

18 Lectures On Mathematical Way Of Thinking



小学数学

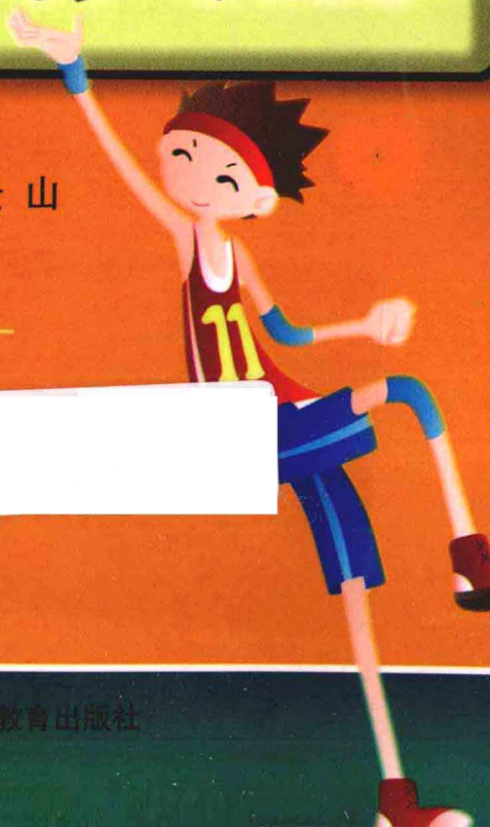
解题思维 方法大全

主编 * 陆志昌 景山

必备的工具书

- 奥妙的数学
- 奇特的解法

四年级



山西出版传媒集团 山西教育出版社

掌握一种解题思维方法 比做一百道题更重要
激发创新思维 培养解题技能

内容提要

传统的解题方法类图书是按题讲解方法，而本书与之不同，是按不同的思维方法来选题、讲解，共介绍了发散思维法、调频思维法等十八种解题思维方法。因而结构和分类更加科学合理，对习题讲解更加深入明白。

小学数学解题思维方法大全（三年级）

小学数学解题思维方法大全（四年级）

小学数学解题思维方法大全（五年级）

小学数学解题思维方法大全（六年级）

初中数学解题思维方法大全（七年级）

初中数学解题思维方法大全（八年级）

初中数学解题思维方法大全（九年级）

ISBN 978-7-5440-5587-1



9 787544 055871 >

定价：15.00元

18 Lectures On Mathematical Way Of Thinking



小学数学

解题思维 方法大全

主编 陆志昌 景山

必备的工具书

- 奥妙的数学
- 奇特的解法

四年级

山西出版传媒集团
山西教育出版社



图书在版编目(CIP)数据

小学数学解题思维方法大全. 四年级 / 陆志昌, 景山主编. —太原: 山西教育出版社, 2012.12

(数学解题思维方法系列丛书 / 陆志昌, 景山主编)

ISBN 978-7-5440-5587-1

I. ①小… II. ①陆… III. ①小学数学课—题解 IV. ①G624.505

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第170694号

小学数学解题思维方法大全·四年级

责任编辑 薛海斌

特约编辑 徐亚东

复 审 邓吉忠

终 审 邓立平

装帧设计 李 珍

印装监制 贾永胜

出版发行 山西出版传媒集团·山西教育出版社

(太原市水西门街馒头巷7号 电话: 0351-4035711 邮编: 030002)

印 装 山西晋财印刷有限公司

开 本 850×1168 1/32

印 张 7.625

字 数 193千字

版 次 2012年12月第1版山西第2次印刷

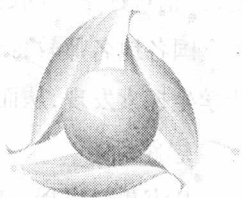
印 数 5001-10000册

书 号 ISBN 978-7-5440-5587-1

定 价 15.00元

如发现印装质量问题,影响阅读,请与印刷厂联系调换。电话:0351-2673871

出版宣言



我们的口号：掌握一种解题思维方法比做一百道题更重要！

我们常常会看到这样一种现象：不少同学整天忙着做作业，什么“竞赛辅导”、“升学练兵”，手头资料一大堆，习题做了好几本，但学习成绩就是提不高，这是为什么？

究其原因，就是没有掌握好正确的解题思维方法。

解题思维方法是什么？

方法是身陷困境后突然伸出的一只援手；方法是苦思冥想中的恍然大悟；方法是茫茫大海上引你前行的点点白帆；方法是攀登顶峰时你选择的最佳路径。

我们精心策划出版的这套《数学解题思维方法大全》与其他同类书相比，最突出的是有五大亮点：

理念新。

与传统的解题方法类图书相比，本书的结构分类与之不同。传统的解题方法类图书是按题型讲解方法，如植树问题、行程问题等等，而本丛书是按不同的思维方法进行讲解的，如分析综合法、发散思维法等等。每本书介绍了近二十种不同的解题思维方法，突破了通过习题讲解方法的传统理念。另外，丛书的特色

栏目“情境体验·问题探究”和“思维聚焦·融会贯通”中渗透了全国各地名师教育理念的变化,从“学生身边的实例”入手,让学生探索发现,从而掌握解题思维方法。

思路新。

丛书集中讲授一些解题思维方法、窍门,与日常生活中司空见惯的实例紧密结合,不仅简捷、巧妙,同时还十分有趣,运用这些思维方法来解答相应的问题不仅准确,而且快捷。

题目新。

新型的例题是有效地培养学生思维的深刻性、灵活性、独创性、敏感性的重要手段。本丛书大量题目是一代名师近期原创的新题、活题以及国内外的竞赛题,注重知识“点”与“面”的联系,课堂内与课堂外的渗透,培养学生新的思维、新的想象、新的发现。

作者功底深。

丛书全部由特级教师、高级教师主笔,采用双学段老师编写的方式:即小学段由初中老师和小学老师共同完成;初中段由高中老师和初中老师共同完成,各展所能,优势互补,使全书实现了“命题思维、能力考查、思维方法”的最佳结合。

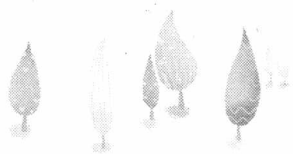
体例新。

本丛书每道例题,解答前都有思路分析与规范解答,它是作者解题的体会和感受,是解题经验的总结。因此也可以说它是作者从解题实践中具体概括出来的精髓。更重要的是恰到好处的点拨,使学生做到立足基础、抓住关键、突破难点,研究方法,以一题代一类,真正使学生做到举一反三、触类旁通,从而达到跳出题海、启迪思维的效果。丛书特设的“熟能生巧”专栏,用

于学生自我检验,为进一步巩固所学解题思维方法奠定基础。

天才不常有,蠢才也罕见,思维就在你的头脑中。《数学解题思维方法大全》正迫不及待地向你走来!同学们用它辅助数学学习,可开思维之窃,入解题之门,从而受益终身;教师将它引入课堂,能活跃课堂气氛,增强教学艺术,提高教学效果。所以它不仅是学生开阔眼界、拓宽思维的有益读物,而且是家长的好帮手、教师的好参谋。

耕耘者总盼望丰收的金秋。本丛书一定能为莘莘学子送去一叶小舟,一副双桨,希望同学们顺利地到达理想的彼岸。如果本丛书能为开启同学们的智慧带来一点裨益,作者将感到极大的欣慰。不当之处,诚望广大读者指正。

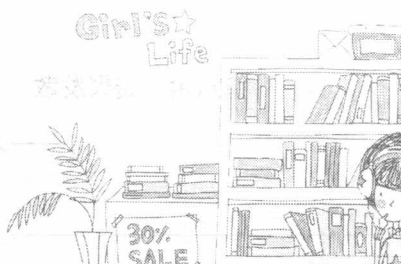


目 录
contents

19	表分析
801	系图
221	去人时
		第一讲 观察联想 巧开思路	
481	——观察法 1
		第二讲 抓住特征 分类计算	
321	——分类法 17
		第三讲 反面思考 倒推还原	
821	——还原法 31
		第四讲 分析综合 至关重要	
721	——分析综合法(一) 41
		第五讲 分析综合 至关重要	
881	——分析综合法(二) 51
		第六讲 列举着眼 开辟坦途	
121	——列举法 60
		第七讲 一一对应 巧妙解题	
		——对应法 73
		第八讲 凝聚发散 沟通纵横	
		——发散思维法 83

Girl's
Life

第九讲	巧在转化	豁然开朗	
			——转化法.....97
第十讲	画图列表	好处不少	
			——图示法.....108
第十一讲	赋以特值	柳暗花明	
			——设数代入法.....122
第十二讲	逐步调整	迅速奏效	
			——调频思维法.....134
第十三讲	妙在假设	巧辟捷径	
			——假设法.....146
第十四讲	借助交集	简洁流畅	
			——交集法.....156
第十五讲	疑难莫慌	割补帮忙	
			——割补法.....167
第十六讲	找不变量	搭桥过渡	
			——定量法.....180
第十七讲	操作实验	探求新路	
			——演示法.....191
参考答案			203



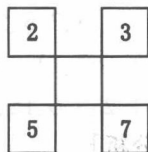
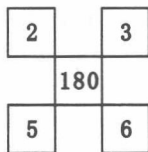
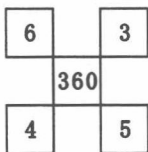
第一讲 观察联想 巧开思路

——观察法

一、情境体验

1. 情境

下面每组图形都有它自己的规律。先把规律找出来,再把空缺的数字填进去。



(“希望杯”四年级培训题)

小明给出如下解法:

这一组图形中前两个图形有这样的规律:4角4个小方框内4个数的积,等于中间方框中的数。

$$[\text{解}] \quad 6 \times 3 \times 4 \times 5 = 360$$

$$2 \times 3 \times 5 \times 6 = 180$$

根据这个规律,第三个图形中中间方框内的数为

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$$

2. 问题探究

你能说出小明的解题思维方法吗?

二、思维聚焦

小明的这种思维方法称为观察法。

观察法就是按照一定方向,通过观察、联想来寻求规律,探索解题思路的方法。

运用观察法解题,可以先根据题意对题目的答案进行猜测,然后把猜测的答案试一试,看这个答案是否符合题意。如果符合,则问题就得到解决。如果不符合,就得对答案进行调整,或者重新猜测,直到找出正确的答案为止。



三、融会贯通

例 1 观察、分析下面各数列的变化规律,然后在括号里填上适当的数。

(1) 1、2、3、1、2、6、1、2、12、1、2、24、1、2、()

(2) 1、3、3、5、5、7、()、()

(3) 6、7、13、20、33、()

(4) 2、3、6、18、()

[分析]

此题应将前后几项分为一组,以组为单位,才能找到规律。

[解]

(1) 把数列依次每3项分为一组,可分5组。每一组中,前两项都一样为1、2,第三项为倍数关系,可以推出第5组为1、2、48,因此括号里应填48;

(2) 把数列每两项分为一组,可分4组。每组中两数的差都是2,可以推出第4组为7、9,因此括号里应分别填7、9;

(3) 因为从第三项开始,后一项总等于前两项的和。因为 $20 + 33 = 53$,所以,括号里应填53;

(4) 因从第三项开始,后一项总等于前两项的积。因为 $6 \times 18 = 108$,所以括号里应填108。

[点拨] 此例通过观察,使解题有了突破口,进而叩开了解题之门。

例2 看下面几个算式：

$$2 + 1 \times 9 = 11$$

$$3 + 12 \times 9 = 111$$

$$4 + 123 \times 9 = 1111$$

$$5 + 1234 \times 9 = 11111$$

找出上面4个算式中的规律，再算一下：

$$(1) 11 + (\quad) \times 9 = 1111111111$$

$$(2) 12 + (\quad) \times 9 = 11111111111$$

【分析】观察题中几个算式，我们不难归纳出如下规律：

- ① 每行中的另一个因数都是9；
- ② 每行中的第一个加数等于相邻上一行中的第一个加数

加1；

③ 每行中的“一个因数等于相邻上一行的一个因数 $\times 10 +$ 相邻上一行中的第一个加数”；

④ 每道题的答案都由数字1组成，其个数等于本题的第一个加数。

根据这个规律，我们再计算上面两道题是很容易的事了。

【解】我们根据归纳出的规律，可以先得到上一行中括号中的因数。

$$10 + (123456789) \times 9 = \underbrace{1111111111}_{10\uparrow 1}$$

再根据归纳出的第③条规律先计算出括号中的数。即

$$(1) 123456789 \times 10 + 10 = 1234567900$$

$$11 + 1234567900 \times 9 = \underbrace{11111111111}_{11\uparrow 1}$$

$$(2) 1234567900 \times 10 + 11 = 12345679011$$

$$12 + (12345679011) \times 9 = \underbrace{111111111111}_{12\uparrow 1}$$

【点拨】这道题看上去好像很简单，李刚同学马上写出如下答案：

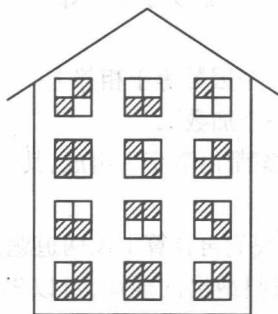
$$(1) 11 + (1234567910) \times 9 = \underbrace{11111111111}_{11\uparrow 1}$$

$$(2) 12 + (1234567911) \times 9 = \underbrace{111111111111}_{12\uparrow}$$

想想看,以上答案错在哪儿?

[诊疗] 如果按照李刚同学的方法进行计算,结果显然是错误的。错误的原因在于他受习惯思维的影响。应该按照我们归纳出的规律进行扎实的计算。

例3 有一座4层楼房,每层楼有3个窗户,每个窗户有4块玻璃,分别是白色和蓝色(蓝色用阴影表示)。每个窗户代表一个数字,从左到右表示一个三位数,4个楼层所表示的三位数分别是791,275,362,612。那么,第三层楼代表的是哪个三位数?



[分析] 仔细观察上图和组成三位数的12个数字,可以发现2出现3次,两次在个位,一次在百位,因此马上可以得出“”代表2;

那么,第四层楼就表示275,接着推出第二层楼表示791,也就是“”代表7;

这样,进一步推断“”代表1,第三层楼就表示612。

[解] 第三层楼代表的三位数是612。

[点拨] 图形与数字出现的频率和相对位置是推理的前提也是突破口。

例4 计算下列各题：

(1) 68×48

(2) 83×23

[分析] 这两道题中,相乘的两个两位数具有如下特点:

个位数相同,十位数字之和是10,我们叫做“尾同头补”的两位数乘法。这种乘法的速算方法是:

(1) 68×48 积的末尾两位数是两个因数的个位数8和8相乘的积,结果是64;积的百位、千位数字是用十位上的数字相乘的积加上相同的那个个位数,即 $(6 \times 4 + 8 =)32$,且写在两个个位数积64的前面,因此,得

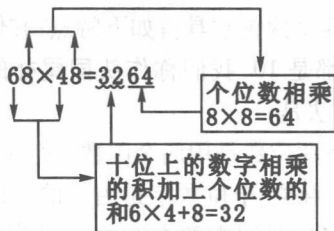
$$68 \times 48 = 3264$$

(2) 83×23 ,因两个因数的个位数3和3相乘不满10,所以在十位上要补写0,然后再把十位上的数字相乘的积加上个位数的和为 $(8 \times 2 + 3 =)19$,把所得的和19写在两个个位数积的前面,因此,得

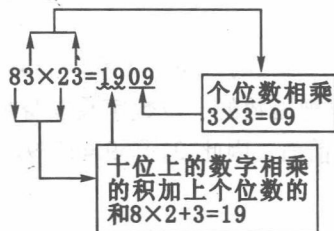
$$83 \times 23 = 1909$$

[解]

(1)



(2)



简缩思维过程,可以这样想:

$$(1) \begin{array}{c} 8 \times 8 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 68 \times 48 = \underline{3264} \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 6 \times 4 + 8 \end{array}$$

$$(2) \begin{array}{c} 3 \times 3 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 83 \times 23 = \underline{1909} \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ 8 \times 2 + 3 \end{array}$$

[点拨] “尾同头补”两位数乘法,相乘的结果是先用两个因数的个位数自乘,所得的积直接写在积的末尾(如果积不满10,十位上补写0),然后再把十位数字相乘的积加上个位数的和,写在两个个位数积的前面,答案就出来了。

例5 计算下列各题:

(1) 74×76

(2) 31×39

[分析] 从竖式计算题中仔细观察发现:

$$\begin{array}{r} 74 \\ \times 76 \\ \hline 444 \\ 518 \\ \hline 5624 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 39 \\ \hline 279 \\ 93 \\ \hline 1209 \end{array}$$

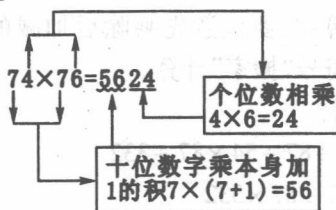
这两道题中,相乘的两个两位数具有如下特点:它们的十位数字相同,个位数字之和都是10,我们称作头同尾补的两位数乘法。这种乘法的速算方法是:

(1) 74×76 积的末尾两位数是用两个因数的个位数4和6相乘的积,结果是24;积的百位、千位数字是因数的十位数乘本身加1的积 $7 \times (7+1) = 56$,且写在两个个位数积24的前面。因此, $74 \times 76 = 5624$;

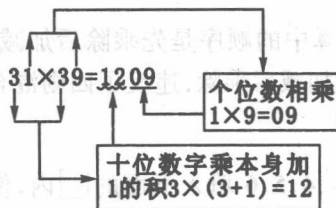
(2) 31×39 ,如果两个因数的个位数1和9相乘不满10,则十位上要补写0,然后再把因数的十位数字乘本身加1,所得的积写在两个个位数积的前面。因此, $31 \times 39 = 1209$ 。

[解]

(1)

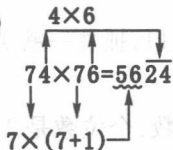


(2)

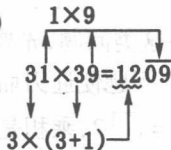


简缩思维过程,可以这样想:

(1)



(2)



[点拨] 头同尾补的两位数乘法,先用两个因数的个位数相乘,所得的积直接写在积的末尾(如果积不满10,十位上补写0),然后再把十位数字乘它本身加1的积,写在两个个位数积的前面。

例6 计算: $333 - 332 \times 54 \div 87 \div 54 \times 87 \div 332$

(“希望杯”四年级初赛题)

[分析] 观察这几个数,可以发现有几个数是相同的,因此可以用运算律把相同的数结合在一起运算。

$$\begin{aligned}
 \text{[解]} \quad & 333 - 332 \times 54 \div 87 \div 54 \times 87 \div 332 \\
 & = 333 - 332 \div 332 \times 54 \div 54 \times 87 \div 87 \\
 & = 333 - 1 \times 1 \times 1 \\
 & = 333 - 1 \\
 & = 332
 \end{aligned}$$

[点拨]

(1) 在四则混合运算中,要注意先乘除后加减的运算顺序;因数和除数都可以带符号“搬家”计算。

(2) 李刚的解法对吗?

$$\begin{aligned} & 333 - 332 \times 54 \div 87 \div 54 \times 87 \div 332 \\ & = 1 \times 54 \div 54 \times 87 \div 87 \times 332 \\ & = 332 \end{aligned}$$

[诊疗] 四则混合运算中的顺序是先乘除后加减,而李刚同学的解法第一步就是先加减后乘除,违反了四则混合运算的顺序,所以解法是错误的。

例 7 将数字 0、1、3、4、5、6 填入下面的 \square 内,使等式成立,每个空格只填入一个数字,并且所填的数字不能重复。

$$\square \times \square = \square 2 = \square \square \div \square$$

[分析] 解答这类问题,先要找突破口,抓住一些关键的部分,填出关键的数,问题便迎刃而解。

先看 $\square \times \square = \square 2$,乘积是个两位数,个位数是 2,所给的数字 0、1、3、4、5、6 中只有 3×4 的个位是 2,所以前面几个 \square 可以填出来, $3 \times 4 = 12$ 。余下的 0、5、6 要组成一个两位数除以一个数,商是 12 的除法算式,只能是 $60 \div 5$ 。

[解]

$$\boxed{3} \times \boxed{4} = \boxed{1} 2 = \boxed{6} \boxed{0} \div \boxed{5}$$

[点拨] 解这类题,首先观察题目中的算式,看看它含有哪几种运算,要填的数是几位数,要填的数字是规定的,还是可以任意填的。然后再观察,要找准突破口。

例 8 请找出下面数列的规律并解答问题。

100、99、98、97、99、98、97、96、98、97、96、95、97、96、...

(1) 第 21 个数是几?

(2) 第 83 个数是几?