

MODELING  
AND SIMULATION  
OF DYNAMIC SYSTEMS

# MATLAB / Simulink 动力学系统建模与仿真

黎明安 编著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

**Matlab/Simulink**

**动力学系统建模与仿真**

黎明安 编著

国防工业出版社

·北京·

## 内 容 简 介

本书主要介绍了动力学系统中微分方程模型、传递函数模型和状态空间模型等建立的基础理论,并引入了 Simulink 仿真技术,为解决复杂动力学问题特别是不易得到解析解的动力学问题提供了方法。书中编排了较多的例题来说明不同力学模型的仿真模型的建立方法,以及差分模型、相似模型、时域和频域等仿真模型,最后将控制动力学基础知识作为后继研究的扩展内容做了介绍。

本书是一本多学科内容相交叉的教材,同时涉及了力学、电学和动力学控制等方面的学科的交叉知识。

本书适合具有一定数学和力学基础知识的力学专业的本科高年级学生使用,也可以作为机械工程、土木工程、车辆工程和仪器仪表、印刷机械等本科高年级学生和相关专业研究生在学习有关动力学系统建模与仿真内容时的参考书,也可供相关工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

Matlab/Simulink 动力学系统建模与仿真 / 黎明安编  
著. —北京:国防工业出版社,2012. 3  
ISBN 978-7-118-07882-4

I. ①M... II. ①黎... III. ①计算机辅助计算-软件包, Matlab, Simulink-应用-动力系统-系统建模②计算机辅助计算-软件包, Matlab, Simulink-应用-动力系统-系统仿真 IV. ①TP391.75②O19

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 018580 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

\*

开本 787 × 1092 1/16 印张 18 字数 446 千字

2012 年 3 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—3000 册 定价 48.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店: (010)88540777

发行邮购: (010)88540776

发行传真: (010)88540755

发行业务: (010)88540717

# 前 言

本书是在为“工程力学”本科专业开设的“动态系统建模与计算机仿真”课程基础上多次改编而成的。本书一开始就采用了模型框图,使学生在学习过程中掌握和使用仿真框图的表示方法,为今后建立仿真模型奠定基础。本书结合了 Simulink 仿真平台的基础知识,学生可以在各章的例题中学会 Matlab 基本的编程能力和 Simulink 基本模块的应用;将 Simulink 的基础知识分散到各个章节中由浅入深地讲授,使学习者容易接受。

全书分为 10 章,第 1 章~第 3 章介绍了建模与仿真的数学力学基础知识和以框图来表示模型的方法,主要以微分方程模型为主线介绍了简单仿真模型的建立。第 4 章介绍了系统的传递函数模型以及面对传递函数的仿真模型的建立。第 5 章介绍了状态空间模型。第 6 章介绍了基于采样的将连续系统离散化的方法。第 7 章介绍了机电相似模型。第 8 章介绍了动力学系统的时域瞬态响应分析方法。第 9 章介绍了频域分析方法。第 10 章介绍了控制动力学基础。全书贯穿了 Matlab/Simulink 仿真技术。

本书中的仿真例题均在 Matlab(R2007a)下调试。

本书由西安理工大学师俊平教授、王忠民教授审阅,两位教授对本书内容的编写提出了宝贵的修改意见,研究生雷霜、崔凯和朱晓雄等对初稿进行了认真的校对,在此表示衷心感谢。

西北工业大学支希哲教授、朱西平教授,西安空军工程大学冯立富教授,陕西理学院张宝中教授,西安科技大学郭志勇教授,西安理工大学徐开亮博士等在编写过程中给予了大力帮助,在此表示深切感谢。

由于水平有限,本书还有很多需要改进的地方,敬请使用者提出宝贵意见。

编著者

# 目 录

绪论	1
第 1 章 系统建模与仿真基础	4
1.1 系统仿真模型框图表示法	4
1.1.1 基本仿真元件	4
1.1.2 简单仿真框图结构	5
1.2 拉普拉斯变换	8
1.2.1 拉普拉斯变换的定义及其性质	8
1.2.2 拉普拉斯逆变换	10
1.2.3 拉普拉斯变换在求解线性常系数微分方程中的应用	13
1.3 $Z$ 变换与 $Z$ 逆变换	16
1.3.1 $Z$ 变换的定义	16
1.3.2 $Z$ 变换的应用	17
1.4 矩阵的特征值与特征向量	18
1.4.1 标准特征值问题	18
1.4.2 广义特征值问题	19
1.4.3 相似变换及其特性	21
习题	25
第 2 章 动力学系统的微分方程模型	27
2.1 动力学建模基本理论	27
2.1.1 动力学系统基本元件	27
2.1.2 动力学建模基本定理	28
2.2 哈密顿动力学建模体系	36
2.2.1 拉格朗日方程	37
2.2.2 哈密顿原理	39
2.3 一维弹性体的有限元建模	41
2.3.1 梁单元质量矩阵与刚度矩阵	41
2.3.2 总体系统动力学微分方程	42
2.4 一维弹性体系统的假设模态法	47
2.4.1 模态函数	47
2.4.2 系统的动能和势能	47
2.4.3 系统的动力学方程	47

2.5	Simulink 高级积分器的仿真模型建立	49
2.5.1	高级积分器端口	50
2.5.2	高级积分器在仿真中的应用	50
	习题	52
<b>第3章</b>	<b>动力学系统响应分析的数值方法</b>	<b>56</b>
3.1	数值积分法和数值微分法	56
3.1.1	数值积分法	56
3.1.2	数值微分法	57
3.1.3	多自由度振动系统的差商模型	61
3.2	龙格—库塔法	62
3.2.1	二阶龙格—库塔法	62
3.2.2	四阶龙格—库塔法	63
3.3	四阶龙格—库塔法仿真程序设计	64
3.3.1	求解一阶微分方程四阶龙格—库塔法程序设计	65
3.3.2	求解一阶微分方程组的四阶的龙格—库塔法程序设计	67
3.3.3	高阶微分方程的四阶龙格—库塔法程序设计	67
3.4	隐式逐步积分法	69
3.4.1	线性加速度法	69
3.4.2	威尔逊 $\theta$ 法	72
3.5	微分方程的边值问题的求解	73
3.5.1	解线性方程边值问题的差分方法	74
3.5.2	解线性方程边值问题的打靶法(试射法)	74
3.5.3	关于三对角矩阵的追赶法程序设计	76
3.6	关于 Simulink 环境中的求解器 Solver	78
3.6.1	常用求解器	78
3.6.2	求解器的选择	79
3.7	Matlab 中符号微积分	79
3.7.1	符号微分与符号积分	79
3.7.2	利用符号运算求解微分方程	80
	习题	81
<b>第4章</b>	<b>系统传递函数模型</b>	<b>85</b>
4.1	传递函数及其特性	85
4.1.1	传递函数定义	85
4.1.2	传递函数的特性	85
4.1.3	传递函数的图示方法	86
4.2	典型环节的传递函数	86
4.2.1	比例环节	87
4.2.2	一阶延迟环节	87

4.2.3	微分环节	88
4.2.4	积分环节	88
4.2.5	振荡环节(或称二阶振荡环节)	88
4.3	传递函数的其他形式	90
4.3.1	传递函数的零极点形式	90
4.3.2	传递函数的留数形式	90
4.3.3	传递函数的并联、串联与反馈连接形式	91
4.3.4	系统的开环传递函数与闭环传递函数	94
4.4	多自由度振动系统的传递函数模型	98
4.4.1	直接方法	98
4.4.2	模态分析法	100
4.5	传递函数模型的 Smulink 仿真模型建立	102
4.5.1	与传递函数相关的 Matlab 运算指令	102
4.5.2	传递函数模型的 Smulink 仿真模型建立	105
4.6	弹性系统的传递函数仿真模型	107
4.6.1	弹性系统的传递函数	107
4.6.2	传递函数 Simulink 仿真模型	108
	习题	109
<b>第 5 章</b>	<b>动力学系统状态空间模型</b>	<b>113</b>
5.1	动力学系统的状态空间模型	113
5.1.1	状态空间方程的一般形式	113
5.1.2	化高阶微分方程为状态方程——不含输入导数情况	114
5.1.3	线性多自由度振动系统的状态空间模型	117
5.2	微分方程模型与状态空间的关系	119
5.2.1	微分方程模型与状态空间模型特征对的关系	119
5.2.2	系统含有输入导数的状态空间模型	119
5.3	状态空间的相似变换	125
5.3.1	一般情况	125
5.3.2	特殊情况(可控标准型的情况)	126
5.4	系统的状态空间模型与传递函数模型之间的转换	127
5.4.1	从状态空间模型转换为传递函数模型	127
5.4.2	模型转换 Matlab 函数	128
5.4.3	传递函数模型转换为状态空间模型的直接方法	130
5.5	传递函数模型转换为状态空间模型	131
5.5.1	并联模型法	131
5.5.2	串联模型法	133
5.6	状态空间仿真模型建立	137
5.6.1	非线性时变系统	137
5.6.2	非线性定常系统	137

5.6.3	线性时变系统 .....	137
5.6.4	线性定常系统 .....	137
5.7	关于混合系统仿真 .....	139
	习题 .....	141
<b>第6章</b>	<b>连续系统的相似离散法 .....</b>	<b>143</b>
6.1	线性连续系统相似离散法 .....	143
6.1.1	连续系统状态方程的精确解 .....	143
6.1.2	零阶保持器下状态方程的离散化 .....	144
6.1.3	一阶保持器下状态方程的离散 .....	145
6.1.4	离散系统仿真模块 .....	146
6.2	状态转移矩阵 .....	147
6.2.1	状态转移矩阵的特性 .....	147
6.2.2	求转移矩阵的几种方法 .....	148
6.3	离散化系统的传递函数模型 .....	148
6.3.1	零阶保持器的传递函数 .....	148
6.3.2	一阶保持器的传递函数 .....	149
6.3.3	离散系统的传递函数模型 .....	150
6.4	线性时变系统状态方程的离散化 .....	153
6.4.1	线性时变状态方程的解 .....	153
6.4.2	线性时变系统状态方程离散化 .....	153
6.4.3	近似离散化 .....	154
6.5	离散系统仿真模型建立 .....	157
6.5.1	有关离散系统 Matlab 函数的应用 .....	157
6.5.2	状态方程的离散——基于单位延迟的状态空间仿真模型 .....	160
6.5.3	利用离散传递函数模块的 Simulink 仿真模型 .....	162
6.5.4	使用离散状态空间模块 Simulink 仿真模型 .....	162
	习题 .....	164
<b>第7章</b>	<b>机电模拟系统 .....</b>	<b>166</b>
7.1	电学基本元件和基本定律 .....	166
7.1.1	电学基本元件 .....	166
7.1.2	简单电路动态方程 .....	167
7.1.3	电气系统的数学模型建立 .....	167
7.2	无源滤波器 .....	171
7.2.1	滤波器基本类型 .....	171
7.2.2	无源 RC 滤波器 .....	171
7.2.3	无源 RLC 滤波器 .....	178
7.3	机电相似系统 .....	179
7.3.1	力—电压相似 .....	179



7.3.2 力—电流相似 .....	180
7.4 机电耦合系统的数学建模 .....	182
7.5 运算放大器系统的数学建模 .....	183
习题 .....	189
<b>第8章 系统瞬态响应分析</b> .....	<b>192</b>
8.1 典型状态和典型激励的瞬态响应 .....	192
8.1.1 系统响应种类 .....	192
8.1.2 常见的几种典型外激励 .....	193
8.2 一阶系统的瞬态响应分析 .....	193
8.2.1 系统在零输入响应 .....	194
8.2.2 系统零状态响应 .....	194
8.2.3 标准一阶系统的单位阶跃响应特性 .....	196
8.3 二阶系统瞬态响应分析 .....	198
8.3.1 标准二阶系统的单位脉冲响应 .....	198
8.3.2 欠阻尼标准二阶系统的阶跃响应 .....	200
8.3.3 欠阻尼标准二阶系统性能指标 .....	201
8.3.4 非标准欠阻尼标准二阶系统性能指标 .....	205
8.3.5 欠阻尼二阶系统的单位斜坡响应 .....	208
8.3.6 过阻尼二阶系统的单位阶跃响应 .....	209
8.4 Matlab/Simulink 仿真 .....	210
8.5 高阶系统的响应 .....	212
8.5.1 高阶系统的传递函数 .....	212
8.5.2 高阶系统的瞬态响应 .....	213
习题 .....	213
<b>第9章 动力学系统频域分析方法</b> .....	<b>217</b>
9.1 概述 .....	217
9.2 频率响应函数 .....	217
9.2.1 谐和激励下系统的响应函数 .....	217
9.2.2 系统的传递函数与系统的频率响应函数 .....	218
9.2.3 系统频率响应特性曲线(频响曲线) .....	220
9.3 单位脉冲函数与频率响应函数 .....	222
9.3.1 单位脉冲响应函数(权函数) .....	223
9.3.2 单位脉冲函数与频率响应函数 .....	224
9.3.3 标准二阶系统的频率响应特性 .....	225
9.4 频率响应分析的 Matlab 仿真实例 .....	227
9.4.1 连续系统频率响应特性 .....	227
9.4.2 线性多自由度系统的频域分析 .....	234
9.4.3 快速傅里叶变换与仿真 .....	236

9.5 频率响应特性在单自由度振动系统参数识别中的应用 .....	238
9.5.1 幅频、相频曲线识别法 .....	239
9.5.2 实频、虚频曲线识别法 .....	240
9.5.3 导纳圆的参数识别法 .....	241
习题 .....	243
<b>第10章 动力学系统控制基础 .....</b>	<b>245</b>
10.1 动力学控制的基本概念 .....	245
10.2 PID 控制系统 .....	246
10.2.1 PID 工作简介 .....	246
10.2.2 PID 的数学模型 .....	247
10.2.3 PID 控制系统的响应分析 .....	248
10.3 状态反馈控制系统 .....	258
10.4 最优控制 .....	263
10.4.1 固定端点的问题最优控制 .....	263
10.4.2 始端时刻固定、末值状态自由情况下的最优控制 .....	264
10.5 线性系统的二次型最优设计 .....	266
习题 .....	272
附录 .....	275
参考文献 .....	278

# 绪 论

## 一、概述

动力学问题广泛存在于大量科学技术领域,如火箭、导弹、飞机在升空和飞行过程中遇到的不稳定气流引起轨道的偏离,机械在加工过程中遇到干扰;车辆在高低不平道路上的行使过程中,以及家用电器在运转过程中和建筑结构在地震与风载干扰中所引起的动态效应。为了深入揭示系统在各种外力干扰下的响应,必须要建立系统的力学模型,这些模型大多是二阶微分方程(方程组),包括时变微分方程和定常微分方程,或者是高阶线性或非线性微分方程。接下来的问题就是要求解这些微分方程,可惜的是只有极少数动力学方程能够得到解析解,与工程实际相联系的绝大多数的动力学微分方程得不到解析解,或者解析解非常烦琐,如遇到有状态切换的分段参数的微分方程,理论上可以分段求解,然而这个求解过程非常复杂。长期以来,力学工作者已提出了各种各样力学模型的建立方法,形成了一套力学建模的基础理论。力学工作者针对这些动力学系统,除了应用理论知识对其进行理论分析外,尽管对一些复杂的动力学方程的求解问题可以使用各种数值分析的方法借助于计算机得到数值解,但是这些数值求解需要编写庞大的计算程序,反复的计算和程序设计使得力学工作者在分析方程解的过程中遇到瓶颈问题。

随着 20 世纪集成电路技术和计算机技术的快速发展,出现了大量的仿真系统,给分析复杂的动力学问题提供了新的途径,用计算机对实际系统的仿真日益被人们所接受,当今科学技术的迅猛发展使得各个领域中的系统设计与分析变得日益复杂起来。工程中的力学问题也越来越复杂,如何建立动力学系统模型对动力学系统进行仿真与分析,对于复杂的动力学问题的分析并建立仿真系统具有极其重要的意义。

## 二、仿真技术的三大组成部分

对一个工程技术系统进行模拟仿真,包括了建立模型、实验求解和结果分析三个主要步骤。

### 1. 建立系统数学模型

在建立数学模型时,首先要对待仿真的问题进行定量描述。模型是对真实世界的模仿,真实世界是五彩缤纷的,因此模型也是千姿百态的,根据模型中是否包含随机因素,可将模型分为随机型和确定型模型。

根据模型是否具有时变性,可将模型分为定长模型和时变模型。

根据模型参数是否在空间连续变化,可将模型分为分布参数模型和集中参数模型。

根据模型参数是否随时间连续变化,可将模型分为连续系统模型和离散系统模型。

根据模型的数学描述形式,又可将模型分为常微分方程、偏微分方程、差分方程、离散模型等。建模的过程是一个信息处理的过程,换而言之,信息是构造模型的“原材料”,根据建模所用“原材料”类型的不同,可将建模方法分为两类。

(1) 分析法。它是对系统各部分的运动机理进行分析,根据它们所依据的物理规律或化学规律分别列写相应的运动方程。例如,电学中有基尔霍夫定律,力学中有牛顿定律、拉格朗日方程、哈密顿原理,热力学中有热力学定律等。在分析法中,演绎法起着重要作用,其过程是:从某些前提、假设、原理和规则出发,通过数学逻辑推导来建立模型。因此,这是一个从一般到特殊的过程,即根据普遍的技术原理推导出被仿真对象的特殊描述。

(2) 实验法。它是人为地给系统施加某种测试信号,记录其输出响应,并用适当的数学模型去逼近,这种方法称为系统辨识。近几年来,系统辨识和参数识别已发展成一门独立的学科分支,本书的研究重点是如何用分析法建立系统数学模型的方法。这种建模的重要手段是归纳法建模,即利用对真实系统的试验数据信息建模。其过程是:通过对真实系统的测试获得数据,这些数据中包含着能反映真实系统本质的信息,然后通过数据处理的方法,从中得出对真实系统规律性的描述。

但是实际应用中,常常是通过上述两类方法的结合完成模型的建立,即混合法建模。不用用哪种方法建模,其关键都在于真实系统的了解程度。如果对真实系统没有充分的和正确的了解,那么所建的模型将不能准确地模仿出真实系统的本质。

无论怎样,模型都是对真实系统的模仿,那么就有一个模仿得像不像的问题,这就是模型的可信度、相似度、精度等问题。

模型的可信度取决于建模所用的信息即“原材料”(先验知识、实验数据)是否正确完备,还取决于所用建模方法(演绎、归纳)是否合理、严密。此外,对于许多仿真软件来说,还要将数学模型转化为仿真算法所能处理的仿真模型。因此,这里还有一个模型的转换精度问题。建模中任何一个环节的失误,都会影响模型的可信度。为此,在模型建立好以后,对模型进行可信度检验是不可缺少的重要步骤。检验模型可信度的方法通常是:首先由熟悉被仿真系统的专家对模型作分析评估,然后对建模所用数据进行统计分析,最后对模型进行试运行,将初步仿真结果与估计结果相比较。

## 2. 仿真计算

仿真计算是对所建立的仿真模型进行数值实验和求解的过程,不同的模型有不同的求解方法。例如,对于连续系统,通常用常微分方程、状态空间和传递函数;对于分布参数的动力学系统,往往要用偏微分方程对其进行描述。对于工程实际的大多数复杂问题来说,由于要得到这些方程的解析解几乎是不可能的,所以总是采用数值解法,如对于常微分方程主要采用各种数值积分法,对于偏微分方程则采用有限差分法或有限元方法等。

## 3. 仿真结果的分析

要想通过模拟仿真得出正确、有效的结论,必须对仿真结果进行科学的分析。早期的仿真软件都是以大量数据的形式输出仿真的结果,因此有必要对仿真结果数据进行整理,进行各种统计分析,以得到科学的结论。现代仿真软件广泛采用了可视化技术,通过图形、图表,甚至动画生动逼真地显示出被仿真对象的各种状态,使模拟仿真的输出信息更加丰富、详尽,更加有利于对仿真结果的科学分析。

# 三、Simulink 仿真系统简介

Math Works 公司推出的基于 Matlab 平台中的 Simulink 是动力学系统仿真领域中最著名的仿真集成环境之一,它在各个领域得到广泛的应用。Simulink 能够帮助用户迅速构建自己的动力学系统仿真模型,并在此基础上进行仿真分析;通过仿真结果修正系统设计,从而快

速完成系统的设计。Simulink 集成环境的运行受到 Matlab 的支持,因此 Simulink 能够直接使用 Matlab 强大的科学计算功能。毫无疑问,Simulink 具有出色的能力,因此它在系统仿真领域中有着重要的地位。

近几年来,在学术界和工程领域中,Simulink 已经成为动力学系统建模和仿真领域中应用最为广泛的软件之一。Simulink 可以很方便地创建和维护一个完整地模块,评估不同的算法和结构,并验证系统的性能。由于 Simulink 是采用模块组合方式来建模,从而可以使得用户能够快速、准确地创建动力学系统的计算机仿真模型,特别是对复杂的时变系统和不确定非线性系统,更为方便。

Simulink 模型可以用来模拟线性和非线性、连续和离散或者两者的混合系统,它可以用来模拟几乎所有可能遇到的动力学系统。另外,Simulink 还提供一套图形动画的处理方法,尤其适用于复杂、多层次、高度非线性的系统仿真,并且提高了仿真的集成化和可视化程度,使用户可以方便地观察到仿真的整个过程。

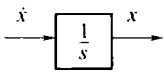
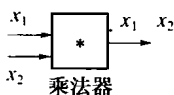
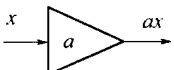
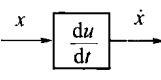
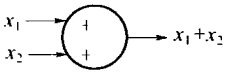
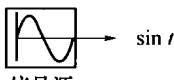
# 第 1 章 系统建模与仿真基础

本章主要介绍仿真框图结构基础知识与系统建模数学基础,包括拉普拉斯变换及其性质、Z 变换、矩阵的特征对问题和相似变换等。

## 1.1 系统仿真模型框图表示法

如果对于一个已知的动力学系统数学模型,要建立它的仿真模型,则要熟悉一些仿真框图的基本组成,进一步得到对应的仿真结构图(简称仿真图),仿真图是从另一个方面表示的动力学系统。下面先介绍构成 Simulink 仿真图的基本元件(表 1-1)。

表 1-1 仿真基本元件

1	 积分器	4	 乘法器
2	 系数器	5	 导数器
3	 求和器	6	 信号源

### 1.1.1 基本仿真元件

(1) 积分器(Integrator)。它有一个输入端口和一个输出端口,其功能是对一个变量的积分,输出端口的信号是输入端口信号的积分。

(2) 系数器(Gain)。它有一个输入端口和一个输出端口,输出端口的信号是输入端口信号的倍数。系数器也称增益器(放大器),增益倍数由系数确定。

(3) 求和器(加法器)(Sum)。其输入端有两个或多个输入端口,一个输出端口,输出端口的信号是各个输入端口信号的代数和。

(4) 乘法(除法)器(状态量相乘或相除)(Dotproduct)。它至少有两个输入端口和一个输出端口,输出端口的信息是两个输入端口的信息之积。可以推广到多个变量的相乘或相除。

(5) 导数器(Derivative)。它有一个输入端口和一个输出端口,输出端口的信号是输入端口信号的一阶导数。

(6) 信号源(Sine Wave)。它产生动态信号提供给仿真系统的输入,相当于一个信号发

生器。

以上只是简单地介绍了构成框图的最基本的几个元件,其他仿真元件的使用在后续的章节中陆续介绍。Simulink 工具中提供了丰富的、功能强大的各种模型,常用 Simulink 仿真系统模块库见附录(附表 1)。

### 1.1.2 简单仿真框图结构

动力学系统除了使用数学方程表示外,还可以使用仿真框图来表示,也简称框图,一个框图可以表示具有某个功能的一个系统,也可以是一个复杂的子系统,但是一个数学模型有不同形式的框图。框图内部是由各种功能的仿真元件构成的。利用框图表示一个动态模型非常直观,输入和输出层次分明。值得注意的是,同一个数学模型可以有不同形式的仿真框图。仿真模型是对数学模型的另一种表示形式。

**例 1-1** 信号  $u$  等于一个正弦信号的一阶微分的 2.5 倍。这个问题的数学方程为  $u = 2.5 \frac{d}{dt}(\sin t)$

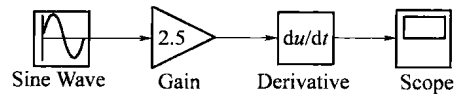


图 1-1 简单仿真框图

( $\sin t$ ),如果使用模拟仿真,可以采用一个正弦信号发生器,该信号通过一个导数器,再用一个示波器将信号显示出来,这样就构成了对应于数学模型的仿真框图,如图 1-1 所示。

**例 1-2** 画出微分方程  $\dot{x} = u - 2x$  的模拟仿真框图,其中  $u = \sin t$ 。

**解** 该系统是一个一阶微分方程,需要有一个加法器和一个积分器,另外还有一个系数器,其加法器的输出来自于输入信号  $u$  与  $x$  的差,构成的仿真框图如图 1-2 所示。

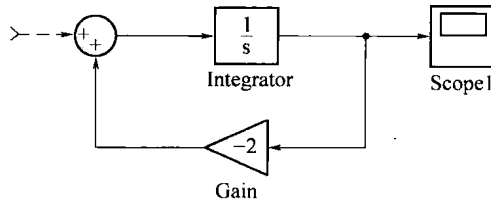


图 1-2 仿真框图

**例 1-3** 画出单位质量单自由度有阻尼的弹簧系统在正弦激励下的仿真框图(图1-3)。

**解** 可以容易得到它的数学模型为

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t), f(t) = \sin t$$

为了得到仿真框图,将数学模型改写为

$$\ddot{x} = \frac{1}{m}[f(t) - c\dot{x} - kx]$$

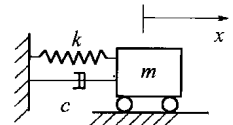


图 1-3 单自由度有阻尼的弹簧系统

在设计仿真框图时,要分清系统的输入和输出。在该模型中,可以看到系统的输出是  $x$ ,系统的输入是  $f(t)$ 。要得到位移的变化规律,需要两个积分器积分两次,第一个积分器输入端口的信息来源于加法器输出端口信号的  $1/m$  倍数。加法器有三个输入端口,分别来自于一个正弦波信号发生器、速度  $\dot{x}$  的  $c$  倍和位移  $x$  的  $k$  倍的负值,如果要得到输出位移  $x$  随时间的变化规律,需用一个示波器 scope 来显示。

设系统的参数为  $m = 1, c = 4, k = 40$ ,根据给出的微分方程数学模型  $\ddot{x} = \frac{1}{m}[f(t) - c\dot{x} -$

$kx$ ], 可以建立仿真框图, 如图 1-4(模型 1) 所示。

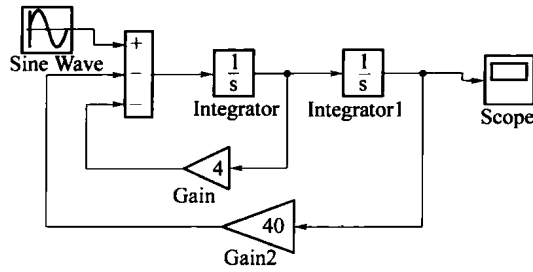


图 1-4 仿真框图 1

根据微分方程的不同形式, 还可以得到其他形式的仿真框图。可以通过位移信号的导数再通过放大器来得到阻尼项, 得到仿真模型 2(图 1-5)。

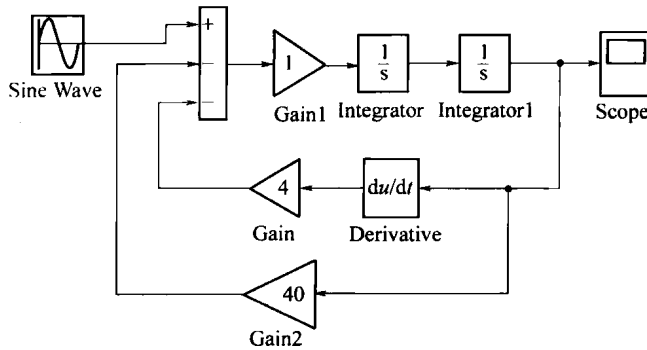


图 1-5 仿真框图 2

也可以将阻尼力和弹性力通过位移的一次导数和两次导数来得到, 这里, 将原数学模型表示为

$$x = \frac{1}{k} [f(t) - c\dot{x} - m\ddot{x}]$$

得仿真模型 3, 如图 1-6 所示。

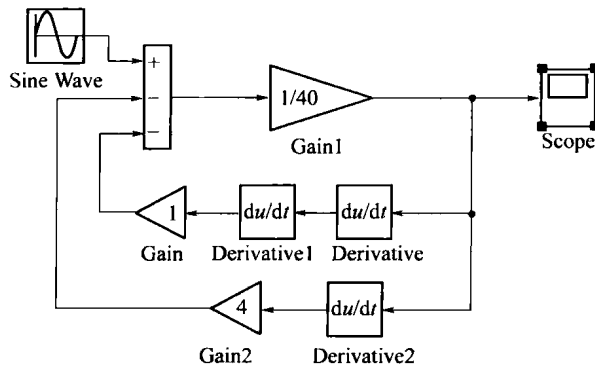


图 1-6 仿真框图 3



在实际使用中,一般要避免仿真图中单独出现微分环节以及过多的中间重复环节(见 4.2.3 节),在图 1-5 中出现了单独的微分环节,图 1-6 中不但出现了单独的微分环节,还出现了多个重复的导数环节,因此图 1-4 是有效仿真图,图 1-5 和图 1-6 有可能得不到正确仿真结果。

**例 1-4** 设一个简单系统描述如下,  $y(t) = \begin{cases} 2u(t), & t > 25 \\ 10u(t), & t \leq 25 \end{cases}$  系统的输入是一个正弦波形  $\sin t$ , 试画出仿真示意框图(图 1-7)。

**解** 该系统的特点是一个分段表达式,在建立仿真模型时,通常采用开关模型元件(Switch)和关系操作符元件(Relational Operator)来表达这种关系,如图 1-8 所示。

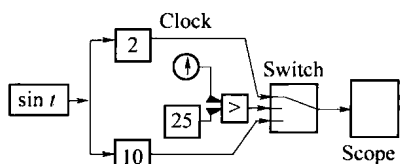


图 1-7 仿真示意图

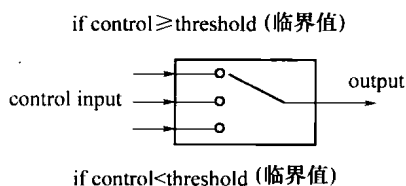


图 1-8 Switch 元件原理

开关元件特性:通过设置开关的临界值和开关的控制信号来控制输出信号。如果控制信号(开关元件的中间输入端口)大于等于临界值,则开关的输出端口信号与顶端的输入关口连接;如果控制信号小于临界值,则开关的输出端口信号与底部的输入关口连接。

**例 1-5** 蹦极跳动力学仿真。蹦极者质量为 58kg,设桥梁与水面之间的距离为 80m,弹性绳长为 30m,弹性刚度为  $k$ ,一端系在桥梁上,另一端系于蹦极者。从桥梁位置开始无初速落下,坐标原点  $o$  取在绳长位置(图 1-9),以蹦极者为研究对象,可以得到动力学微分方程为

$$m\ddot{x} = mg + b(x) - a_1\dot{x} - a_2|\dot{x}|\dot{x}$$

$$\text{式中: } b(x) = \begin{cases} -kx, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

设  $m = 58\text{kg}$ ,  $k = 20\text{N/m}$ ,  $g = 10\text{m/s}^2$ , 空气阻尼为非线性阻尼模型;  $a_1 = a_2 = 1$ , 其初始条件为  $x(0) = -30$ ,  $\dot{x}(0) = 0$ 。

在蹦极过程中,蹦极者不能越过水面位置,因此,在给定的条件下,参与蹦极者的质量必须有一定的限制,这就必须要事先知道其运动规律。然而这是一个复杂的力学模型,由于非线性阻尼项的存在,难以得到系统的解析解,但容易建立系统的仿真模型。在图 1-10 仿真图中使用了开关元件来处理分段函数模型。

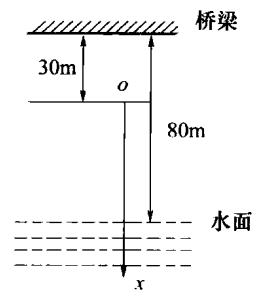


图 1-9 蹦极跳模型示意图

请读者分析:如果将坐标原点取在静平衡位置,则如何给出数学模型和初始条件?