

军医专业五年制基本教材

# 医用物理学

数理教研室

中国人民解放军第一军医大学

第五版

# 医用物理学

——

人民卫生出版社

# 医 用 物 理 学

主 编

王 虚 舟

编 者

(依出现顺序)

王虚舟 杨有恕 宋金耀

林意群 王允青 周 冕

周耀兴 鲍永跃 陈祖楷

绘 图

洪 佳 慈

中国人民解放军第一军医大学

数理教研室

# 目 录

## 第一篇 物理学基础

|                     |        |
|---------------------|--------|
| 緒論.....             | ( 1 )  |
| <b>第一章 液体的流动</b>    |        |
| 第一节 理想液体的连续原理.....  | ( 4 )  |
| 一、理想液体.....         | ( 4 )  |
| 二、稳定流动.....         | ( 4 )  |
| 三、液体连续原理.....       | ( 5 )  |
| 第二节 柏努利方程及其应用.....  | ( 5 )  |
| 一、柏努利方程.....        | ( 5 )  |
| 二、柏努利方程的应用.....     | ( 7 )  |
| 第三节 实际液体的流动.....    | ( 10 ) |
| 一、实际液体的粘滯性.....     | ( 10 ) |
| 二、实际液体的柏努利方程.....   | ( 12 ) |
| 三、泊肃叶公式.....        | ( 12 ) |
| 四、斯托克斯定律.....       | ( 14 ) |
| 第四节 血液的流动.....      | ( 16 ) |
| 一、血细胞的轴向集中.....     | ( 16 ) |
| 二、心脏作功.....         | ( 17 ) |
| 三、血液的流速、阻力和血压.....  | ( 18 ) |
| <b>第二章 振动、波动和声波</b> |        |
| 第一节 简谐振动与波动.....    | ( 23 ) |
| 一、简谐振动.....         | ( 23 ) |
| 二、波动.....           | ( 25 ) |
| 第二节 平面简谐波的波动方程..... | ( 27 ) |
| 第三节 波的强度.....       | ( 31 ) |
| 一、波动能量.....         | ( 31 ) |
| 二、能流密度.....         | ( 32 ) |
| 第四节 驻波.....         | ( 32 ) |
| 一、驻波的产生.....        | ( 32 ) |
| 二、驻波方程.....         | ( 34 ) |

|                      |        |
|----------------------|--------|
| 第五节 声波               | ( 36 ) |
| 一、声振动和声波             | ( 36 ) |
| 二、声压、声阻和声强           | ( 37 ) |
| 三、声强级、听觉域、响度级和听力曲线   | ( 40 ) |
| 第六节 多普勒效应            | ( 43 ) |
| 第七节 超声波              | ( 47 ) |
| 一、超声波的产生             | ( 47 ) |
| 二、超声波的性质             | ( 48 ) |
| 三、超声波对物质的作用          | ( 48 ) |
| 四、超声波在医学上的应用         | ( 49 ) |
| <b>第三章 分子物理学和热力学</b> |        |
| 第一节 气体分子运动论          | ( 54 ) |
| 一、理想气体的状态方程          | ( 54 ) |
| 二、分子运动论的基本概念         | ( 55 ) |
| 三、气体分子运动论的压强公式       | ( 56 ) |
| 四、温度的分子运动论解释         | ( 57 ) |
| 五、能量按自由度均分原理 理想气体内能  | ( 59 ) |
| 第二节 热力学              | ( 60 ) |
| 一、热力学第一定律            | ( 60 ) |
| 二、等温过程 绝热过程          | ( 62 ) |
| 三、卡诺循环               | ( 64 ) |
| 四、热力学第二定律            | ( 67 ) |
| 第三节 液体的表面能与表面张力      | ( 68 ) |
| 一、液体的表面层、表面能和表面张力    | ( 68 ) |
| 二、表面附加压强 气体栓塞        | ( 70 ) |
| <b>第四章 电磁学</b>       |        |
| 第一节 电场强度             | ( 75 ) |
| 一、点电荷的电场强度           | ( 75 ) |
| 二、电场的迭加原理            | ( 76 ) |
| 三、电场强度的计算            | ( 78 ) |
| 第二节 高斯定理             | ( 81 ) |
| 一、电通量                | ( 81 ) |
| 二、高斯定理               | ( 82 ) |
| 三、用高斯定理计算电场强度        | ( 84 ) |
| 第三节 电势               | ( 89 ) |
| 一、点电荷电场中的电势          | ( 89 ) |

|                           |        |
|---------------------------|--------|
| 二、电势的迭加原理·····            | ( 90 ) |
| 三、场强和电势差的关系·····          | ( 93 ) |
| 第四节 静电场中的电介质及其能量·····     | ( 96 ) |
| 一、电极化强度矢量 $P$ ·····       | ( 96 ) |
| 二、电介质中的场强·····            | ( 97 ) |
| 三、介质损耗·····               | ( 99 ) |
| 四、电场的能量·····              | ( 99 ) |
| 第五节 磁场 磁场对电流的作用·····      | (101 ) |
| 一、基本磁现象·····              | (101 ) |
| 二、磁场强度和磁感应强度·····         | (102 ) |
| 三、磁场对电流的作用·····           | (103 ) |
| 四、霍尔效应·····               | (105 ) |
| 第六节 电流的磁场·····            | (108 ) |
| 一、毕奥——萨代尔定律·····          | (109 ) |
| 二、应用毕奥——萨代尔定律计算磁感应强度····· | (109 ) |
| 三、安培环路定律·····             | (111 ) |
| 四、应用安培环路定律计算磁感应强度·····    | (112 ) |
| 第七节 磁场的能量·····            | (114 ) |
| <b>第五章 应用光学</b>           |        |
| 第一节 球面折射·····             | (120 ) |
| 一、单球面折射·····              | (120 ) |
| 二、共轴球面系统·····             | (123 ) |
| 第二节 透镜·····               | (124 ) |
| 一、薄透镜·····                | (124 ) |
| 二、厚透镜·····                | (128 ) |
| 三、圆柱透镜·····               | (130 ) |
| 四、透镜的缺陷和补救·····           | (130 ) |
| 第三节 放大镜 检眼镜 纤镜·····       | (133 ) |
| 一、放大镜·····                | (133 ) |
| 二、检眼镜·····                | (134 ) |
| 三、纤镜·····                 | (135 ) |
| 第四节 显微镜的分辨本领·····         | (137 ) |
| 一、显微镜的放大原理·····           | (137 ) |
| 二、显微镜物镜的分辨本领·····         | (137 ) |
| 三、油浸物镜·····               | (138 ) |
| 四、电子显微镜·····              | (139 ) |

## 第六章 可见光及其颜色

|                                                 |       |
|-------------------------------------------------|-------|
| 第一节 光度学的定义和基本概念                                 | (142) |
| 一、辐射通量                                          | (142) |
| 二、光见度函数 明视觉与暗视觉                                 | (143) |
| 一、光通量                                           | (144) |
| 第二节 照度定律                                        | (144) |
| 一、点光源的发光强度 各向同性的点光源发光强度                         | (144) |
| 二、照度                                            | (145) |
| 三、照度定律                                          | (146) |
| 第三节 光亮度                                         | (147) |
| 一、面光源的面发光度 受照面的面发光度 反射或散射系数 反射或散射<br>白体、灰体、绝对黑体 | (147) |
| 二、光亮度                                           | (148) |
| 三、光亮度和面发光度的关系 光亮度与发光强度、照度的关系                    | (149) |
| 第四节 可见光的颜色                                      | (151) |
| 一、光与色觉                                          | (151) |
| 二、三基色与加色法原理 色调 明度、饱和度                           | (152) |
| 三、互补色与减色法原理 互补色 加法三原色与减法三原色的区别                  | (153) |

## 第七章 原子核与放射性

|                               |       |
|-------------------------------|-------|
| 第一节 原子核                       | (156) |
| 一、原子核的特性                      | (156) |
| 二、原子核的组成                      | (158) |
| 三、核力                          | (158) |
| 第二节 放射性                       | (159) |
| 一、原子核的稳定性 稳定性核素, 放射性核素        | (159) |
| 二、核衰变                         | (159) |
| 三、衰变定律 放射性强度 居里 衰变系数 半衰期 平均寿命 | (162) |
| 四、连续性衰变规律                     | (167) |
| 第三节 射线与物质的相互作用                | (168) |
| 一、带电粒子与物质的相互作用                | (168) |
| 二、 $\gamma$ 射线与物质的相互作用        | (171) |
| 三、中子与物质的作用                    | (173) |
| 第四节 射线的探测原理                   | (174) |
| 一、云室和气泡室                      | (174) |
| 二、电离室                         | (174) |
| 三、盖革——弥勒计数室                   | (175) |



|                        |       |
|------------------------|-------|
| 四、闪烁计数器                | (176) |
| 第五节 射线的剂量              | (177) |
| 一、照射量与照射率 伦琴           | (177) |
| 二、吸收剂量与吸收剂量率 戈瑞 拉德     | (178) |
| 三、吸收量与照射量之间的关系         | (178) |
| 第六节 放射性核素在医学上的应用       | (179) |
| 一、示踪原子                 | (179) |
| 二、治疗方面                 | (180) |
| <b>第八章 狭义相对论基础</b>     |       |
| 第一节 狭义相对论基本原理及洛伦兹变换式   | (182) |
| 一、伽利略坐标变换式             | (182) |
| 二、狭义相对论基本原理            | (183) |
| 三、洛伦兹坐标变换式             | (184) |
| 第二节 长度缩短和时间延长效应        | (186) |
| 一、长度缩短效应               | (186) |
| 二、时间延长效应               | (188) |
| 第三节 狭义相对论中的质量、能量和动量    | (189) |
| 一、质量与速度的关系             | (189) |
| 二、质量和能量的关系             | (192) |
| 三、动量和能量的关系             | (194) |
| <b>第九章 量子物理初步</b>      |       |
| 第一节 光和物质的二象性           | (197) |
| 第二节 不确定关系              | (198) |
| 第三节 微观粒子的波函数和定态薛定谔方程   | (202) |
| 一、微观粒子的波函数             | (202) |
| 二、定态薛定谔方程              | (204) |
| 第四节 粒子在无限高势壁之间的一维运动    | (205) |
| 第五节 氢原子                | (209) |
| 第六节 电子的自旋 泡利原理 原子的壳层结构 | (213) |
| 第七节 X射线                | (216) |
| 一、X射线的一般性质             | (216) |
| 二、X射线的产生               | (216) |
| 三、X射线的硬度和强度            | (218) |
| 四、X射线谱 连续X射线的最短波长      | (218) |
| 五、X射线的吸收               | (220) |
| 六、X射线在医学上的应用           | (221) |



## 第二篇 电子学基础

### 第一章 电路基础

|             |       |
|-------------|-------|
| 第一节 克希霍夫定律  | (227) |
| 一、克希霍夫第一定律  | (227) |
| 二、克希霍夫第二定律  | (227) |
| 第二节 叠加定理    | (228) |
| 第三节 等效电源定理  | (229) |
| 第四节 电压源与电流源 | (230) |
| 第五节 RC 电路   | (231) |

### 第二章 晶体管基础知识

|                 |       |
|-----------------|-------|
| 第一节 半导体的导电机构    | (235) |
| 第二节 PN 结        | (235) |
| 第三节 晶体二极管       | (237) |
| 第四节 晶体三极管       | (239) |
| 一、晶体三极管的结构      | (240) |
| 二、晶体三极管内载流子的运动  | (240) |
| 三、晶体三极管共射极的特性曲线 | (241) |
| 第五节 场效应管        | (244) |
| 一、结型场效应管        | (244) |
| 二、绝缘栅场效应管       | (246) |

### 第三章 放大器

|                |       |
|----------------|-------|
| 第一节 单管放大器      | (249) |
| 一、静态工作点        | (249) |
| 二、放大原理         | (250) |
| 三、电压增压(电压放大倍数) | (250) |
| 四、工作点稳定的典型电路   | (252) |
| 第二节 多级放大器      | (253) |
| 第三节 差值放大器      | (254) |
| 一、差值放大器的静态工作点  | (254) |
| 二、差模输入         | (255) |
| 三、共模输入         | (256) |
| 四、共模抑制比        | (257) |
| 第四节 反馈放大器      | (258) |
| 一、反馈基本理论       | (258) |

|                    |       |
|--------------------|-------|
| 二、电流负反馈放大器.....    | (259) |
| 三、射极输出器.....       | (259) |
| 第五节 集成运算放大器.....   | (261) |
| 一、理想运算放大器.....     | (261) |
| 二、实际的运算放大器.....    | (262) |
| 三、运算放大器的应用举例.....  | (264) |
| 第六节 场效应管放大器.....   | (265) |
| <b>第四章 正弦振荡器</b>   |       |
| 第一节 振荡条件.....      | (269) |
| 第二节 哈脱莱振荡器.....    | (271) |
| 第三节 考毕兹振荡器.....    | (271) |
| 第四节 RC 移相式振荡器..... | (272) |
| <b>第五章 低压稳压电源</b>  |       |
| 第一节 整流滤波直流电源.....  | (275) |
| 一、半波整流滤波电路.....    | (275) |
| 二、全波整流滤波电路.....    | (276) |
| 第二节 低压稳压电源.....    | (277) |
| 一、硅稳压二极管稳压电路.....  | (277) |
| 二、串联型稳压电源.....     | (278) |
| 三、稳定度与内阻.....      | (280) |

# 第一篇 物理学基础

## 绪 论

### 第一节 物理学研究的对象

物理学是研究我们周围客观自然界的科学。自然界存在着形形色色不断运动着的物质，它们运动的规律，例如机械运动、分子热运动、电磁运动及原子内部运动的规律，就是我们要研究的对象。其次能量从一种形式转换为另一种形式也是我们感兴趣的问题。某种物理变化能否出现是可用能量来判断的。物理系统的势能愈小则愈稳定，因此液体的表面呈收缩的趋势；原子中的电子总是靠近原子核运动；放射性原子核不断地进行衰变；这都是企图减少系统的势能。第三关于场的概念，例如重力场、电磁场也是物理讨论的重要对象。

物理学中的定律、原理、理论等等的含义是什么呢？它们有什么区别呢？现在简要说明如下：

**一、定律：**从大量的不同实验中总结出来的共性，也就是矛盾的普遍性。由于它的绝对性，能从一般到特殊，所以称这一共性叫做定律。定律常以方程式的形式表示出来，例如牛顿第二运动定律（ $F=ma$ ），欧姆定律（ $I=V/R$ ）。

**二、原理：**原理是一般的信念（教条），也常把它称为定律，如测不准原理。“孤立系统的动量是守恒的”有时称为定律，有时称为原理。

**三、理论：**理论是根据实验而得出的思想结构，它企图用一种解说来联系以前互不相关的现象。例如相对论、物质分子运动论。

**四、假说：**假说是用来解释所观察到现象的一种暂定的设想，它还没有通过严格的实验检验。如果被实验证实，就可上升为理论。例如阿伏伽德罗定律在很长的时间内称为阿伏伽德罗假说。

**五、模型：**模型是由科学家提出来的一种概念，可以利用它来使某一物理状态的可能过程具体形象化。这种模型使我们对真实状态有一简明的图象。如原子的核模型。

### 第二节 物理量及其单位

物理量可分为两类：**基本物理量**与**导出物理量**。

#### 一、基本物理量

有七个基本物理量，它们是**长度、质量、时间、电流、温度、物质量及发光强度**。

它们的单位分别为米、千克、秒、安培、开耳芬、摩尔、烛光。

## 二、导出物理量

任何其它的物理量可从物理量的定义方程式所包括的基本物理量推导出来。定义方程式只包含乘、除、积分和微分运算。例如求在曲线上质点运动的速度 $v$ 的方程为

$$v = ds/dt$$

$ds$ 的单位为米， $dt$ 的单位为秒，因此速度的单位为米/秒。

有一些导出的单位很复杂，因此有必要给它一个名称以代替组合的各基本单位。例如功率的定义方程式为

$$P = \frac{dW}{dt}$$

$dW$ 的单位是米<sup>2</sup>-千克-秒<sup>-2</sup>〔焦耳〕， $dt$ 的单位是秒，故 $P$ 的单位为米<sup>2</sup>-千克-秒<sup>-3</sup>。我们把它叫做瓦特（W）。在本教材中还有一些，它们是：赫芝（Hz）、牛顿（N）、焦耳（J）、帕斯卡（Pa）、库伦（C）、伏特（V）、欧姆（Ω）、西门子（S）、法拉（F）、韦伯（Wb）、亨利（H）、特斯拉（T）、贝克勒尔（Bq）、戈瑞（Gy）。

在代入方程式计算时必需使用上述的国际单位。然而从实验上测出的、或题目上给出的不一定是国际单位，因此首先要把它们化为国际单位然后再计算。

例：通过电阻为 $3.0\text{k}\Omega$ 的电阻器的电流是 $2.0\text{mA}$ ，求10分钟后产生的热能是多少？

解：先化为国际单位

$$3.0\text{k}\Omega = 3.0 \times 10^3 \Omega$$

$$2.0\text{mA} = 2.0 \times 10^{-3} \text{A}$$

$$10\text{分} = 600 \text{S}$$

代入  $W = I^2 R t$

$$= (2.0 \times 10^{-3} \text{A})^2 \times (3.0 \times 10^3 \Omega) \times (600 \text{S})$$

$$= 7.2 \text{A}^2 \times \frac{\text{V}}{\text{A}} \times \text{S}$$

$$= 7.2 \frac{\text{C}}{\text{S}} \times \frac{\text{J}}{\text{C}} \times \text{S}$$

$$= 7.2 \text{J}$$

答：产生的热能是7.2焦耳

## 第三节 量綱及量綱分析

一个物理量的量綱是表示该物理量与基本物理量之间是怎样的关系。例如我们写出

$$[V] = [L T^{-1}]$$

此式表示：速率是长度被时间除。式中〔L〕表示长度、〔T〕表示时间。其它基本物理量如质量用〔M〕表示，电流用〔I〕表示，温度用〔Θ〕表示，物质量用〔N〕表示。

再举一些例子,  $F = ma$ , 加速度的量纲是  $[L T^{-2}]$ 、因此力  $F$  的量纲  $[F] = [MLT^{-2}]$ 。液体粘滞系数  $\eta = \frac{F/S}{dv/dx}$ , 故  $\eta$  的量纲为

$$[\eta] = \frac{[MLT^{-2}]/[L^2]}{[LT^{-1}]/[L]} = [ML^{-1}T^{-1}]。$$

有一些物理量(例如折射率)仅只有一个数字, 它与基本物理量所选择的测量单位无关, 这些物理量是没有量纲的。

另一些物理量只有部分量纲, 例如角速度的单位是弧度/秒, 但是我们常常写成秒 $^{-1}$ , 所以它的量纲为  $[T^{-1}]$ 。

**一个正确的物理方程的各项必需有相同的量纲。**这是一个原则。根据这一原则可以检验物理方程式是否有错误。也可用来作量纲分析。兹举例如下:

一个在粘滞液体中运动的小球, 它所受到的阻力  $F$  是与液体的粘滞系数  $\eta$ 、球的半径  $r$ 、及球的运动速度  $v$  有关。到底是怎样的关系我们不清楚, 假设它们的关系为

$$F = k(r)^x(\eta)^y(v)^z$$

式  $k$  是无量纲的常数,  $x, y, z$  是待定的指数。根据上述原则, 方程式两边的量纲应相等。故写出其量纲式如下:

$$[MLT^{-2}] = k(L)^x(ML^{-1}T^{-1})^y(LT^{-1})^z$$

比较式两边的指数:

$$\begin{array}{ll} 1. [M] & 1 = y \\ 2. [L] & 1 = x - y + z \\ 3. [T] & -2 = -y - z \end{array}$$

解此三式得

$$x = y = z = 1$$

所以

$$F = k\eta r v$$

进一步分析得

$$F = 6\pi\eta r v$$

这个方程称为**斯托克斯定律**。

(王虚舟)

# 第一章 液体的流动

从宏观性质来看,通常把物质分为固体和流体。流体指能流动的物质,包括液体和气体。研究流体运动规律的力学,称为**流体力学**。本章介绍液体流动的一些规律,及其在医学上的应用。这些规律在一定范围内也适用于气体。

## 第一节 理想液体的連續原理

### 一、理想液体

液体除了具有流动这一主要特性以外,还具有粘滯性、压缩性等,因此液体的流动是比较复杂的。

液体的粘滯性是指液体内部各层之间相对移动时所产生的摩擦现象。不同液体的粘滯性是不同的。有些液体(如甘油)粘滯性很强,但有许多液体(如水、酒精)粘滯性很小。

液体的压缩性就是当液体的外部压强增大时液体体积缩小的现象。液体的压缩性是很小的。例如10℃的水,增加一个大气压的压强,体积只减小原来的二万分之一。

如上所述,有些液体的粘滯性、压缩性等在一定条件下是可以忽略不计的。在研究液体流动规律问题时,我们本着先简后繁的原则,先把一些次要因素去掉,抓住其主要因素,提出**理想液体**模型。所谓**理想液体就是不可压缩的且无内摩擦或粘滯性的液体**。根据这一模型得出的结论,在一定条件下完全可以近似地说明实际液体流动的情况。

### 二、稳定流动

液体流动时,各处液体粒子的速度可能并不相同。为了形象地描述液体的流动,我们可以于任一时刻在液体中划这样一些曲线,使这些曲线上各点的切线方向和液体粒子在该点的速度方向相合。这些曲线就称为该时刻的**流线**。

如果液流中各流线上各点的速度都不随时间而变化,则液体的这种流动称为**稳定流动**。如图(1—1)所示,虽然A、B、C三处液粒速度不同,但这三个速度都不随时间而改变。也就是说,任何时刻位于A处的液粒速度总是 $\vec{V}_A$ ,位于B处的液粒速度总是 $\vec{V}_B$ ,……。这种流动就是稳定流动。相反,非稳定流动则是在各点的液体粒子的速

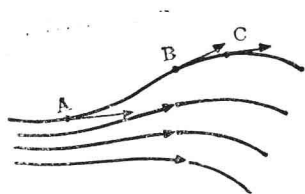


图 1—1 流线



图 1—2 液流连续原理

度随时间而变。在稳定流动中,流线的形状不会变化。在一定流线上流动的任一液体粒子,其速度方向始终和流线的切线方向相合,因此就沿着流线运动,流线也就是液体粒子的运动轨迹。此外由于液体粒子在每点都有确定的流速,流线是不会相交的。

在稳定流动液体中垂直流速划出一个小园截面,并且通过园边上各点作许多流线,则这些流线所围成的管状体就称为**流管**。因为流线不相交,所以流管里面的液体不会穿出管外,管外的液体也不会流入管内来。整个流动的液体可以看作是由许多流管组成的,研究了每一流管中液体的流动规律,整个液体的流动就可以知道了。

### 三、液流連續原理

如图(1-2),在一个流管中任取二个与流管垂直的截面 $S_1$ 和 $S_2$ ,假设每一截面上各点的液流速度是相同的,并令 $v_1$ 代表在 $S_1$ 处的液流速度, $v_2$ 代表在 $S_2$ 处的液流速度,对于稳定流动的理想液体来说,由于它是不可压缩的,所以在 $\Delta t$ 时间间隔内,通过 $S_1$ 截面的液体的体积,必等于通过 $S_2$ 截面的液体的体积。

$$S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t$$

$$\text{即} \quad S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad (1-1)$$

(1-1)式称为**液流連續方程**。它指出理想液体在流管中作稳定流动时,液体的流速与流管的截面积成反比。管粗处流速小,管细处流速大。

我们把流管中任意截面的面积 $S$ 和该截面处的液流速度 $v$ 的乘积 $Sv$ ,即单位时间内流经流管任意截面的液体体积叫做**流量**,用 $Q$ 来表示,单位为米<sup>3</sup>/秒。

## 第二节 柏努利方程及其应用

### 一、柏努利方程

柏努利方程是理想液体稳定流动时所遵循的基本规律。我们用功能原理来推导它。

图(1-3)表示一细小流管,理想液体在其中由左向右作稳定流动。考虑 $ac$ 这一段的液体系统,即截面 $S_1$ 与截面 $S_2$ 之间的液体,如图(1-3a)所示。经过时间 $dt$ 后,这段液体流到 $bd$ 之间的位置,如图(1-3b)所示。实际情况是截面 $S_1$ 前进了 $v_1 dt$ 距离,截面 $S_2$ 前进了 $v_2 dt$ 距离。因为 $dt$ 很小, $v_1 dt$ 和 $v_2 dt$ 亦很小,我们可以认为在这样微小的距离内 $v_1$ 和作用于 $S_1$ 上的压强 $P_1$ 是不变的, $v_2$ 和

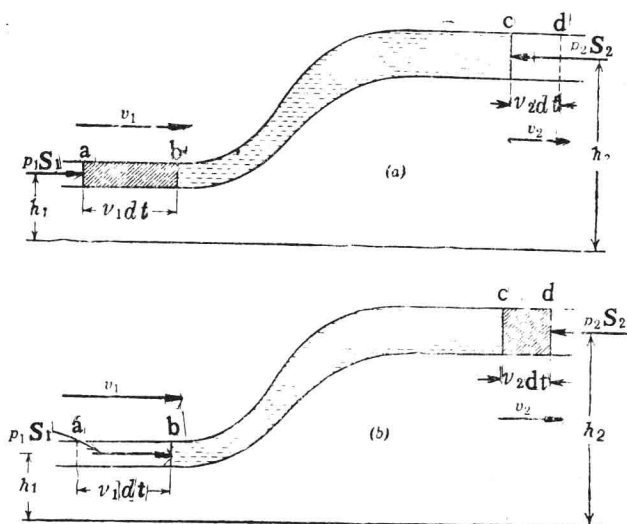


图 1-3 柏努利方程的推导



作用于 $S_2$ 上的压强 $P_2$ 也是不变的。同时设想 $S_1$ 和 $S_2$ 的面积和相对于参考面的高度也都未变,而且作用于它们上的压强是均匀的。

现在来求这段流管中的液体由ac位置流到bd位置这一过程中,外力对此系统所作的功。由图可见,力 $P_1 S_1$ 作了正功,力 $P_2 S_2$ 作了负功。外力对系统所作的净功为:

$$W = P_1 S_1 v_1 dt - P_2 S_2 v_2 dt$$

式中 $S_1 v_1 dt$ 和 $S_2 v_2 dt$ 分别等于包围在ab和cd之间的液体体积。按(1-1)式,这两个体积相等,质量也相等。我们用 $V$ 表示它们的体积,则

$$W = P_1 V - P_2 V$$

由于理想液体不存在内摩擦力,可以不考虑内摩擦力所作的功,因此外力所作的净功必等于此系统从ac运动到bd的过程中总机械能的增量。

ac间液体的机械能 $E_1$ 等于ab间液体的机械能 $E_{(ab)}$ 加上bc间液体的机械能 $E_{(bc)}$ ; bd间液体的机械能 $E_2$ 等于bc间液体的机械能 $E_{(bc)}$ 加上cd间液体的机械能 $E_{(cd)}$ 。所以在此过程中,总机械能的增量

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_2 - E_1 \\ &= [E_{(bc)} + E_{(cd)}] - [E_{(ab)} + E_{(bc)}] \\ &= E_{(cd)} - E_{(ab)} \\ \Delta E &= \left( \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh_2 \right) - \left( \frac{1}{2} m v_1^2 + mgh_1 \right) \end{aligned}$$

式中 $m$ 为ab间和cd间液体的质量。根据功能原理

$$W = \Delta E$$

$$P_1 V - P_2 V = \left( \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh_2 \right) - \left( \frac{1}{2} m v_1^2 + mgh_1 \right)$$

移项得:

$$P_1 V + \frac{1}{2} m v_1^2 + mgh_1 = P_2 V + \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh_2$$

等式两边除以 $V$ 则得:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho gh_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho gh_2 \quad (1-2)$$

式中 $\rho = \frac{m}{V}$ 是液体的密度。此式还可写成

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh = \text{恒量} \quad (1-3)$$

(1-2)式和(1-3)式称为**柏努利方程**。它说明对于在流管中任何两截面处,单位体积的动能( $\frac{1}{2} \rho v^2$ )、重力势能( $\rho gh$ )与压强之和都是相等的。式中各项的单位都可以表示为焦耳/米<sup>3</sup>或牛顿/米<sup>2</sup>,因此式中 $P$ 可认为是单位体积的压强能; $\rho gh$ 与 $\frac{1}{2} \rho v^2$ 也可以认为是压强。 $P + \rho gh$ 叫做静压强, $\frac{1}{2} \rho v^2$ 叫做动压强。

柏努利方程是在液体不可压缩、没有粘滞性、同时作稳定流动这三个条件下导出的,任何实际液体不可能完全满足这三个条件,所以在应用时要注意它的近似性。一般说来,

此方程应用于不易压缩和粘滞性很小的液体（如水）时，是很接近于事实的。对于粘滞性较大的液体（如某些油类），此方程只能帮助我们粗略地解释流动现象。

## 二、柏努利方程的应用

### 1. 空吸作用

在很多情况下，液体常常是在水平或接近水平的管中流动的。这时 $h_1=h_2$ ，柏努利方程可以简化为：

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

或

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{恒量}$$

此式告诉我们，在水平管中流动的液体，流速小的地方压强大，流速大的地方压强小，如图（1—4）所示。但它们之间的定量关系并非反比关系。

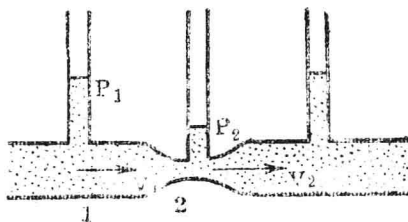


图 1—4 水平管中流速与压强的关系

在管子的狭窄部分，当流速甚大时，可以出现压强小于大气压强的情形，这样就使得管中这一部分液体表现出吸入外界液体或气体的作用，这种作用称为空吸作用。

水流抽气机，如图（1—5）所示，就是根据空吸作用而设计的。当水自圆锥形A管下边的小口流出时，B处由于流速大，压强低，故能将空气自O处吸入，并经过下面的管子将空气带走。若管子O与要抽气的容器相连，则容器中的空气就被逐渐抽走。

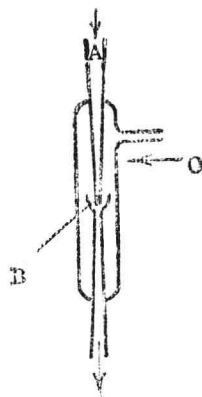


图 1—5 水流抽气机

### 2. 小孔流速

图（1—6）表示一很大的开口液槽，槽中液体深度为 $h$ ，槽底有一小孔，液体从小孔流出。我们把整个液体当作在一个管中流动，令 $P_1$ 和 $P_2$ 为A和B两截面处的压强， $v_1$ 和 $v_2$ 为A和B两截面处的流速， $v_2$ 叫做射流速度。以液槽底面为参考面，对A和B两截面处应用柏努利方程，即有

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho gh = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

A和B两截面都开向大气，它们的压强都等于大气压强 $P_0$ ，同时小孔的孔径很小，槽中液面下降很慢， $v_1 \approx 0$ ，则上式简化为：

$$\rho gh = \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

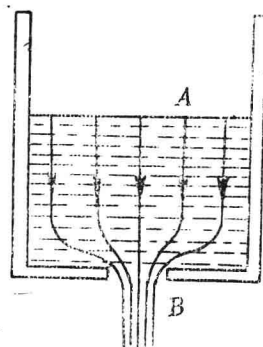


图 1—6 小孔流速