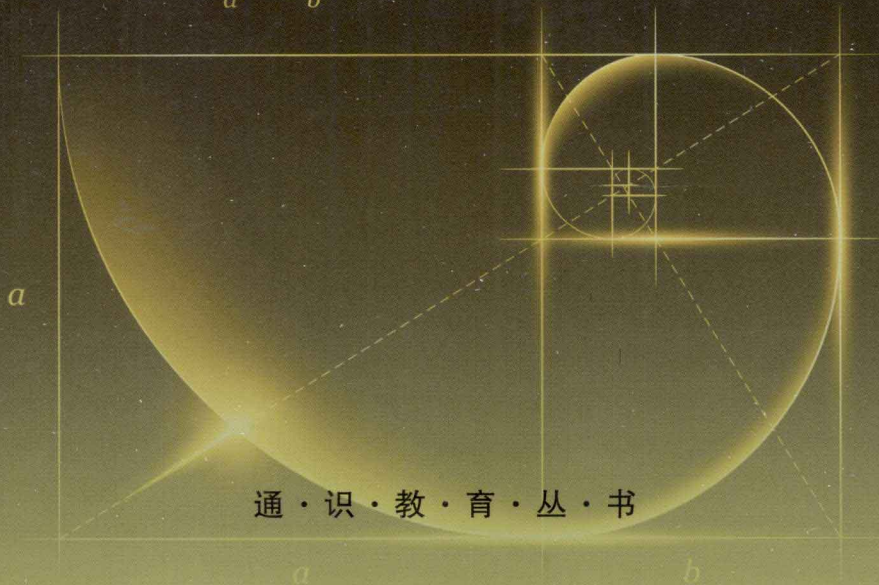


$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = 1.618$$



通·识·教·育·丛·书

数学赏析

Enjoy Mathematics

向隆万◎著

结绳记事，田地丈量，数学之源也；大哉宇宙，微乎粒子，数学之存也。运筹一室，洞察千里，数学之巧也；“神舟”飞天，基因揭秘，数学之用也；缜密推理，严格证明，数学之魂也；简洁对称，奇异和谐，数学之美也。锱铢必较，纤毫毕露，数学之准也；但求形数，不拘具象，数学之纯也；思耶赏耶？见仁见智，数学之妙也！



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

通 · 识 · 教 · 育 · 丛 · 书

数学赏析

Enjoy Mathematics

向隆万 著



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

内 容 提 要

本书前三章与数学基础有关,包括数学的对象——数与空间、数学常用的形式逻辑方法、公理化体系、有限与无限等;第四章和第五章介绍微积分的基本概念、理论和方法,包括导数、微分、定积分、不定积分等;第六章介绍优化问题。本书还提供了两个选修材料:“唐诗格律的形式体系”和“微积分在经济问题中的若干应用”。

本书取材也有一定特色。如从“科学计数法”、“二进制”、“准确数与近似数”等不同角度介绍“数”;又如讲“空间”,强调笛卡尔坐标引出解析几何的革命性作用,还介绍了高维和分数维空间的意义。在阐述“公理化体系”时,并未停留于数学的逻辑严格性,而是指出它是人类认识世界的重要思想方法,即使在人文社会科学中,也有强大的生命力。对于“导数”和“定积分”这两个微积分最核心的概念,用了相对冗长的篇幅描述历史背景,以及阐明“局部以直代曲,再取极限”的思想方法;在“优化问题”中,不仅介绍了微分求极值的方法,也指出微积分的局限;特别是以崇敬的心情简介了当年数学大师华罗庚先生大力推广的“优选法”和“统筹方法”。

为了突出数学思想的魅力和文化底蕴,本书适当减弱了严格的数学推导;但本书又不是科普通俗读物,希望读者除了会“赏”,还要能“析”;保持了一些数学论证,希望读者能学会解决一些实际问题,并能享受其中的乐趣。

图书在版编目(CIP)数据

数学赏析/向隆万著. —上海:上海交通大学出版社, 2012

(通识教育丛书)

ISBN 978-7-313-08207-7

I. ①数… II. ①向… III. ①数学—青年读物 IV. ①01-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 039478 号

数学赏析

向隆万 著

上海交通大学出版社

北京交通大学出版社 出版发行

(上海市番禺路 951 号 邮政编码 200030)

电话: 64071208 出版人: 韩建民

常熟市文化印刷有限公司印刷 全国新华书店经销

开本: 710mm×1000mm 1/16 印张: 20.25 字数: 323 千字

2012 年 4 月第 1 版 2012 年 4 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-313-08207-7/O 定价: 43.00 元

版权所有 侵权必究

告读者: 如发现本书有印装质量问题请与印刷厂质量科联系

联系电话: 0512-52219025

总序

通识教育再认识

自 19 世纪初美国博德学院的帕卡德教授最早明确提出通识教育概念以降,世界各国通识教育呈现出跌宕起伏的动态过程,相关的研究、讨论与实践不断深入。我国在 20 世纪 90 年代中期以来,针对高等教育过分强调专业教育而忽视综合素质培养的状况,在加强学生素质教育及西方通识教育理念本土化方面,进行了有益的探索,对通识教育的认识在深化,共识在提高。然而,时至今日,对通识教育的本质及其作用等若干关键问题的认识,或似是而非,或语焉不详,需要进一步厘清。

一、通识教育是人本教育

讲通识教育是人本教育,至少包含“育人为本”和“以人为本”两层含义。纵观近现代大学的发展历程,虽然大学越来越多地承担着诸如科技创新、服务社会、文化引领等诸多功能,但是,培养人始终是大学的基本功能。相对于研究机构 and 产业部门等其他社会组织,大学存在的终极理由和根本使命是培养人,就是要在受教育者年轻而又最具可塑性的时候教育他们,塑造他们。

通常,国外将大学功能概括为“Teaching, Research, Service”,其实三者都是为人才培养服务的。简单地视“Teaching”为“人才培养”极不妥当,将人才培养、科学研究和服务社会三大功能等量齐观,更是错上加错。三种功能绝非并列关系,而是主从关系,是“一体两翼”。人才培养是“体”,科学研究和服务社会是从人才培养这个根本使命和核心功能中派生出来的“两翼”,体之不存,翼将焉附?

总序

通识教育再认识

自 19 世纪初美国博德学院的帕卡德教授最早明确提出通识教育概念以降,世界各国通识教育呈现出跌宕起伏的动态过程,相关的研究、讨论与实践不断深入。我国在 20 世纪 90 年代中期以来,针对高等教育过分强调专业教育而忽视综合素质培养的状况,在加强学生素质教育及西方通识教育理念本土化方面,进行了有益的探索,对通识教育的认识在深化,共识在提高。然而,时至今日,对通识教育的本质及其作用等若干关键问题的认识,或似是而非,或语焉不详,需要进一步厘清。

一、通识教育是人本教育

讲通识教育是人本教育,至少包含“育人为本”和“以人为本”两层含义。纵观近现代大学的发展历程,虽然大学越来越多地承担着诸如科技创新、服务社会、文化引领等诸多功能,但是,培养人始终是大学的基本功能。相对于研究机构 and 产业部门等其他社会组织,大学存在的终极理由和根本使命是培养人,就是要在受教育者年轻而又最具可塑性的时候教育他们,塑造他们。

通常,国外将大学功能概括为“Teaching, Research, Service”,其实三者都是为人才培养服务的。简单地视“Teaching”为“人才培养”极不妥当,将人才培养、科学研究和服务社会三大功能等量齐观,更是错上加错。三种功能绝非并列关系,而是主从关系,是“一体两翼”。人才培养是“体”,科学研究和服务社会是从人才培养这个根本使命和核心功能中派生出来的“两翼”,体之不存,翼将焉附?

恩格斯在《共产党宣言》中提出的“每一个人的自由发展是一切人自由发展的条件”的著名观点,以及一个更高级的社会形式应“以每个人的全面而自由的发展为基本原则”背道而驰。众所周知,每一个学生都是独有的生命个体,在先天禀赋、家庭背景、成长环境、知识掌握、兴趣爱好、主观努力、学业成绩、专业技能等方面客观存在各种差异,学校要正视并尊重学生的差别,恪守、秉持并践行“一切为了学生,为了一切学生”,“为了每一个学生的终身发展”的理念,让每个学生都拥有成功梦想的机会。

关于“以人的什么为本”,更是见仁见智,莫衷一是。随着商业社会竞争的日益激烈和就业形势的日渐严峻,让学生用最短的时间掌握最多的知识和技能,成为教育活动的不懈追求,以“专业技能”为本,便顺理成章并大行其道。通识教育应以“完善人格”为本,即以“精神成人”而非“专业成才”为本,亦即以人的行为养成、道德认知、情感体验、理想信念、心灵攀登和全面发展为本,着力把学生培养成有个人修养、有社会担当、有人文情怀、有科学精神、有历史眼光、有全球视野的完整人。

其实,早在古罗马时期,思想家西塞罗就认为,教育的目标不仅是培养具有某些专门技能的人,教育的崇高目标,应当是培养使其他德行相形见绌的真正的拥有至善人格的人。1945年,哈佛委员会在著名红皮书《自由社会中的通识教育》中同样明确地提出,通识教育着眼于学生身体、道德和智力的和谐发展,致力于把学生培养成为知识全面、视野广阔、教养博雅和人格完整的人。我国著名教育家潘光旦一针见血地指出,“教育的理想是在发展整个人格”。蔡元培先生亦精辟论述到:“教育者,养成人格之事业也。使仅仅为灌注知识、练习技能之作用,而不贯之以理想,则是机械之教育,非所以施于人类也。”可以说,强调教育的本质乃是培养健全的人,是古今中外前辈先贤们深邃的通识教育思想精要所在。

二、通识教育是自由教育

穷源溯流,通识教育(General education)的理论渊源,可以追溯到古希腊的博雅教育或自由教育(Liberal arts)。亚里士多德最早提出自由教育思想,他认为自由教育既不立足于实用,也不立足于需求,而是为了心灵的自由;通过发展理性,提升智慧及道德水平,实现人的身心和谐发展。当时,博雅指称人类心灵中的成就,同时包括艺术及知识。而博雅教育就是广博知识及洞察力的教育,是

真正能抓得住真理及美的教育,是造就博大风雅、博学文雅、博闻儒雅、博古典雅、举止优雅、志趣高雅之谦谦君子的教育。

1828年,耶鲁大学在其发表的报告中提出,大学的目的在于提供心灵训练和教养,充实具有知识的心灵。英国红衣主教和教育家纽曼进一步发展了这种思想,他在《大学的理想》一书中,不仅系统论述了自由教育思想,而且明确提出,对受教育者而言,大学教育就是自由教育。现代通识教育以适应社会要求、满足学生兴趣和维系文化传承为其内核,其要义是对自由与人文传统的继承。个体藉着知识、智慧、善意与爱,在精神上摆脱物质的束缚,在生活中摆脱各种利害,不为物役,不以物喜,不以己悲,从而获得真正自由。通识教育鼓励反省求真,追求心灵的成长和人性内在的精神解放,在真正的学习和探究中,展现个体的潜能,体悟生命的意义,诠释生活的真谛,实现对功利的超拔,对自我的超越。

从词源角度讲,虽然在不同的历史时期,人们对自由教育中 liberal 一词的认知大相径庭,如将 liberal 理解为文雅的(genteel)、书面的(bookish)、解放的(liberalizing)、符合绅士身份的(becoming a gentleman)、高贵的(noble)等多种意思,但大多数理解还是关乎自由。其中,最常见的是将 liberal 解释为“自由的”(free),如康德、汉娜·阿伦特、汉斯-格奥尔格·伽达默尔、罗伯特·赫钦斯等,或解释为“使人自由的”(make man free),如古罗马政治家、哲学家塞涅卡等。实际上,自由一直是西方居支配性地位的一种观念。在西方传统中,自由具有最高价值,是一切人文科学和教育的核心。自由不仅是民主、科学、理性、正义、良知、宽容等普遍价值的元价值,也是人文学科最基本的价值支点。裴多菲的诗“生命诚可贵,爱情价更高;若为自由故,两者皆可抛”就是对“不自由毋宁死”的明证。德国哲学家、诠释学创始人、时任柏林大学校长施莱尔马赫曾言:“大学的目的并不在于教给学生一些知识,而在于为其养成科学的精神,而这种科学精神无法靠强制,只能在自由中产生”。1987年时任耶鲁大学校长的施密德特,在迎新典礼上慷慨陈词:“一所大学似乎是孕育自由思想并能最终自由表达思想的最糟糕同时又是最理想的场所”;“自由的探求才会及时更正谬误,代替愚昧,才能改变偶尔因我们感情用事而认为世界是分离的、虚构的和骗人的偏见。”在我国,学术大师陈寅恪的“独立之精神,自由之思想”,与西方的这种传统和倡导遥相呼应,并日渐成为中国知识分子共同追求的学术精神、价值取向和人生理想。

自由教育作为通识教育的一大鲜明特征,不仅体现为对心灵自由和精神解

放的追求,还体现为对批判性思维的崇尚。在新韦氏词典里,批判性思维是指“以审慎分析判断为特点,并在最严格意义上隐含着客观判断的尝试而定褒贬优劣”。人类的思考有其内在缺陷,经常陷于偏颇、笼统、歧义、自欺、僵化和促狭之中,不自觉地倾向自我(和社会)中心主义、人类中心主义、西方中心主义或某某中心主义。既有的知识系统,不管创造它们的先贤圣哲多么睿智,其中的片面、寡陋、扭曲、非理性、傲慢甚至偏见都在所难免。通识教育并非共识教育或认同教育,学生要敢于质疑、反思、检讨、追问、解构乃至颠覆,不仅从学理逻辑的角度审视,还要关切知识理性背后的正义性和善意性,发展各种知性美德。此外,批判性思维还要体现苏格拉底“未加审视的生活不值一过”的原则,秉持古希腊“自省生活”的理想,不断提高个体自我感悟和向内反省的智慧。要充分认识到,若放任自流,许多未加审视的生活加在一起,会使这个世界因黑白颠倒、是非混淆、美丑不分、正义不彰而危机四伏。

受教育者主体地位的确立,是自由教育的前提。通识教育作为摆脱各种奴役成为自由自主之人的教育,必须让学生真正成为学习的主人,培养学习兴趣、激发学习动力是“自由教育”的要点。潘光旦认为,人的教育是“自由的教育”,以自我为对象。自由的教育是“自求”的,不是“受”和“施”的,教师只应当有一个责任,就是在学生自求的过程中加以辅助,而不是喧宾夺主。只有这样,教育才能真正进入“自我”状态,学生才能通过“自求”至“自得”进而成为“自由的人”,也就是上面谈及的“至善”境界中的完整人。黎巴嫩著名诗人、艺术家、哲理散文家纪伯伦说得好:“真正有智慧的老师不会仅仅传授知识给任何学生,他会传授更珍贵的东西:信念和热忱。真正的智者不会手把手地带学生进入知识的殿堂,只会带学生走向自身能够理解的那扇门”。

在现实教育中,教育机构和教师的主导作用发挥得很充分,学生的主体地位和主动性却体现得严重不足,这种情况从基础教育一直延续到高等教育。原本应是“养成”教育的通识教育,变成为“开发”教育,被开发、被培养、被教育、被教化、被塑造、被拔尖等不一而足,课业负担重,学习兴趣缺乏,创新意识不足,几成常态,学生只是消极被动地参与其中,体会不到学习的乐趣。针对这些情形,教育要切实承担起责任,注重激发和调动学生内在的激情、兴趣、好奇心和探索冲动,要像中国近代教育家陶行知强调的那样,解放学生的“头脑、双手、眼睛、嘴巴、空间和时间”,使他们能想、能干、能看、能谈,不受任何禁锢地学习和发

自由、自在、自觉地阅读经典,是通识教育的良方。芝加哥大学、哈佛大学、哥伦比亚大学、耶鲁大学、斯坦福大学、牛津大学、剑桥大学、香港中文大学等著名学府,十分重视学生对经典文本的研读。深入阅读柏拉图、亚里士多德、莎士比亚、康德等西方经典和儒家等华夏经典,以及《可兰经》、《源氏物语》等非西方经典,目的在于培养学生内在的价值尺度、精神品格、独立意识和批判精神,帮助学生养成健全有力的人格。学生自在地徜徉于浩瀚的知识海洋,漫步于辉煌的精神家园,穆然深思,精研奥理;悠然遐想,妙悟游心;享受愉悦,怡养性情。通过与先贤对话,与智者神交,从中感悟人类思想的深度、力度、高度和厚度,领略历代硕儒的闳博哲思和学理旨趣,体味铮铮君子的人生情怀和胸襟气象,修得个体生命的丰盈圆融。

三、通识教育的无用之用

“用”可分为“有用之用”和“无用之用”。在很多人看来,所谓有用就是可产生功利的、现实的、物质的、实在的和直接的效用、功用或好处。由于深受经世致用思维和实用主义思潮的影响,特别是市场经济条件下,大学教育过分强调与市场接轨和需求导向,过分追求学以致用和实用理性,过分信奉使用价值而非价值本身,过度渲染只有过得“富有”才有可能“富有价值”,过分注重工具理性,严重忽视价值理性,人被“物化”已是当今不争的事实。

通识教育本身不是一个实用性、专业性、职业性的教育,也不直接以职业作准备为依归。基于功利性的价值取向,通识教育似乎无用,然而,相对于“有用有所难用”的专业教育,通识教育却“无用无所不用”。通识教育充分体现老子“有之以以为利,无之以以为用”的思想,充分体现罗素“从无用的知识与无私的爱的结合中更能生出智慧”的论断,其“无用之用”主要体现为:

一是彰显人的目的性,回到“人之为人”的根本问题(essential questions)上,使人活得更明白、更高贵和更有尊严。如前所述,通识教育是一种人本教育,强调培养的是全人而不是工具人、手段人。康德有句名言“人是目的,不是手段”,这一命题深刻表达了人的价值与尊严。现在经常讲“这个有什么用”,其实就是把己当手段,谋求市场上能有(效)用。通识教育不追求“学以致用”,更看重“学以致知”和“学以致省”。大学是理想的存在,是道德高地,是社会的良心,是人类的精神家园,大学教育是知识、能力和价值观三位一体的教育,与专业教育

相比,通识教育侧重于价值观的塑造,更突出精神品格和价值诉求,关切所做每件事情背后的动机、价值和意义,思考专业知识层面之上的超越性问题和事关立命安身的终极性问题,对伦理失落、精神颓废、生活浮华和自我自利保持起码的警觉和反省能力;对物质主义、拜金主义、享乐主义和无边消费主义等种种时弊,以及低俗、庸俗和媚俗等现象,保持清醒的认知和足够的张力,自觉抵制浑浑噩噩的市侩生活。通识教育倡导持之以恒地用知识、智慧、美德丰富与涵养自身,力戒见识短浅、视野狭窄和能力空洞,推崇仰望星空,瞭望彼岸,保持一种超越的生活观,像海德格尔所言“诗意地栖居”。

二是有助于打好人生底色,完善人格,滋养成为合格公民的素养。通识教育引导形成正确的世界观、人生观和荣辱观,使学生获得对世界与人生的本质意义广泛而全面的理解,形成于己于国都可可持续发展的生活方式,培养诚信、善良、质朴、感恩、求真、务实等道德品质,引导学生认识生命,珍惜生命,热爱生活,崇尚自尊、自爱、自信、自立、自强和自律,养成开阔的视野、阳光的心态、健全的心智和完善的人格。通识教育还帮助学生思考生态环境与生命伦理问题,促进学生树立善待环境、敬畏生命、推己及人、服务社会的理念,构建生命与自我、与自然、与他人、与社会的和谐关系。通识教育突出民主法治、公平正义、权利义务的理念,帮助学生树立责任、程序、宪政等意识,培养他们成为合格公民的素质。同时,通识教育有助于学生找到与自身禀赋相匹配的爱好和兴趣,有助于锤炼在多元化社会和全球化环境生活的能力,为即将展开的职业生涯打下坚实的根基。

三是有助于形成知识的整体观和通透感。通识教育是关于人的生活的各个领域知识和所有学科准确的一般性知识的教育,是把有关人类共同生活最深刻、最基本的问题作为教育要素的教育,恰如杜威所言:“教育必须首先是人类的,然后才是专业的”。通识教育致力于破除传统学科领域的壁垒,贯通中西,融会古今,综合全面地了解知识的总体状况,帮助学生建构知识的有机关联,实现整体把握,培养学生贯通科学、人文、艺术与社会之间经络的素养,避免知识的碎片化,避免因过早偏执于某一学科而导致的学术视角狭隘,防止一叶障目的片面,盲人摸象的偏见,鼠目寸光的短视及孤陋寡闻的浅薄,力图博学多识,通情达理,通权达变,融会贯通、思辨精微乃至出神入化,力争“究天人之际,通古今之变,成一家之言”。

《易经》的“君子多识前言往行”、《中庸》的“博学之、审问之、慎思之、明辨之、笃行之”、《老子》的“执大象,天下往”、《淮南子》的“通智得而不劳”、《论衡》的“博

览古今为通人”，孔子的“君子不器”、荀子的“学贯古今，博通天人；以浅持博，以古持今，以一持万”、王充的“切忌守信一学，不好广观”、颜之推的“夫学者，贵博闻”，以及陈澹然的“不谋万世者，不足谋一时；不谋全局者，不足谋一域”，这些响彻人间千百年的箴言，无不说明通识教育中“通”（通晓、通解、明白、贯通）和“识”（智慧、见识、器识）的极端重要性，“博闻，择其善而从之”，讲的就是越趋于广博、普通的知识，越有助于人的理智、美德的开发及全面修养。需要注意的是，博学不能“杂而无统”（朱熹），“每件事都知道一点，但有一件事知道得多一些”（约翰·密尔）。通识教育应当将博与专统一起来，各学科专业知识的简单叠加，无助于学生形成通透、系统的知识体系。

四是有助于发展智能素质。教育的目标不仅要“授人以鱼”，更重要的是“授人以渔”。纽曼认为，自由（通识）教育之所以胜过任何专业教育，是因为它使科学的、方法的、有序的、原理的和系统的观念进入受教育者的心灵，使他们学会思考、推理、比较和辨析。接受过良好通识教育的学生，其理智水平足以其胜任任何一种职业。通识教育注重弘扬人文精神和科学精神，陶冶性情，崇尚真理，发展学生的理性、良知和美德。通过向学生展示人文、艺术、社会科学、自然科学和工程技术等领域知识及其演化流变、陈述阐发、分析范式和价值表达，帮助学生扩大知识面，构建合理的知识结构，强化思维的批判性和独立性，进而转识成智，提升学生的洞察、选择、整合、迁移和集成创新能力，尤其能提升学生有效思考的能力、清晰沟通的能力、作出明确判断的能力和辨别一般性价值的能力，这些比掌握一门具体的专业技能更本质更重要，并能产生最大的溢出效应。

四、“通”、“专”之辨

在教育教学中，尽管通识和专业、教育理想和社会需求间存在矛盾和冲突，但在认知理念和培养原则上应该明确，通识教育和专业教育都很重要，不能简单地讲孰重孰轻，更不能将它们对立和割裂。这二者之间应是相辅相成、相得益彰的关系，是体与用、道与术的关系，是传承与创新、坚守与应变的关系，下文述之。

首先，通识教育与专业教育都不可或缺，它们作为一对范畴，共同构成高等教育的全部内容。一方面，专业教育是大学教育之必需。这是因为，从科技演化趋势层面看，当今知识和科技发展表现出两个鲜明的向度：一是各学科领域之间的交叉融合越来越强，综合集成的要求越来越迫切；另一趋势则是学科学术越

来越专,专业分工越来越细,尤其是进入网络时代,知识和资讯爆发性增长,客观上要求从“广而泛”转向“专而精”,若术无专攻,则难以立足。从国家和社会发展层面看,中国作为一个后发新兴经济体,建设与发展任务十分繁重,亟需大批各行各业的专业人才,以服务于富国强民的国家战略。从教育机构义务角度看,当大学接受一名学生时,就当然地负有为 student 提升能力的责任。当今高等教育已不再是精英教育,而是大众教育,大众教育需要紧密结合社会实践和市场需求。专业教育可以让学生尽快进入某一专业领域,在较短时间内习得具有胜任力的专业知识,学生将来无论是进职场就业,还是到研究生院某个专业深造,都由此而具备竞争力。从学生最现实的角度考量,通过专业教育学生掌握安身立命的谋生技能和本领。

另一方面,通识教育是大学教育之必然。上文已谈及,现代科技发展两个向度之一,就是知识领域或专业领域间的融通贯通。然而,专业教育容易使人单一片面,甚或成为局限在过于狭窄的专业领域中的工作机器,按米兰·昆德拉的说法,“专门化训练的发展,容易使人进入一个隧道,越往里走就越不能了解外面的世界,甚至也不了解他自己。”更糟糕的是,一直以来专业教育深受工具理性支配,在很大程度上已经沦为一种封闭性的科学教条,成为现代工业生产体系的一个环节,促进人心灵成长的价值几近泯灭。通识教育强调价值性、广博性与贯通性,正好可以纠偏矫正,观照专业教育。尽管在不同时代、不同国家和地区通识教育产生的具体社会背景不尽相同,但相同之处都是对过分专业化的一种反动,其指向是革一味偏重专业之弊。此外,如前所述,通识教育的“通”不仅指称在学科领域和专业领域的“通”,更是为人和为学的“通”。为此,恰如“寻找灵性教育”的小威廉姆·多尔所言,就是要确立科学(逻辑、推理)、艺术(文化、人文)和精神(伦理、价值观、生命、情感等)三大基石,并在科学、艺术和精神之间进行关键性整合互动,还要在更大的时空和更广泛的社会实践中,不断提升“每个人全面而自由发展”的生命价值。为人为学之通,既是通识教育的题中之义,更是大学教育的灵魂。

第二,通识教育和专业教育是相辅相成、相得益彰的关系。通识与专业,或广博与专精,抑或古人眼里的“博”与“约”是辩证关系,专而不通则盲,通而不专则空。它们密不可分,互为前提,相互依存,相互促进。不通,则知识狭窄,胸襟狭隘,思路不广,头脑闭塞,往往就事论事,盲目不知其所以。同时,缺乏多学科、多领域知识的启迪与支撑,“专”也没有基础;反之,不专,则博杂不精,一知半解,

浮光掠影,空泛浅薄。何况知识浩如烟海,汗牛充栋,且人生有涯,知识无限,若滥学无方,将一事无成。所以,需在专中求通,通中求专,专通结合,博约互补。既要遵循学术自有的分类和流变,又要注重整体关联和宏观把握,在掌握各种专门技能和领域知识的同时,拥有宽厚的基础和综合的素质。在培养学生上,宜采用“通—专—通”的动态模式,即学生刚入学时不分专业,先进入文理学院或书院接受通识教育;接下来,高年级本科生和研究生在此基础上进行宽口径的专业教育。之后,他们接受更高一个层次的通识教育,在新的起点和更厚实的基础上再进一步聚焦专业学习,如此循环往复,螺旋推进。

第三,通识教育与专业教育是体与用、道与术的关系。前面已经指出,通识教育是关乎人的根本问题的教育,旨在引导学生形成正确的世界观、人生观和价值观,在有限的人生中充分发挥天赋良能和生命潜能。有鉴于此,通识教育具有基础性、本体性和深刻性,故应以通识为体,专业为用。同时,通识教育又是人格养成和悟道的教育,涵养人格知、情、志三维度中的“情”和“志”,以及领悟万术之源、众妙之门的“道”,要仰仗生活底蕴和文化自觉的培植,而通识教育正是培植这种底蕴和自觉的重要手段之一。其实,孔子早就提出“君子不器”的重要思想。他认为,君子无论是做学问还是从政,都应该博学多识,才能统揽全局,领袖群伦;才不会像器物一样,只能作有限目的之用。陶行知亦提出“生活即教育”的生活教育理论,并毕生践行。梅贻琦在他《大学一解》一文中更是明确表达“通识,一般生活之准备也;专识,特种事业之准备也。通识之用,不止润身而已,亦所以自通于人也。信如此论,则通识为本,而专识为末”,“大学教育应在通而不在专,社会所需要者,通才为大,而专家次之。”他掷地有声地指出:“以无通才为基础之专家临民,其结果不为新民,而为扰民。”孔子的思想、梅贻琦的观点和陶行知践行的理论意义深远,至今仍闪烁着智慧的光芒,照亮通识教育的复兴之路。

第四,通识教育与专业教育是传承与创新的关系,是坚守与应变(或罗盘与地图)的关系。统计研究揭示,最近十年内科学技术的成就,超过了人类历史上以往所有成就的总和,十年间知识已翻了一番。抽样调查表明,一个大学毕业生离校五年以后,其所学知识一半已经陈旧,十年以后可能大部分陈旧。文献计量研究亦表明,一些基础学科文献的半衰期为8~10年,而工程技术和新兴学科的半衰期约3~5年。实际上,早在科学技术还不十分发达的1949~1965年间,美国已有八千种职业消失,同时又出现了六千种新的职业。诚然,当今知识更新的周期越

来越短,科技升级换代的频率越来越快,专业教育必须不断创新,以变应变,才能应对迅速变化的世界,才能因应“今天的教师,用昨天的知识,教明天的学生”的悖论。

在这个日新月异的时代,通识教育却要传承亘古不变的真善美,坚守世世代代本色生活的价值与意义,追问世界根底的本原和终极,反省历久弥新的伦理和人生。通过通识教育,保证千百年来的文明薪火相传,永恒绵延;同时,守望人类文明共同体,确立代际“最大公约数”。因此,通识教育不是什么新、什么前沿就学什么,恰恰相反,通识教育课程中没有流行或时尚的东西,不包含那些尚未经过岁月涤荡和历史检验的材料。芝加哥大学就明确规定,凡是活着的人的言论,不得放进通识教育课程。通识教育深谙罗曼·罗兰那句“很快就不流行的叫流行,很快就不时尚的叫时尚”的名言,以及与时俱进必与时俱迁的道理,在开放、多元、多样和多变中,保持坚守传承的品格和追问反省的本性,以惯看秋月春风的淡定和浪花淘尽英雄的从容,确保不在滚滚红尘中迷失,不被汹涌潮流所裹挟,就像罗盘,永远锁定方向,指针北斗。

以上是对通识教育的一些粗浅认识。近年来,上海交通大学在新一轮教育思想大讨论的推动下,不断深化对通识教育理念的认识,成立了校通识教育指导委员会与通识教育教材建设委员会,依据人文学科、社会科学、自然科学与工程技术、数学与逻辑这四个模块,初步形成了通识核心课程体系,并明确将出版通识教育系列丛书,作为加快推进通识教育的重要抓手。在最近两年多的时间里,交大通识教育指导委员会的多位专家和丛书的作者与交大出版社和北大出版社保持密切接触和沟通,其间,北大出版社社长、总编等多次赴交大沟通出版事宜,交大出版社领导和编辑也多次赴北大出版社进行接洽。众所周知,交大出版社以理工科著作和教材出版见长,北大出版社在人文、社科方面实力超群,两家优秀出版社强强联合,联袂推出这套丛书,可谓珠联璧合。衷心希望这套丛书能得到广大读者的认可和喜爱。

徐 飞 博士

上海交通大学战略学教授、博导

上海交通大学通识教育指导委员会主任

2011年3月

前言

我从事大学数学教学四十多年,开设过数学课程十余门,也参与编写过若干教材,但是编写通识教材《数学赏析》却是首次尝试。

数学的重要性是不言而喻的,从幼儿园到大学,数学都是必修课。但是,相当一段时期以来,在功利主义思潮的影响下,大学数学只是强调工具的传授,对数学知识背后深厚的思想基础和精神价值却大大忽视了。本书希望在这方面作一些探索。

在编写过程中,遇到前所未有的挑战。如何选材与行文,以吸引读者特别是人文社科读者对数学的兴趣?如何将数学与人文艺术交融?如何兼顾科学性与可读性?似无章可循;另一方面,编写这本教材又给我带来莫大的愉悦。因不受现有框架约束,便可旁征博引,信马由缰。苏东坡说过:“作文如行云流水,初无定质,但常行于所当行,常止于不可不止”,现在有了一点体会。

本书共分六章。前三章与数学基础有关,包括数学的对象——数与空间、数学常用的形式逻辑方法、公理化体系、有限与无限等。这部分着重介绍公理化逻辑体系,同时穿插了证明费马大定理、哥德巴赫猜想和四色问题的故事,赞扬了人们为攀登科学高峰而不懈努力的精神。第四章和第五章介绍微积分的基本概念、理论和方法,包括导数、微分、定积分、不定积分等。第六章介绍优化问题。

本书不同于通常的教材,为了突出数学思想的魅力和文化底蕴,适当减弱了严格的数学推导;但本书又不是科普通俗读物,希望读者除了会“赏”,还要能“析”。在不少例题中,数学论证非常详尽,希望读者能真正学会解决一些实际问题,并能享受其中的乐趣。特别在极限微积分部分,包含了不少数学推理,甚至保留了极限的逻辑定义。实际上,微积分的力量,正在于能够定量解决过去无法企及的变化问题。如果完全脱离数学公式,很难领略微积分的实质与妙处。当然,要找到恰当的平衡,非常不易,作者只是尝试。对于并不想深入了解理论与方法的读者,不妨跳过一些数学推理;对于希望进一步了解并掌握微积分的读

者,本书可以作为参考和入门。

本书取材也有一定特色。比如讲“数”,没有重复中学学过的“自然数 $\rightarrow$ 有理数 $\rightarrow$ 无理数 $\rightarrow$ 实数 $\rightarrow$ 复数”的发展过程,而是从不同角度介绍“科学计数法”、“二进制”、“准确数与近似数”等;又如讲“空间”,强调笛卡尔坐标引出解析几何的革命性作用,还介绍了高维和分数维空间的意义。在阐述“公理化体系”时,并未停留在数学的逻辑严格性,而是指出它是人类认识世界的重要思想方法,即使在人文社会科学中,也有强大的生命力。对于“导数”和“定积分”这两个微积分最核心的概念,用了相对冗长的篇幅描述历史背景,以及阐明“局部以直代曲,再取极限”的思想方法;在“优化问题”中,不仅介绍了微分学求极值的方法,也指出微积分的局限;特别是以崇敬的心情简介了当年数学大师华罗庚先生大力推广的“优选法”和“统筹方法”。

本书力图介绍数学理论与方法的来龙去脉,“既见树木,又见森林”;同时注意图文并茂,除数学插图外,还加入了一些人物肖像和书刊景物图片,供读者欣赏。每章最后提出一些思考与练习题,并附上参考文献或网站,便于有兴趣的读者进一步查阅。

书法有王、颜、欧、柳等各种“体”,京剧有梅、程、尚、荀等不同“派”,好的数学教材似乎也应当是个性化的。希望这本《数学赏析》写出一些新意。

本书提供两个选修材料:“唐诗格律的形式体系”和“微积分在经济问题中的若干应用”。

直到20世纪初,学写格律诗仍是中国文人的必修课目。老一辈政治家、军事家、科学家和文学家一样,留下了许多脍炙人口的诗篇。其实,唐诗格律也是一种形式体系,基于“声韵”与“对仗”的“公理”,以“0-1”对应“平一仄”,根据“粘对”规则,即成体系。作为选修内容,希望为学生文化素养的提高而添砖加瓦。三十年前,作者在美国访问进修时,年轻气盛,曾在哈佛大学“燕京社”和普林斯顿大学东亚文学系做过讲座,效果尚好;2008年、2009年和2010年作者连续三年在上海交通大学新生研讨课中选讲,学生表现出浓厚的兴趣,不少学生的绝句律诗习作达到相当的水准。

从定量角度研究经济问题,从而找出规律,是经济工作者和各类管理人员的重要任务。以经济建设为中心已确定为我国发展的基本路线。从事任何领域工作的人,特别是各级领导者都应当对经济和管理具备一定的定量分析知识。我们

选择了几个经济管理问题的概念和案例,用微积分方法研究,也作为选修内容。

既然是选修,教师完全可以略去;有兴趣的读者可以自学,既可以当时学,也不妨以后学。

在编写过程中,受益于许多名家和文科数学教学先行者,特别是母校复旦大学老师李大潜院士和国内同行张奠宙、顾沛、张顺燕、谭永基等教授卓越工作的启示。上海交通大学同事乐经良教授和沈灏教授给予许多建议、鼓励和帮助;物理系尤峻汉教授仔细校阅了与近代物理有关的内容;青年诗人程羽黑博士对隋唐以来诗韵的演变提出了不少建议;同事肖柳青副教授和我进行了有益的探讨,她还提供了“优化问题”和“微积分在经济问题中的若干应用”的部分素材;青年同事刘小军老师在编排版面和绘制插图方面花费了辛勤的劳动;上海市欧美同学会青年干事陈卓君和刘炎麟帮助制作图片和校对清样;付梓之前上海交通大学外语学院施旻副教授对本书英文提要认真审阅和润色在此一并表示感谢。上海交通大学通识教育指导委员会主任徐飞教授和教务处田冰雪、鲁莉、杨西强等同志,出版社郁金豹、易文娟等同志对本书的编写出版始终给予关心和帮助。正是他们的鼓励和合作,鞭策我完成本书的编写。

作者也曾计划将“线性代数”和“概率统计”的若干内容编入书中,既限于篇幅,更因作者积淀不够而作罢。总之,我痛感缺乏撰写通识教材的学养,更谈不上经验。初稿虽成,难免忐忑;取材未必恰当,疏误在所难免。从哲学和文化的高度看数学,讲数学,更有“如履薄冰”之感。希望同行,特别是使用本书的老师 and 广大同学们提出批评建议,以便不断修正提高。

书成之日,百感交集,得小诗一首,以记此刻心情。

挑灯四载求通识,溯古推今甘苦尝。

思绪层层丝结茧,悟怀点点墨成章。

上穷碧落星辰迹,下觅红尘优选方。

妙处难言须赏析,书终回首已枯肠。

向隆万

2012年春于上海交通大学