(270)
7.5 主应力迹线	(273)
7.6 应力计算方法	(274)
7.7 应力集中系数和应力强度因子的确定	(280)
7.8 光弹性模型材料	(282)
第八章 三维光弹性、光弹性贴片法	(287)
8.1 冻结切片法	(287)
8.2 光弹性贴片法	(295)

第四篇 现代光学技术

第九章 付里叶光学简介	(302)
9.1 概述	(302)
9.2 二维付里叶分析	(302)
9.3 线性系统	(311)

9.4	标量衍射理论基础	(313)
9.5	菲涅耳衍射与夫琅和费衍射	(323)
9.6	透镜的傅里叶变换性质及成像性质	(330)
第十章	全息干涉法	(345)
10.1	全息照相	(345)
10.2	全息干涉位移测量	(351)
10.3	全息干涉振动测量	(358)
第十一章	全息光弹	(362)
11.1	实验装置与光路	(362)
11.2	两次曝光法	(362)
11.3	实时法	(366)
11.4	图象全息	(369)
11.5	平面全息光弹	(370)
11.6	等和线和等差线的分离	(372)
11.7	等和线条纹级数判别及小数级条纹补偿	(376)
第十二章	散斑分析技术	(379)
12.1	散斑	(379)
12.2	散斑干涉	(380)
12.3	成相散斑	(384)
第十三章	激光散光光弹法	(395)
13.1	概述	(395)
13.2	激光散光光弹法	(395)
第十四章	云纹法、云纹干涉法	(404)
14.1	概述	(404)
14.2	云纹应变测量的几何方法	(405)
14.3	云纹应变测量的位移导数法	(409)
14.4	位移偏导数符号的确定	(413)
14.5	云纹法的实验技术	(414)
14.6	云纹干涉法	(415)
14.7	影象云纹法	(417)
14.8	反射云纹法	(420)
第十五章	动态光弹性	(422)
15.1	概述	(422)
15.2	动态记录的方法	(423)
15.3	光弹性材料的动态特性及测定方法	(426)
15.4	动光弹性法的应用现状及发展	(429)
第十六章	焦散线法	(432)
16.1	概述	(432)

16.2	焦散线的构成原理	(432)
16.3	焦散线及其初始曲线方程	(436)
16.4	焦散线法确定应力强度因子	(437)
16.5	焦散线应用举例,实验光学系统	(441)
第十七章	CGS 法	(444)
17.1	概述	(444)
17.2	实验方法	(444)
17.3	断裂力学应用	(452)
17.4	展望	(456)
第十八章	实验数据可视性处理	(458)
18.1	电测数据可视性	(458)
18.2	计算力学与实验力学结合的展望	(464)
第十九章	光测图像信息的自动采集与处理	(465)
19.1	概述	(465)
19.2	光测图像的特点及其对图像处理的要求	(465)
19.3	数字图像处理技术的特点	(466)
19.4	数字图像处理的基本技术及系统构成	(467)
19.5	光测图像处理的应用实例	(469)
参考文献		(472)
附录表 1	t 分布表	(476)
附录表 2	F 分布表	(477)
附录表 3	正交多项式表	(483)

前 言

实验力学和近代力学实验方法是科学技术和工业发展必不可少的知识。随着国民经济的发展和四个现代化的需要,人们逐渐认识到了实验的重要性:“理论来源于实验,并最终靠实验来检验其正确性”。

在编写本书过程中,着重考虑了以下几个方面:

1. 加强基础知识的介绍,不涉及具体的仪器结构。

2. 增多了数理统计,回归分析知识的介绍。

3. 由于振动测试在实践中的重要性,第五章专门介绍了这方面的知识,并占用了较多的版面。

4. 鉴于交叉学科知识的重要性,第十八章特别介绍了实验力学与有限元计算结合的产物;实验数据的可视性处理。

5. 第十七章介绍了九十年代发展起来的最新方法 CGS。

由于本科生教学和研究生教学的需要,匆忙编写了本书,再由于作者水平有限,错误不妥之处一定不少,希读者批评指正。

编者

2000 年 6 月 15 日

目 录

第一篇 基础理论

第一章 相似理论与模型设计基础	(6)
1.1 概述	(6)
1.2 相似的概念	(7)
1.3 方程分析法	(9)
1.4 量纲分析法	(15)
第二章 实验数据的统计分析	(23)
2.1 误差的基本概念	(23)
2.2 误差理论基础	(24)
2.3 量测值及误差的统计特征	(33)
2.4 可疑数据的取舍	(37)
2.5 误差的传递	(41)
2.6 实验数据表示法、回归分析	(42)
2.6.1 一元线性回归	(44)
2.6.2 一元非线性回归	(66)
2.6.3 二元回归分析	(70)
2.6.4 多元回归分析	(75)
2.6.5 正交多项式回归	(84)

第二篇 电测技术

第三章 静态应变量测技术	(92)
3.1 概述	(92)
3.2 电阻应变片	(93)
3.3 电阻应变仪及其应用	(105)
3.4 影响应变量测的因素及其修正	(120)
第四章 特殊条件下的应变量测	(129)
4.1 高压液下的应变量测	(129)
4.2 旋转构件的应变量测	(136)
第五章 振动测试技术	(146)
5.1 概述	(146)
5.2 结构振动测量的基本原理	(149)
5.2.1 结构的自由振动和强迫振动	(149)
5.2.2 振动的合成与分解	(155)
5.2.3 随机振动、瞬态振动、冲击及其频谱	(161)

5.2.4 结构模态参数分析技术	(165)
5.2.5 波在介质中的传播	(173)
5.2.6 反应谱理论概要	(181)
5.3 结构模型振动实验技术	(185)
5.3.1 概述	(185)
5.3.2 模型振动实验设备	(189)
5.3.3 随机振动实验技术概述	(206)
5.3.4 结构模型振动实验	(207)
5.4 结构原型振动实验技术	(212)
5.5 数字信号分析仪的原理与使用	(220)
5.6 几个专题	(231)

第三篇 光测技术

第六章 光弹性物理基础	(238)
6.1 概述	(238)
6.2 波动光学的概念	(238)
6.3 晶体的光学效应	(242)
6.4 应力-光性定律	(246)
6.5 琼斯(Jones)计算法	(249)
6.6 杨氏干涉	(255)
6.7 空间相干性	(256)
6.8 相干长度和相干时间	(258)
第七章 二维光弹性	(261)
7.1 应力模型在平面偏振光场中的效应	(261)
7.2 应力模型在圆偏振光场中的效应	(263)
7.3 等差线的观测	(265)
7.4 等倾线的观测	(270)
7.5 主应力迹线	(273)
7.6 应力计算方法	(274)
7.7 应力集中系数和应力强度因子的确定	(280)
7.8 光弹性模型材料	(282)
第八章 三维光弹性、光弹性贴片法	(287)
8.1 冻结切片法	(287)
8.2 光弹性贴片法	(295)

第四篇 现代光学技术

第九章 付里叶光学简介	(302)
9.1 概述	(302)
9.2 二维付里叶分析	(302)
9.3 线性系统	(311)

9.4	标量衍射理论基础	(313)
9.5	菲涅耳衍射与夫琅和费衍射	(323)
9.6	透镜的傅里叶变换性质及成像性质	(330)
第十章	全息干涉法	(345)
10.1	全息照相	(345)
10.2	全息干涉位移测量	(351)
10.3	全息干涉振动测量	(358)
第十一章	全息光弹	(362)
11.1	实验装置与光路	(362)
11.2	两次曝光法	(362)
11.3	实时法	(366)
11.4	图象全息	(369)
11.5	平面全息光弹	(370)
11.6	等和线和等差线的分离	(372)
11.7	等和线条纹级数判别及小数级条纹补偿	(376)
第十二章	散斑分析技术	(379)
12.1	散斑	(379)
12.2	散斑干涉	(380)
12.3	成相散斑	(384)
第十三章	激光散光光弹法	(395)
13.1	概述	(395)
13.2	激光散光光弹法	(395)
第十四章	云纹法、云纹干涉法	(404)
14.1	概述	(404)
14.2	云纹应变测量的几何方法	(405)
14.3	云纹应变测量的位移导数法	(409)
14.4	位移偏导数符号的确定	(413)
14.5	云纹法的实验技术	(414)
14.6	云纹干涉法	(415)
14.7	影象云纹法	(417)
14.8	反射云纹法	(420)
第十五章	动态光弹性	(422)
15.1	概述	(422)
15.2	动态记录的方法	(423)
15.3	光弹性材料的动态特性及测定方法	(426)
15.4	动态光弹性法的应用现状及发展	(429)
第十六章	焦散线法	(432)
16.1	概述	(432)

16.2	焦散线的构成原理	(432)
16.3	焦散线及其初始曲线方程	(436)
16.4	焦散线法确定应力强度因子	(437)
16.5	焦散线应用举例,实验光学系统	(441)
第十七章	CGS 法	(444)
17.1	概述	(444)
17.2	实验方法	(444)
17.3	断裂力学应用	(452)
17.4	展望	(456)
第十八章	实验数据可视性处理	(458)
18.1	电测数据可视性	(458)
18.2	计算力学与实验力学结合的展望	(464)
第十九章	光测图像信息的自动采集与处理	(465)
19.1	概述	(465)
19.2	光测图像的特点及其对图像处理的要求	(465)
19.3	数字图像处理技术的特点	(466)
19.4	数字图像处理的基本技术及系统构成	(467)
19.5	光测图像处理的应用实例	(469)
参考文献		(472)
附录表 1	t 分布表	(476)
附录表 2	F 分布表	(477)
附录表 3	正交多项式表	(483)

第一篇 基础理论

第一章 相似理论与模型设计基础

1.1 概 述

工程建设首先要进行设计,设计过程需要进行周密的大量的理论分析和方案论证,其中包括力学分析。力学分析包括理论分析,计算分析和实验分析三个不可缺少的部分。尤以实验为最重要的分析,因为实践是检验真理的唯一标准,理论分析和计算结果正确与否都得经过实验检验才有定论。而实验又可分为以下两个部分。

1. 原型实验

原型实验是将发生在原型中的力学过程,在实物上进行实验。对验证理论分析结果,揭示设计中存在的弊病,指导科学地进行操作和运行管理是很有价值的。在有条件的地方必须进行此项实验,例如飞机制造公司,尽管飞机造价很高,但因为人们安全的需要,都要进行破坏性机地原型实验。原型实验是在实物上进行,故有些实验无法进行,如优化方案的比较,大型建筑物或贵重设备的极限性能的研究,油轮与海上浮物的碰撞等这类问题在没有条件的地方(条件包括经费,安全,使用的必要性)就要进行模型实验。

2. 模型实验

模型实验是将发生在原型中的力学过程,在物理相似的条件下,经缩小(或放大)后在模型上进行,(重演),对模型中的参量进行测量、记录、分析。形成实验数据,再根据相似关系换算到原型中去,达到研究原型力学过程的目的。

模型实验可以人为的控制某些主要因素,略去次要因素,称为去粗取精,故对揭示问题的本质,优化设计方案,都是很方便的,模型的尺寸可大可小,在实验室就可重复进行。

模型实验的缺点是:去粗取精弄的不好变成去精取粗了,实得其反。有尺寸数应的问题,不好掌握。所以模型实验也有局限性。

模型有多种形式,有计算模型,数学模型,实验模型,这里强调的是实验模型,模型的正确性和可靠性依赖于对研究问题的本质深刻理解和经验的积累。

模型实验除需要一般的力学知识和量测技术外,还必须在相似理论指导下进行。模型与原型满足哪些条件才相似,实验中应测哪些物理量,模型应取何种材料和多大尺寸,如何将所测物理量换算到原型中去,这些都是相似理论应该解决的问题。

相似理论是模型实验的理论基础。本章将介绍相似的基本概念。固体力学实验的相似条件及其在模型设计和实验数据处理等方面的应用。

1.2 相似的概念

1. 几何相似

从初等几何学中已经知道,两个系统几何相似是指对应边成比例,对应角相等。例如原型与模型的所有方向的尺寸成比例,而且是同一比例常数,各对应角相等,则称原型与模型几何相似。几何尺寸之比称为几何相似常数,即

$$C_L = \frac{L_p}{L_m} \quad (1-1a)$$

$$\alpha_{pi} = \alpha_{mi} \quad (1-1b)$$

式中 C_L —几何相似常数(L 表示几何尺寸)

α —角度

p, m 分别表示原型和模型。

几何相似是基本的相似条件,是将具体研究对象从一群同类现象中区别出来的条件之一,故属于单值性条件。

2. 物理相似

在几何相似系统中,当进行同一性质的物理变化过程,而且两系统中对应的各同名物理量之间具有固定的比例常数,则称两系统是物理相似的。

这里表征同一物理属性的物理量称同名物理量。对应的同名物理量之间具有固定的比例常数,即在两个系统中所有向量在对应点对应时刻方向相同,大小成比例。所有标量也在对应点和对应时刻成比例。

这里必须强调的两点是,不同名物理量可保持不同的比例常数。同一性质的物理量,例如各种力在下面的讨论中将会看到必须使用相同的比例常数,得出各基本物理量常数间要满足一定的关系,这一点也是很重要的,由此也能得出一些相似关系。

两个相似的物理系统,必须有相同的物理过程,如某一弹性结构的随机振动与另一结构的随机振动。但如果描述两物理系统的数学方程结构形式相同,而其过程的物理本质不同,则称为比拟,这是实验技术中的另一类问题。

3. 动力相似

—现以牛顿第二定律为例说明各物理量的相似常数间应满足的条件,即

$$F = M \frac{dv}{dt} \quad (1-2)$$

$$\text{对于原型} \quad F_p = M_p \frac{dv_p}{dt_p} \quad (a)$$

$$\text{对于模型} \quad F_m = M_m \frac{dv_m}{dt_m} \quad (b)$$

若原型与模型动力相似,则各物理量间存在下列条件

$$F_p = C_F F_m; \quad M_p = C_M M_m; \quad v_p = C_v v_m; \quad t_p = C_T t_m \quad (1-3)$$

式中: C_F 力相似常数

C_M 质量相似常数

C_v 速度相似常数

C_t 时间相似常数

将以上关系式代入 (a) 得

$$\begin{aligned} C_F F_m &= C_M M_m \frac{C_v dv_m}{C_t dt_m} \\ \frac{C_F C_t}{C_M C_v} F_m &= M_m \frac{dv_m}{dt_m} \\ \frac{C_F C_t}{C_M C_v} &= 1 \end{aligned} \quad (1-4)$$

则当式(1-4)成立,式(a)才与(b)一致。才有动力相似。所以原型与模型各相似常数间必须满足式(1-4)。这表明在两动力相似系统中,各相似常数之间不是相互独立的。必须满足动力相似这一制约,也就是牛二定律方程的制约。式(1-4)是判别原型与模型是否相似的条件,称为相似指标。将(1-3)代入式(1-4)得

$$\frac{F_P t_P}{M_P v_P} = \frac{F_m t_m}{M_m v_m} = idem \quad (\text{同一个数值})$$

表明原型中各物理量的组合量应等于模型中各物理量的组合量。这一组合量是无量纲的,而且这一组合量是受牛顿第二定律制约,或说是由牛顿第二定律推导出来的,是动力相似的必要条件。特别称这一无量纲的量为相似准数,也称相似判据。对于相似的系统相似准数应相等。将上式去掉脚标写成一般形式

$$\pi = \frac{Ft}{Mv} = idem \quad (1-5)$$

相似指标等于1,相似准数相等是现象相似的必要条件,它们互为等价,仅表示形式不同。在动力相似中,各种力之间的相似常数应相等:

(1)重力

$$F_r = rL^3$$

按上术推导方法得

$$\frac{C_{F_r}}{C_r C_L^3} = 1 \quad \text{或} \quad \frac{F_r}{rL^3} = idem$$

(2)惯性力

$$F_a = Ma = \rho L^3 \frac{L}{t^2}$$

$$\frac{C_{F_a} C_t^2}{C_\rho C_L^4} = 1 \quad \text{或} \quad \frac{F_a t^2}{\rho L^4} = idem$$

(3)弹性力 与应变,弹性模量,面积成正比即

$$F_e = E\epsilon A \quad \frac{F_e}{E\epsilon A} = idem$$

$$\frac{C_{F_e}}{C_E C_\epsilon C_L^2} = 1$$

于是各种力的相似常数应相等:

$$C_F = C_\rho C_L^4 C_t^{-2} = C_r C_L^3 = \cdots = C_E C_\epsilon C_L^2 \quad (1-6)$$

以上讨论的概念,就是相似第一定理所阐述的内容,可用文字表述如下:

相似第一定理:彼此相似的现象,以相似常数组成的受现象制约的相似指标等于 1 或以相同文字组成的相似准数(相似判据)为一不变量。

相似第一定理,把两个(可大于两个)系统彼此相似作为已知条件,然后确定必要条件,故称相似正定理。

应该指出,相似常数是在两个相似系统中的常数。在第三个与此两彼此相似的系统中,可以具有不同的数值。相似指标是由彼此相似的系统中各相似常数组成的无量纲量。凡彼此相似的系统都应满足相似指标等于 1 的条件。组成相似指标的相似常数必须是两个确定的系统。相似准数是相似系统中,同一系统有关物理量组成的无量纲量。所有相似系统相似准数应相等。相似准数相等,又称相似判据。确定相似准数有两种方法。方程分析法和量纲分析法。同种性质的物理量,例如重力,惯性力,弹性力,等各种力应具有统一相等的相似常数(对确定的两个系统来说)。这样类似的条件有时也可确定出相似准数(判据),如前面所述的。

如果已知描述现象的物理方程,方程中可以有微分和偏微分项。通过相似常数的运算,可以导出相似指标与相似准数(判据)。这种方法称做方程分析法。若仅仅知道参与所研究系统物理变化过程中的有关物理量,而无法建立方程时,需要通过量纲导出相似准数,这种方法称为量纲分析法。

1.3 方程分析法

如图 1-1,以弹性力学中的空间问题为例,说明如何应用方程分析法导出相似准数

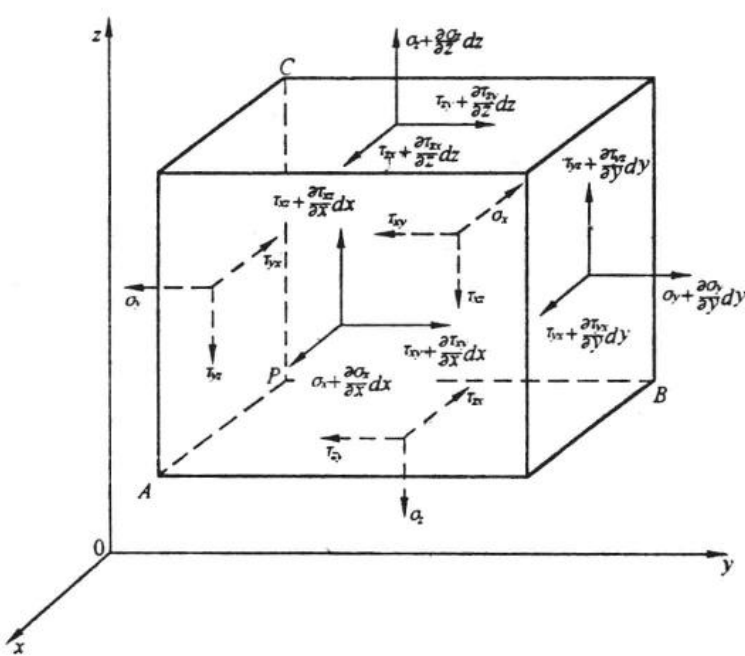


图 1-1 微分单元体

(判据)。方程分析法的思想是,第一步将方程对于原型写出,加脚标 p 。第二步将方程以

模型写出加脚标 m 。第三步定义模型和原型同名物理量间的相似常数。第四步将原型方程中各物理量以相似常数和模型中对应物理量表示。第五步比较原型和模型方程,消去模型方程中的各物理量,即得无量纲形式的相似指标和相应的相似准数(判据)。以上五步方法是由已知方程获得相似指标和判据的一般方法。

位移法表示的平衡方程,如图 1-1

$$\left. \begin{aligned} G \nabla^2 u + (\lambda + G) \frac{\partial \epsilon_v}{\partial x} + X &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ G \nabla^2 v + (\lambda + G) \frac{\partial \epsilon_v}{\partial y} + Y &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ G \nabla^2 w + (\lambda + G) \frac{\partial \epsilon_v}{\partial z} + Z &= \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{aligned} \right\} \quad (1-7)$$

上式中 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 为调和算子, $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ 为剪切弹性模量, E 为弹性模量, μ 为泊松比, $\lambda = \frac{\mu E}{(1+\mu)(1-\mu)}$ 为拉梅(Lame)数。

$\epsilon_r = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$ 为体积应变。 X, Y, Z 为沿 x, y, z 方向的体积力(不包括惯性力), ρ 为密度; $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$ 为沿 x, y, z 方向的加速度。

上述方程对原型和模型都适用,现取式(1-7)第一式来分析。

对于原型:

$$G_p \nabla^2 u_p + (\lambda_p + G_p) \frac{\partial \epsilon_{vp}}{\partial x_p} + Z_p = \rho_p \frac{\partial^2 u_p}{\partial t_p^2} \quad (1-8)$$

对于模型

$$G_m \nabla^2 u_m + (\lambda_m + G_m) \frac{\partial \epsilon_{vm}}{\partial x_m} + Z_m = \rho_m \frac{\partial^2 u_m}{\partial t_m^2} \quad (1-9)$$

定义相似常数:

$$\begin{aligned} G_p &= C_G G_m; E_p = C_E E_m; \lambda_p = C_\lambda \lambda_m; X_p = C_r Z_m \\ \rho_p &= C_\rho \rho_m; X_p = C_L X_m; u_p = C_u u_m; \epsilon_{vp} = C_\epsilon \epsilon_{vm}; t_p = C_t t_m. \end{aligned}$$

同时,特别注意有关系式

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \epsilon_{vp}}{\partial x_p} &= \frac{C_\epsilon \partial \epsilon_{vm}}{C_L \partial X_m}, \nabla^2 u_p = \frac{C_u}{C_L} \nabla^2 u_m \\ \frac{\partial^2 u_p}{\partial t_p^2} &= \frac{C_u}{C_t^2} \frac{\partial^2 u_m}{\partial t_m^2} \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

式中:

- C_G 剪切弹性模量相似常数
- C_E 拉、压弹性模量相似常数
- C_r 体积力相似常数
- C_λ 拉梅数相似常数

C_ρ 密度相似常数

C_L 几何尺度相似常数

C_u 位移相似常数

C_ϵ 应变相似常数

C_t 时间相似常数

将式(1-10)关系代入(1-8),并与式(1-9)比较,必然存在

$$\frac{C_G C_u}{C_L^2} = \frac{C_\lambda C_\epsilon}{C_L} = \frac{C_G C_\epsilon}{C_L} = C_r = C_\rho \frac{C_u}{C_t^2} \quad (1-11)$$

关系。

(1-11)式有四个等号,可拆开写成四个独立的关系式,写第五个就不独立了。最多可写出 10 个关系式。如何拆写? 我们的原则是,拆分方程后剩下的量要少,相消的量要多。按照这一原则我们拆分为

$$1. \quad \frac{C_\lambda C_\epsilon}{C_L} = \frac{C_G C_\epsilon}{C_L} \quad \text{得: } C_\lambda = C_G$$

$$\text{于是} \quad \frac{G_p}{G_m} = \frac{\lambda_p}{\lambda_m}$$

再用 E, μ 表示 G 和 λ 经简化整理后得

$$\frac{\mu_p}{1-2\mu_p} = \frac{\mu_m}{1-2\mu_m}$$

根据分比合比定律,若上式成立,必有

$$\mu_p = \mu_m \quad \text{即 } C_u = 1 \quad (1-12)$$

式中 μ_p 原型材料的泊松比

μ_m 模型材料的泊松比

式(1-12)要求原型和模型的泊松比相等。当 $\mu_p = \mu_m$ 时,则有

$$C_E = C_G = C_\lambda$$

与材料有关的三个相似常数相等。使相似条件得到了简化。

$$2. \quad \frac{C_G C_u}{C_L^2} = \frac{C_G C_\epsilon}{C_L}$$

$$\frac{C_u}{C_\epsilon C_L} = 1; \frac{u_p}{\epsilon_p L_p} = \frac{u_m}{\epsilon_m L_m} = idem \quad (1-13a)$$

要求位移,应变几何尺寸的相似关系满足(1-13a)式。这一关系的三个相似常数决定了变形前后几何形状的关系。三个相似常数任选两个第三个常数就唯一决定了。根据此式若已知 C_ϵ, C_L 及模型的位移 u_m ,便可换算出原型的位移 u_p 。还可以看出当 $C_\epsilon \neq 1$, 即 $C_u \neq C_L$, 由于位移相似常数不等于几何相似常数,如果变形前模型和原型相似,变形后就不相似了。在进行弹性试验时将带来误差。在进行弹塑性,大变形,稳定性破坏实验时,将带来大的误差。因为这类问题应力应变间已不存在线性关系,故必须满足 $C_\epsilon = 1$ 。即原型和模型应变相等这一条件。