

化工设备

机械基础

主编

朱思明

汤善甫

上

华东化工学院

前 言

本书是按化学工艺类和化学工程类专业对化工设备的机械知识和设计能力的要求而编写的。全书分上、中、下三册。上册介绍静力学、材料力学和化工设备常用材料等内容；中册介绍传动零件及减速机等内容；下册介绍常低压容器设计、化工设备常用零部件和典型化工设备的设计方法等内容。不同专业可以根据需要进行选用。

本书由朱思明、汤善甫主编。上册由朱思明编写，中册的齿轮一章由丁永平编写，中册的其余章节和下册由汤善甫编写。习题部分：上册由丁永平选编，中册由应曰中选编，下册由张永贞选编。全书由汤善甫统编。本书在编写过程中得到化工设备机械基础教学科研组全体同志的大力协助。

华东化工学院化工设备机械基础教学科研组
一九八五年十月

目 录

| | | |
|-------|------------------|---------|
| 第一章 | 零部件受力分析 | (1) |
| § 1—1 | 受力分析概述 | (1) |
| § 1—2 | 约束、约束反力与受力图 | (2) |
| § 1—3 | 平面汇交力系的合成和平衡条件 | (8) |
| § 1—4 | 平面力偶系的合成和平衡条件 | (12) |
| § 1—5 | 平面一般力系的合成和平衡条件 | (15) |
| 第二章 | 拉伸与压缩 | (27) |
| § 2—1 | 材料力学的基本概念 | (27) |
| § 2—2 | 拉伸和压缩 | (30) |
| § 2—3 | 材料的机械性质 | (40) |
| 第三章 | 直梁的平面弯曲 | (57) |
| § 3—1 | 弯曲变形的实例和概念 | (57) |
| § 3—2 | 直梁弯曲的内力分析 | (59) |
| § 3—3 | 平面弯曲的应力计算 | (67) |
| § 3—4 | 平面弯曲的变形计算——挠度和转角 | (78) |
| § 3—5 | 超静定梁 | (88) |
| 第四章 | 剪切与扭转 | (95) |
| § 4—1 | 剪切构件的受力与变形特点 | (95) |
| § 4—2 | 剪切和挤压的实用计算 | (95) |
| § 4—3 | 扭转变形的概念 | (99) |
| § 4—4 | 传动轴外力矩的计算 | (100) |
| § 4—5 | 纯剪切 剪切虎克定律 | (100) |
| § 4—6 | 圆轴扭转时横截面上的内力和应力 | (101) |
| § 4—7 | 圆轴扭转时的强度条件 | (105) |
| § 4—8 | 圆轴的扭转变形与刚度条件 | (108) |
| 第五章 | 复杂应力情况下的强度计算 | (112) |
| § 5—1 | 应力状态的概念 | (112) |
| § 5—2 | 二向应力状态分析 | (113) |
| § 5—3 | 三向应力状态下一点的最大剪应力 | (115) |
| § 5—4 | 广义虎克定律 | (116) |
| § 5—5 | 强度理论简介 | (117) |

| | |
|---------------------------------|---------|
| § 5—6 组合变形的强度计算..... | (119) |
| 第六章 压杆的稳定性..... | (125) |
| § 6—1 压杆稳定性的概念..... | (125) |
| § 6—2 临界压力的确定 欧拉公式..... | (126) |
| § 6—3 欧拉公式的适用范围 中长杆和粗短杆的计算..... | (128) |
| § 6—4 压杆稳定性的实用计算..... | (131) |
| § 6—5 提高压杆稳定性的措施..... | (135) |
| 第七章 化工设备材料..... | (140) |
| § 7—1 概述..... | (140) |
| § 7—2 碳钢和铸铁..... | (140) |
| § 7—3 钢的热处理..... | (144) |
| § 7—4 合金钢..... | (155) |
| § 7—5 有色金属及合金..... | (167) |
| § 7—6 非金属材料..... | (170) |
| 附 录 型钢表..... | (174) |

第一章 零部件受力分析

设计化工、炼油设备时，必须按照安全、经济、可靠的原则来确定设备及零部件的截面尺寸（例如筒体壁厚、螺栓直径、型钢规格等），这是设备零部件机械设计的一个基本内容。但是在确定设备零部件的截面尺寸时，首先要进行受力分析，因为设备或零部件工作时都要受到各种各样的外力作用，如果不能作出正确的受力分析和计算，就会使后面的工作缺乏可靠的基础。如果对受力分析的基本概念不清楚，那么在应用设计规范或即使作经验设计时也会增加强度估算的困难。本章的任务就是讨论设备、零部件（以下统称为构件或简称为物体）在外力作用下进行受力分析和计算的基本方法。由于化工、炼油设备大多数是静置设备，因此，本章所讨论的受力分析对象主要是静置状态的构件。

§ 1—1 受 力 分 析 概 述

下面先举例初步说明受力分析是怎么一回事，以及为什么要进行受力分析。塔设备是化工、炼油厂主要生产设备之一，由于比较高大，常常安装在室外，塔设备除了自身重量 W 以外，还受到很大的风力 q （见图 1—1）。塔设备所以不发生下沉或被大风刮倒，是由于塔底部有坚实的基础和埋得很深的基础螺栓在起作用。

我们分析一下塔设备受到哪些外力作用（参阅图 1—1 b）

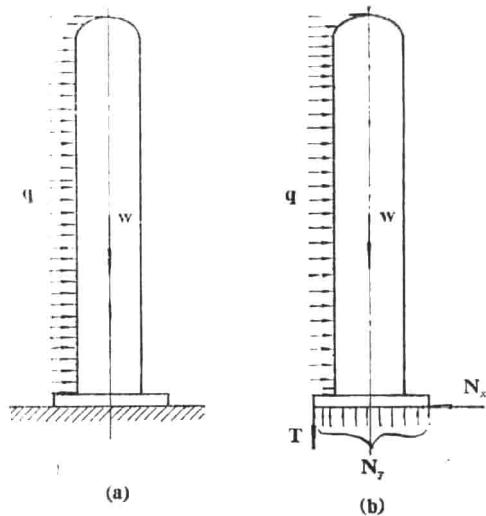


图 1—1

- (1) 塔自身的重量 W
- (2) 风力 q
- (3) 基础对塔底的反作用力 Ny (力 Ny 把塔托住)
- (4) 基础螺栓对塔的拉力 T 和横向阻力 Nx , 使塔既不会被风吹倒, 也不会移动。

由以上分析可知, 塔上作用着 W , q , Nx , Ny , T 五个力, 其中 W , q 可以从设计条件估算或从设计规范上查出, 因此是已知力; 而 Nx , Ny 和 T 是待求的未知力。通过塔处于“平衡状态”(相当于静置状态)的特定条件, 并根据下面将要介绍的静力平衡方程, 可以比较简便地由已知力求解这三个未知力, 从而把塔设备底部的受力情况分析清楚, 然后就可以根据下一章所要介绍的强度条件计算出:

- (1) 受拉力 T 作用的基础螺栓要选用多大的直径?
- (2) 受风力 q 和 Ny 力作用的塔底座圈应选用多大的尺寸?
- (3) 由已知塔的设计压力 p , 风力 q 和塔的重量 W 确定塔体的壁厚。

通过这个例子对受力分析的基本内容和处理方法所作的概略介绍, 可以初步看出, 学习受力分析时应着重讨论:

- (1) 物体平衡的概念和静力平衡的基本规律。
- (2) 如何运用静力平衡的规律, 由已知力求出未知力。

§ 1—2 约束、约束反力与受力图

化工、炼油设备都是安装在一定的基础上, 或与其他设备有着某种形式的联系。如卧式贮槽安放在鞍式支座上, 支座又用基础螺栓牢固地安装在地基上; 又如管道安放在管架上。于是, 这些贮槽、管道就不能任意运动。工程上把对于某一构件的活动起着限制作用的其他物体叫做约束。例如鞍式支座和基础(包括基础螺栓)是卧式容器的约束。约束所以能限制构件的运动是由于约束有力作用在被约束的构件上, 这种作用力, 称为约束反力, 简称反力。工程上把能使物体发生运动或运动趋势的力叫做主动力。例如作用在塔设备上的风力、重力等。显然, 约束反力是一种被动力, 是由于有了主动力的作用才引起的。作用在构件上的力, 从运动与约束的观点考虑可分为主动动力和约束反力两大类。我们对物体进行受力分析, 就是在已经确定的主动动力作用下, 求出约束反力的大小和方向。

为了使物体受力情况的分析能清晰地表达出来, 需要把所分析的物体(即研究对象)从跟它发生联系的周围物体中分离出来。这个被分离出来的研究对象称为分离体。为了不改变分离体的受力情况, 就必须把作用在分离体上的全部作用力——主动力及周围约束对分离体作用的约束反力都画出来。这样画出的物体受力简图就称为受力图。适当地选取分离体, 正确地画出受力图是进行受力分析的主要前提。下面举例说明受力图的画法(图 1—2)。

贮槽安装在支座 A 、 B 上, 支座 A 、 B 是贮槽的约束(图 1—2 a)。作贮槽的受力图时, 先将贮槽的约束——支座 A 、 B 去除。也即使贮槽从周围的约束中分离出来。画上作用于贮槽的主动力 W , 加上约束反力 N_A 、 N_B , 即得贮槽的受力图(1—2 b)。

上面已说过, 进行受力分析的主要任务是求出在已知的主动动力作用下, 物体所受的约束反力; 而约束反力的大小、方向又与物体所受的约束具体情况有着密切的关系, 约束的类型

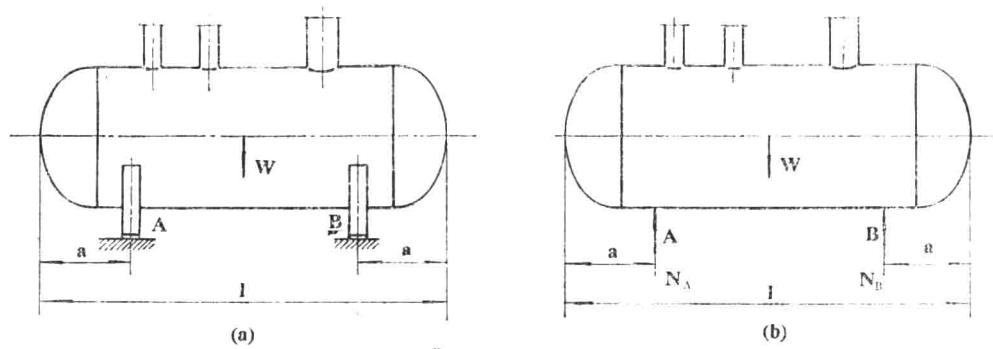


图 1—2

不同，所产生的约束反力也不同。下面介绍工程上常见的几种约束形式和确定约束反力的方法。

一、柔性物体约束

这类约束是从绳索、钢索、皮带等一类柔性物体抽象出来的。这类约束的特点是只能限制被约束的物体沿这些物体被拉直的方向运动。因此，约束反力只能是拉力，而不能是压力，因为柔性物体受压时不能阻碍物体的运动。起重机起吊重物用的钢索（图 1—3），栓灯的绳子（图 1—4）都属这一类约束。约束反力的作用线沿着被拉直的柔性物体的中心线，指向总是背着被约束物体运动（或运动趋向）的方向，如图 1—3 b、图 1—4 b 所示。

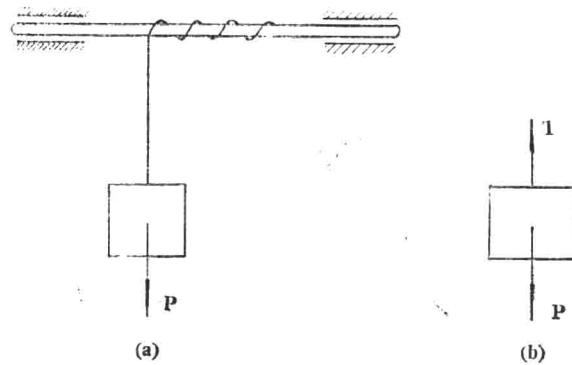


图 1—3

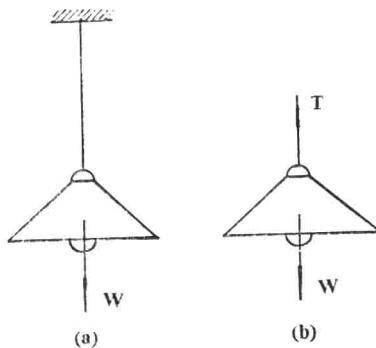
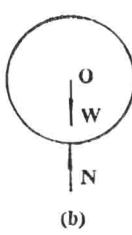
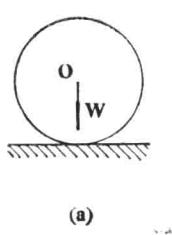


图 1—4

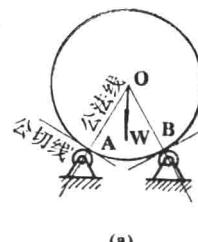
二、光滑面约束

当两个物体的接触面比较光滑或有良好的润滑时，接触面间的摩擦力很小，可以忽略不计，这类约束叫做光滑面约束。这种约束只能阻止物体沿着接触点的公法线而趋向支承面的运动，但不能阻止物体离开支承面和沿其切线的运动。因此，约束反力应通过接触点，并沿公法线，指向与物体被阻止运动的方向相反（指向被约束物体）。例如车轮与轨道接触时（图1—5）若不计钢轨的摩擦，则钢轨可视为光滑面约束。车轮在主动力W作用下有向下运动的趋势，而约束反力N则沿公法线且铅直向上。再如圆筒形容器在拼装过程中搁在托轮上（图1—6），容器与托轮分别在点A、B处接触，托轮作用于容器的约束反力 N_A 和 N_B 分别沿接触点的公法线，即沿圆筒形容器的半径方向，指向圆心O。

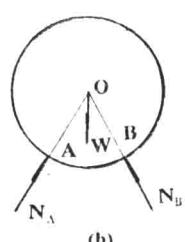


(a)

(b)



(a)



(b)

图 1—5

图 1—6

三、固定铰链约束

圆柱形铰链是最常见的一种约束，这种约束最简单、最典型的形式是圆孔内插入一个光滑的圆柱形销钉联接而成。常见的门窗铰链就是圆柱形铰链。若把构成圆柱形铰链的其中一个构件固定在基础、支架或机架上，这样的圆柱形铰链叫做固定铰链支座（图1—7）。由图可以看出，销钉的约束作用是阻止物体在与销钉的轴线相垂直的平面内沿任何方向移动。由于杆件L可绕销钉转动，所以杆件与销钉的接触点m的位置也是随着构件受力情况的不同而相应地改变，因此约束反力N的指向也跟着变动。为了便于分析，通常用互相垂直的两个分力 N_x 、 N_y 代替方向待定的约束反力N。固定铰链支座约束的计算简图如图1—7c所示。

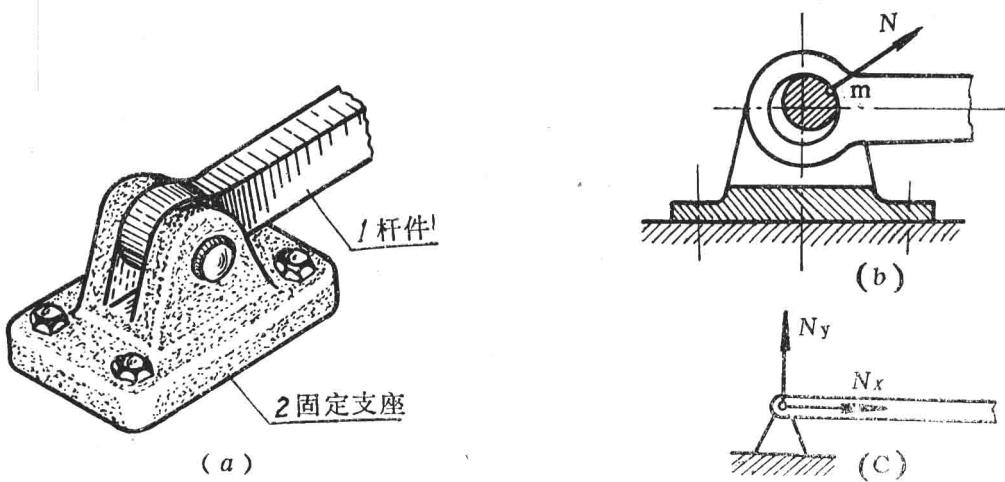


图 1—7

四、辊轴支座约束

化工、炼油厂的某些管道、卧式容器，为了适应较大的温度变化使能相应地伸长或收缩，常在其中一个支座与基础接触面之间装有几个辊轴，使这个支座可以沿着管道或容器的轴向自由移动（图 1—8 a）。所以辊轴支座约束的特点是只限制支座沿垂直于支承面方向的运动，因而在不计摩擦的情况下，约束反力的指向必定垂直于支承面，并通过铰链中心，指向被约束物体。如图 1—8 b、c 都是辊轴支座约束的计算简图。

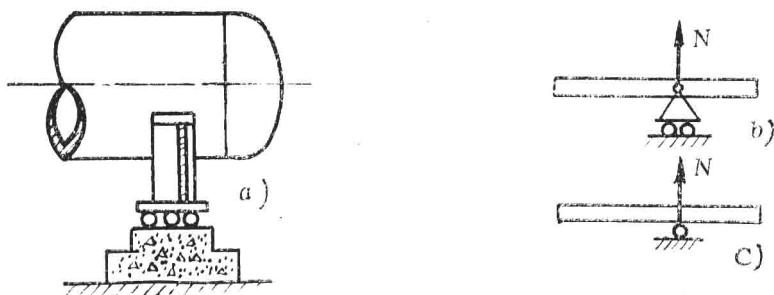


图 1—8

五、固定端约束

图 1—9 所示的塔设备底部的约束和图 1—10 所示插入建筑结构内部的悬臂式管架的约束属于固定端约束。固定端约束的特点是，构件的一端嵌入基础或建筑物内部使连成一体，完全固定着，既不允许构件沿轴线横向移动，也不允许转动。要达到这样的约束效应，在一般情况下必须存在三个约束反力。今以受风力 q 作用的塔设备底部固定端约束为例，它的三个约束反力可用图 1—9 b 所示的 N_x 、 N_y 和 M 表示。 N_x 限制塔设备沿水平方向移动的趋势， N_y 限制塔设备向下运动的趋势， M 限制塔设备由于风力引起倾覆的趋势（即限制转动的趋势）。再如图 1—10 所示的管架，由于水平方向没有主动力，因此固定端约束反力只有两个，即 N_{Ay} 限制管架往下运动的趋势， M_A 限制管架倾覆的趋势（即限制转动的趋势），见图 1—10b。

在初步了解几种常见的约束及其反力的性质以后，就可以讨论如何对研究的物体画受力图了。下面通过一些实例来说明受力图的作法。

例 1—1 当用手去打开图 1—11 所示人孔盖时，设手中所用力为 P ，并与铅垂线成 30° 角，盖子重量已知为 G ，试画人孔盖的受力图。

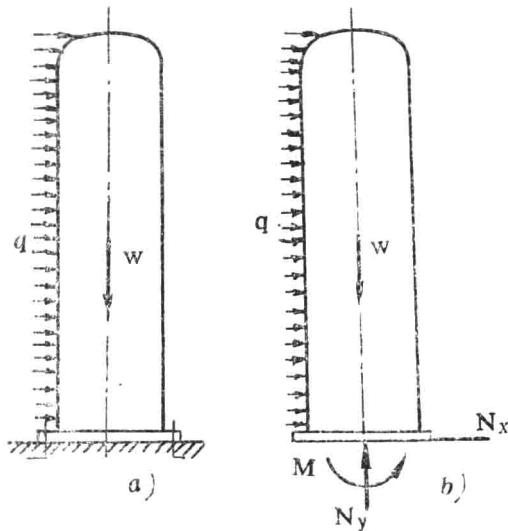


图 1—9

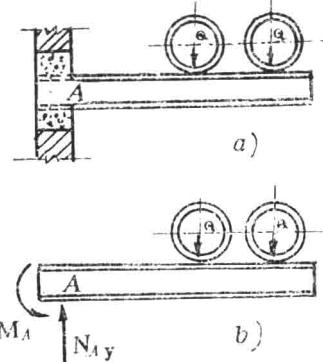


图 1—10

解：图 1—11 所示的人孔盖与支承物孔体是用销钉联接的，当人孔盖正在打开时，人孔盖有绕销钉转动的趋势。此时，盖上共受到三个力的作用，两个主动力 P 和 G ，一个约束反力 N 。由于 N 的大小和方向未知，可用两个分力 N_x 和 N_y 表示。

例 1—2 墙式起重装置由横梁 AB 和拉杆 CD 组成机架，其结构简图如图 1—12 a 所示。在 B 处有一小滑轮，吊索的一端经滑轮与重物 P 相连。拉动吊索另一端时，重物 P 则等速上升。 A 、 C 、 D 三处均可视为固定铰链约束。略去机架和小滑轮的重量，试画出横梁 AB 和拉杆 CD 的受力图。

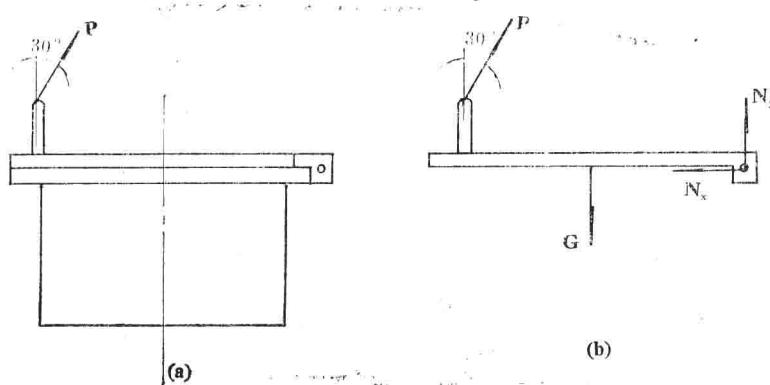


图 1-11

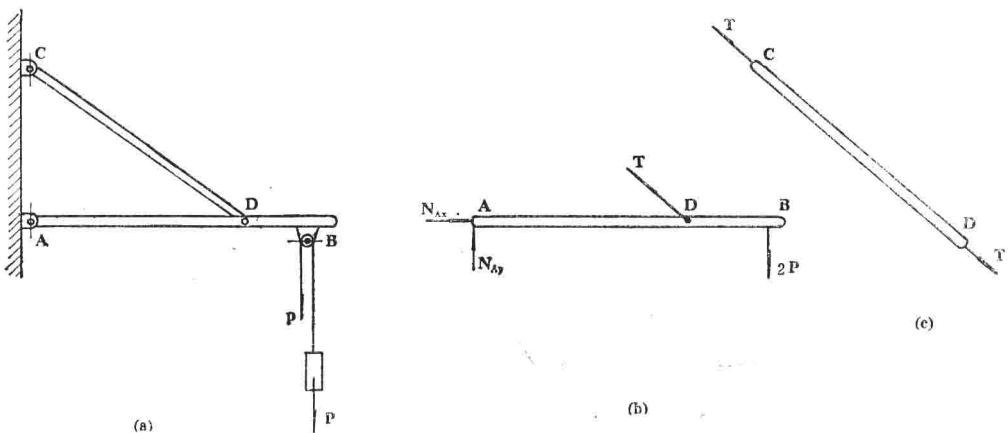


图 1-12

解：取拉杆 CD 为分离体。拉杆上除了 C 端和 D 端用铰链约束外，没有其他外力，而且是处于静止状态。按静力平衡条件，拉杆 CD 二个受力点上的力一定沿两点的联接线，大小相等、方向相反，其受力图如图 1-12 c 所示，关于这类仅受二力作用，处于平衡状态的构件，在受力分析中称为“二力构件”，在画一结构中的构件受力图时，对于二力构件应先进行分析。

再取横梁 AB 为分离体。横梁上作用着主动力 $2P$ 和 A 、 D 两处的约束反力，其中 A 端为固定铰链约束，其约束反力可用通过圆孔平面中心，沿 X 轴和 Y 轴方向的两个分力 N_{Ax} 和 N_{Ay} 来表示。 N_{Ax} 、 N_{Ay} 的方向在没有把握准确判断的情况下，首先假定为图 1-10 b 所示，若假定反了，可通过计算结果加以纠正。铰链 D 处的约束反力 T' 与拉杆 CD （图 1-12 c）所受约束反力 T 是互为作用与反作用关系，因此其作用方向亦可确定下来（图 1-12 b）。

下面将受力图的画法和注意事项概述如下：

(1) 首先将要研究的物体取作分离体，解除约束，从其他物体分离开来。

- (2) 先画作用在分离体上的主动力，再在解除约束的地方画约束反力。
- (3) 画约束反力时要充分考虑约束的性质。如固定铰链约束，一般可画一对位于约束平面内互相垂直的约束反力，但若属于二力构件，则应按二力构件特点画约束反力。
- (4) 在画物系中各物体的受力图时，要利用相邻物体间作用力与反作用力之间的关系。当作用力与反作用力方向其中的一个已确定（或假定）时，另一个也随之而定。
- (5) 柔性约束对物体的约束反力只能是拉力，不能是压力。

§ 1—3 平面汇交力系的合成和平衡条件

受力图是对物体进行受力分析和计算的基础，在画出物体受力图的基础上，接着的问题是对作用在物体上的外力进行计算。

作用于物体的一群力称为力系。如果作用在物体上诸力的作用线位于同一平面内，且汇交于一点，则这种力系称为平面汇交力系。例如起吊筒体的吊钩上作用的就是这种力系（图 1—13）。

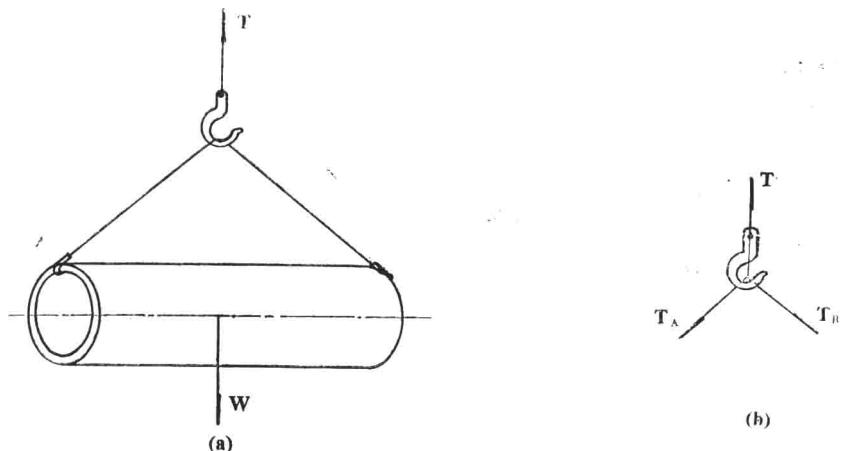


图 1—13

一、平面汇交力系的合成

1. 力在坐标轴上的投影

从物理学我们知道：作用在物体的某一点上的二个力，其合力也作用于同一点，其大小与方向可以用此两力为邻边的平行四边形的对角线来表示（图 1—14）。用式子表示即为

$$\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2$$

式中的“+”号已不是代数中相加的符号，而是表示用平行四边形规则求合力，实质上它是矢量的几何加法，上式也可看作力 R 沿 F_1 及 F_2 指向的分解，换句话说，力的分解也要按平行四边形规则进行。

二力的合成只有一个合力，但一个力分解为二个分力时，却可能有无数种解答，具有特别重要意义的是将一个力分解为二个互相垂直的分力。在工程实际运算中，一般都将作用力按直角坐标系的坐标轴方向分解，然后进行运算，这样可以避免许多繁复的计算。力沿坐标轴分解后的数值，可用投影法计算，如图 1—15。设有一力 F 作用在 A 点，力的大小及方

向(力与X轴的夹角 θ)为已知,则由三角学得知

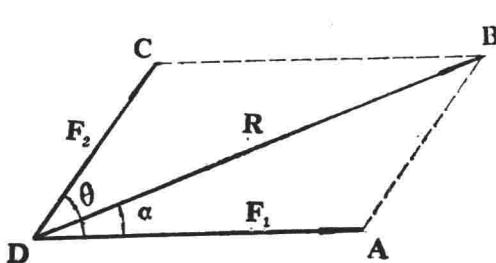


图 1-14

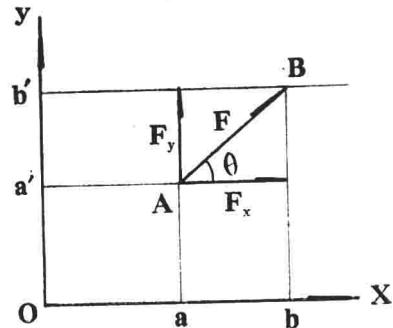


图 1-15

$$F \text{ 力在 } X \text{ 轴上的分力} \quad F_x = F \cdot \cos \theta \quad (1-1)$$

$$F \text{ 力在 } Y \text{ 轴上的分力} \quad F_y = F \cdot \sin \theta \quad (1-2)$$

由图 1-15 可知, F 力在 X 轴上的投影 ab , 其值与 F_x 的大小相同; F 力在 Y 轴上的投影 $a'b'$, 其值与 F_y 的大小相同。因此得知 F 力在 X 和 Y 轴上分力 F_x 和 F_y 的大小, 也可以用其在 X 和 Y 轴上的投影来表示, 即

$$F_x = F \cdot \cos \theta = ab \quad (1-3)$$

$$F_y = F \cdot \sin \theta = a'b' \quad (1-4)$$

在力的方向不同时, 其分力的方向与坐标轴同向或反向, 如图 1-16。我们以正负号区别, 并规定分力与坐标轴同向者为正, 反之为负。

若力在坐标轴上的投影已知, 则力 F 的数值和方向亦可求得。从图 1-15 可推得

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad (1-5)$$

及

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{F_y}{F_x} \quad (1-6)$$

2. 合力投影定理

设物体上作用着汇交的二个力 F_1 、 F_2 , 它们的合力为 R , 现在要寻求力 F_1 、 F_2 与合力 R 在投影方面的关系。设 AB 和 AC 分别表示力 F_1 和 F_2 (图 1-17)。根据投影定义, 得

$$F_1x = ab, \quad F_1y = a'b'$$

$$F_2x = ac, \quad F_2y = a'c'$$

AD 表示 F_1 和 F_2 的合力 R , 它在坐标轴上的投影为

$$Rx = ad, \quad Ry = a'd'$$

由图 1-17 可见

$$AC \parallel BD, \quad AB \parallel CD$$

故

$$Rx = ad = ab + bd = ab + ac = F_1x + F_2x$$

$$Ry = a'd' = a'c' + c'd' = a'c' + a'b' = F_1y + F_2y$$

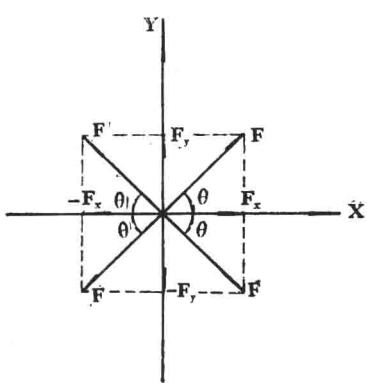


图 1-16

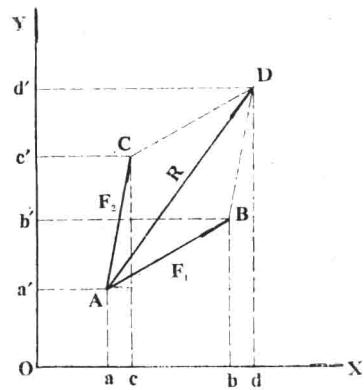


图 1-17

显然，上述方法可以推广到任意多个汇交力的情况。设有 n 个力汇交于一点，它们的合力为 \mathbf{R} ，则

$$\begin{aligned} Rx &= F_1x + F_2x + \dots + F_nx = \sum Fx \\ Ry &= F_1y + F_2y + \dots + Fny = \sum Fy \end{aligned} \quad (1-7)$$

式 1-7 就是合力投影定理的表达式，它表示：力系的合力在某一坐标轴上的投影等于力系的各个力在同一坐标轴上投影的代数和。由 投影 Rx, Ry 就可求出合力 R 的数值(图1-18)

$$R = \sqrt{Rx^2 + Ry^2} = \sqrt{(\sum Fx)^2 + (\sum Fy)^2} \quad (1-8)$$

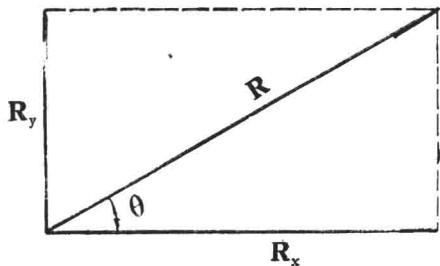


图 1-18

其方向可由合力作用线与 X 轴的夹角 θ 表示

(图 1-18)

$$\tan \theta = \frac{Ry}{Rx} = \frac{\sum Fy}{\sum Fx} \quad (1-9)$$

二、平面汇交力系的平衡条件

若作用于物体上的力系的合力为零，则该力系将不引起物体运动状态的改变，也即该力系是平衡力系。从式1-8可知，平面汇交力系保持平衡的必要条件是

$$R = \sqrt{(\sum Fx)^2 + (\sum Fy)^2} = 0$$

此时该力系对物体没有外效应。为此，必须是

$$\begin{aligned} \sum Fx &= F_1x + F_2x + \dots + F_nx = 0 \\ \sum Fy &= F_1y + F_2y + \dots + Fny = 0 \end{aligned} \quad (1-10)$$

所以，平面汇交力系平衡条件是：力系的各个力在互相垂直的两个坐标轴上投影的代数和都等于零。式1-10是平面汇交力系平衡条件的表达式，称为平面汇交力系的平衡方程。

在求解平面汇交力系问题时，常用到这个公式。

例 1-3 圆筒形容器重量为 G ，置于托轮 A 、 B 上，如图 1-19 所示，试求托轮对容器的约束反力。

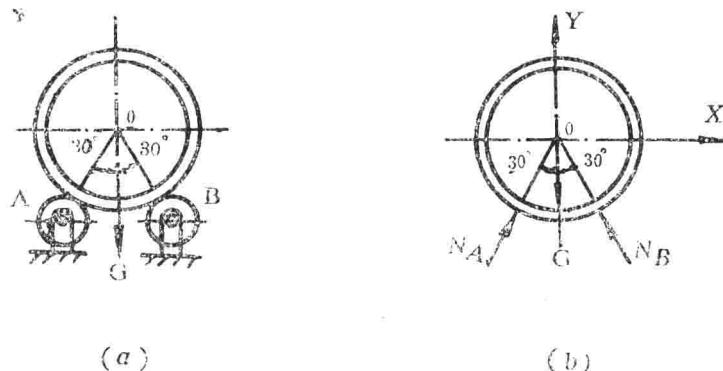


图 1-19

解：取容器为研究对象，画受力图（见图 1-19 b）。托轮对容器是光滑面约束，故约束反力 N_A 和 N_B 应沿接触点公法线指向容器中心，它们与 Y 轴的夹角为 30° 。由于容器重力也过中心 O 点，故容器是在三力组成的平面汇交力系作用下处于平衡，于是有：

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 & N_A \sin 30^\circ - N_B \sin 30^\circ &= 0 \\ \sum F_y &= 0 & N_A \cos 30^\circ + N_B \cos 30^\circ - G &= 0\end{aligned}$$

解之得

$$N_A = N_B$$

及

$$N_A = N_B = \frac{G}{2 \cos 30^\circ} = 0.58G$$

可见，托轮对容器的约束反力并不是 $G/2$ ，而且二托轮相距越远，托轮对容器间的作用力越大。

例 1-4 某化工厂起重用的吊架，由 AB 和 BC 两杆组成（见图 1-20）， A 、 B 、 C 三处均为铰链连接。在 B 处的销钉上装有一个小滑轮，它的重量和尺寸都可略去不计，吊索的一端经滑轮与盛有物料的铁筒相连，设筒和物料重 $W = 150 \text{ kgf}$ 。吊索的另一端绕在卷扬机绞盘上。在卷扬机开动时，铁筒即等速上升。略去杆重，求 AB 和 BC 杆所受之力。

解：取小滑轮为分离体，绘受力图如图 1-20 c 所示。因为滑轮是光滑的，可不考虑摩擦。重物 W 用吊索经过滑轮与卷扬机联接，当物料匀速上升时，吊索中的拉力就等于筒和料重， $T = W$ 。 AB 和 BC 杆都是二力杆，它们对滑轮的约束反力 N_{AB} 和 N_{BC} 分别沿两杆的轴线。因 N_{AB} 、 N_{BC} 、 T 、 W 各力成一个平面汇交力系， B 是它们的共同作用点，在 B 建立一个坐标系。根据静力平衡条件得

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 & -N_{AB} \cos 30^\circ - N_{BC} - T \cos 45^\circ &= 0 \\ \sum F_y &= 0 & N_{AB} \sin 30^\circ - T \sin 45^\circ - W &= 0\end{aligned}$$

已知

$$T = W$$

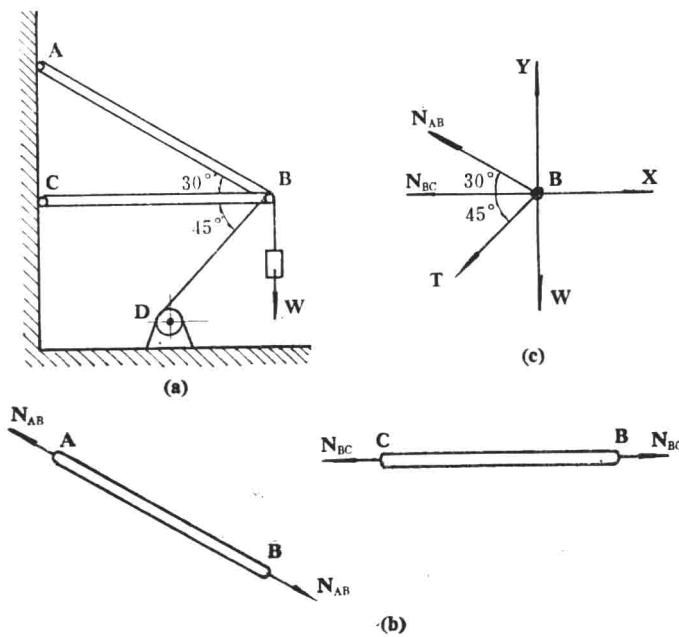


图 1—20

解出 N_{AB} 和 N_{BC} 得

$$N_{AB} = \frac{W(1 + \sin 45^\circ)}{\sin 30^\circ} = \frac{150(1 + 0.707)}{0.5} = 512 \text{ kgf}$$

$$\begin{aligned} N_{BC} &= -N_{AB} \cos 30^\circ - T \cos 45^\circ \\ &= -512 \times 0.866 - 150 \times 0.707 \\ &= -549 \text{ kgf} \end{aligned}$$

式中负号说明 N_{BC} 的指向与图中假定者相反，即 BC 杆所受到的不是拉力，而是压力。

通过上述两个例子，我们可以把平面汇交力系平衡问题的解题方法概述如下：

(1) 根据题意，取适当的物体为分离体，进行受力分析，画出受力图。若约束反力的指向不能预先判明时，可以进行假定。

(2) 在力系的汇交点，选取适当的坐标系。选取坐标系时应尽量使力的投影计算简便。一般应使坐标轴与较多的力平行或垂直。

(3) 根据平衡条件 $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$ ，列出平衡方程式，从而解出所求的未知量。

§ 1—4 平面力偶系的合成和平衡条件

一、力偶

在工程实践中，经常遇到一个物体上受到两个大小相等、方向相反、不共作用线的平行力。化工厂中徒手开启和关闭管道阀门时，操作工人经常用二个上述的力转动手轮，便是一例（见图 1—21）。这一对平行力称为力偶，通常用 (F, F') 表示。力偶对物体的作用是引起物体的转动。凡主动引起物体转动状态改变或有转动状态改变趋势的力偶称为主动力

偶。图 1—21 中，操作工人在转动手轮时所施的大小相等、方向相反的一对平行力 F 和 F' ，就组成一个主动力偶。

力偶的两个力，虽然大小相等、方向相反，但不共作用线，所以不满足二力平衡原理，它们不成为平衡力系。

二、力偶矩

人们通过长期生产实践，认识到力偶对物体的转动效应，既与力 F 的大小成正比，又与力偶臂 d （即两力作用线之间的垂直距离，见图 1—22）成正比。因此，力偶使物体转动的效应是以力的数值 F 与力偶臂 d 的乘积 Fd 来量度，这个乘积称为力偶矩，用符号 M 表示，即

$$M = \pm Fd \quad (1-11)$$

力偶矩的单位是 $\text{kgf} \cdot \text{m}$ 或 $\text{kgf} \cdot \text{cm}$ 。上式右边的正负号表示力偶的转动方向，规定凡产生反时针转向的力偶矩为正，顺时针转向为负。

力偶矩实质上是力偶中两个力对平面上任意点的力矩的代数和。可以证明如下：如图 1—22 所示，在力偶 (F, F') 的作用面内任取一点 0 为矩心，设 0 点至力偶中的一力 F' 的距离为未知量 x ，至另一力 F 的距离便为 $x + d$ ，则力偶二力对 0 点力矩的代数和为

$$M_0(F) + M_0(F') = F(x+d) - F'x = Fd \quad (1-12)$$

由以上计算可知，力偶对其作用平面内任意一点的矩，与该点（矩心）的位置无关，始终是一个常量，并等于力偶中一力的大小，与两力间距离的乘积，这说明力偶使物体绕其作用平面内任意一点转动的效应是相同的。

为了说明力偶的特性，我们观察图 1—23 所示的绞车运转情况。设该绞车在其绞柄上受到主动力偶 (F, F') 作用时，它即朝着顺时针转向转动。实践证明，如果把绞柄从 AB 位置转到 $A'B'$ 位置，或者把绞柄用套杆加长，在其两端另施力偶 (F_1, F'_1) （套杆和该两力在图均未画出），则只要力偶矩的大小及其转向不变，绞车的运转状态也不会改变。由此可见，只要保持力偶矩的大小和力偶的转向不变，力偶的位置可在其作用面内任意移动或转动，还可同时任意改变力的大小和臂的长短，而不会影响该力偶对物体的效应。因此，力偶可以用力和力偶臂表示（图 1—24 a, b），也可以用一端带箭头的弧线表示（图 1—24 c），例如图 1—24 所表示的力偶矩都是 $1000 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$ 。

如果两个力偶矩的值和转动方向完全相同（力的大小和方向以及力臂可不一样），则这样两个力偶称为等效力偶或互等力偶。

三、合成和平衡条件

力偶矩也如力那样，可以进行合成。设有一平面力偶系 $(F_1, F'_1), (F_2, F'_2)$ 和 (F_3, F'_3) ，它们的力偶臂分别为 d_1, d_2 和 d_3 （图 1—25），现在来求它们的合成。

以 M_1, M_2, M_3 分别表示各力偶之矩，即有

$$M_1 = F_1 d_1; \quad M_2 = -F_2 d_2; \quad M_3 = F_3 d_3$$

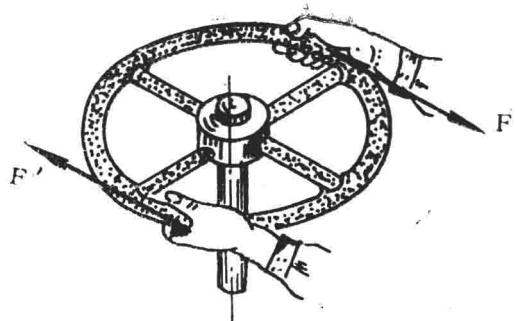


图 1—21