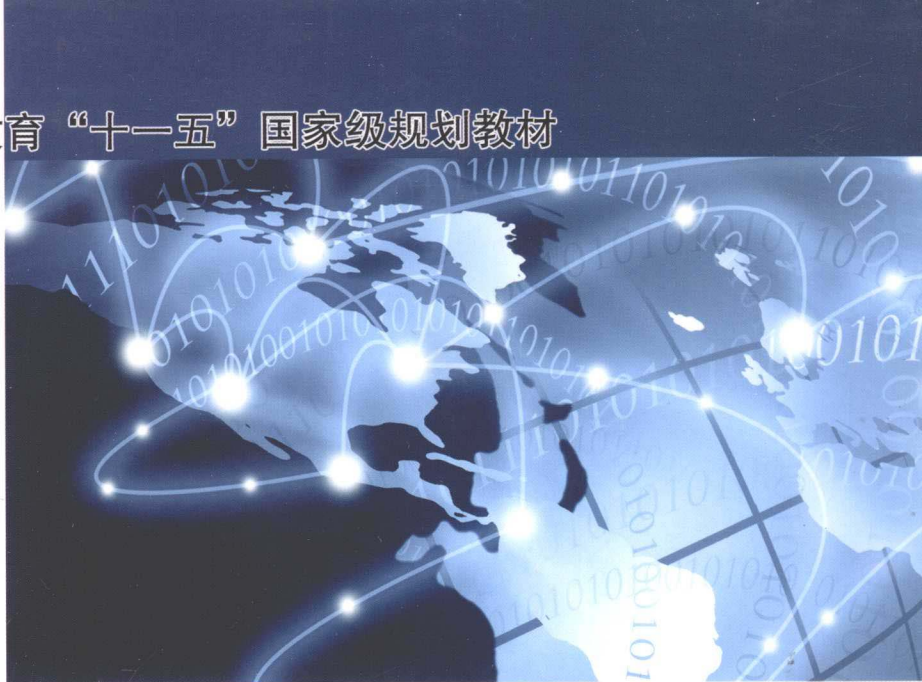




普通高等教育“十一五”国家级规划教材

信息通信专业教材系列



数字信号 处理基础

(第3版)

SHUZI XINHAO CHULI JICHU

周利清 苏 菲 罗仁泽 编著



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com



普通

国家级规划教材

信息通信专业教材系列

数字信号处理基础

(第3版)

周利清 苏 菲 罗仁泽 编著

北京邮电大学出版社
· 北 京 ·

内 容 简 介

“数字信号处理”是各高等院校电子类专业和通信类专业学生的一门非常重要的专业基础课。本书阐述了离散系统的性质、离散信号的各种变换;深入讲解了DFT的原理及其性质,讨论了用DFT求线性卷积和进行分段卷积的方法;阐述了各种FFT算法;详细论述了IIR数字滤波器的原理和 design 方法;分析了线性相位FIR滤波器的实现条件和重要性质以及设计方法;详细讨论了IIR数字滤波器和FIR数字滤波器的各种结构及其优缺点;讨论了数字信号处理中的有限字长效应。此外,在每一章之后,加入了与本章所涉及的内容有关的Matlab方法、程序、函数等,使读者可以利用Matlab得到的结果来帮助和验证自己对于原理的理解。

全书系统、深入浅出、透彻清楚地讲解了数字信号处理的基本理论、基本概念和基本算法,数学推导严谨,逻辑关系清楚,以使得读者便于理解、掌握,并且便于自学。这本书不但可以作为本科生的教材,还可以为从事数字信号处理工作的技术人员自学所用。

图书在版编目(CIP)数据

数字信号处理基础/周利清,苏菲,罗仁泽编著.--3版.--北京:北京邮电大学出版社,2012.6

ISBN 978-7-5635-2948-3

I. ①数… II. ①周…②苏…③罗… III. 数字信号处理—高等学校—教材 IV. TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 058838 号

书 名: 数字信号处理基础(第3版)

编 著 者: 周利清 苏 菲 罗仁泽

责任编辑: 王晓丹

出版发行: 北京邮电大学出版社

社 址: 北京市海淀区西土城路10号(100876)

发 行 部: 电话: 010-62282185 传真: 010-62283578

E-mail: publish@bupt.edu.cn

经 销: 各地新华书店

印 刷: 北京联兴华印刷厂

开 本: 787 mm×960 mm 1/16

印 张: 19.5

字 数: 427 千字

印 数: 1—3 000 册

版 次: 2005 年 9 月第 1 版 2007 年 11 月第 2 版 2012 年 6 月第 3 版 2012 年 6 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-2948-3

定 价: 42.00 元

如有印装质量问题,请与北京邮电大学出版社发行部联系

前 言

“数字信号处理”是各高等院校电子类专业和通信类专业学生的一门非常重要的专业基础课,它在现代信息社会中已经越来越广泛地应用于许多领域,如语音、图像、雷达、声纳、通信、地震、地质勘探、遥感遥测、系统控制、故障检测、自动化仪表、电力系统、生物学和航空航天等。但是,“数字信号处理”这门课程有一定难度,因为这门课最初是一门研究生课程,从20世纪八九十年代开始,高等院校的有关专业才逐渐将其作为本科生的必修课;另外,掌握这门课要求读者已经较好地学习了“高等数学”、“线性代数”、“复变函数”、“信号与系统”等课程并且具有一些计算机方面的基本知识;再有就是这门课程所涵盖的知识较丰富,并且随着现代科学技术的飞速发展,数字信号处理所包含的内容还处在不断发展和更新的进程之中。

这本书是作者在长期从事数字信号处理方面的教学和科研工作的基础上,为本科生所编写的数字信号处理课程的教材,该书只包含本科生应该掌握的数字信号处理的基本知识。作者力求在对数字信号处理的基本原理、基本概念、基本算法融会贯通、深入理解的基础上,将这些知识系统、深入浅出、透彻清楚地进行讲解,做到有理、有据、有条理,数学推导正确,逻辑关系清楚,以使读者容易理解和掌握,并且便于教学和自学。希望读者在学习这本教材所建立的坚实基础上,能够更好地去学习数字信号处理的其他更深入的内容,或者能够将这些知识很好地投入实际应用。

Matlab是数字信号处理的非常重要的工具,它可以快捷、方便地为数字信号处理所涉及的各种问题提供正确的答案和直观的图形显示。本书将以理论讲解为主,而在每一章之后,加入与本章所涉及的内容相关的Matlab方法、程序、函数等,使读者既掌握原理和方法又会使用Matlab工具,而且可以利用Matlab得到的结果来帮助和验证自己对于基本概念的理解。

本书还有一个非常重要的特色:数字信号处理中有几个在理论上和实际应用中都非常重要的基本概念。①留数法求 z 反变换的有关问题;②对于用重叠保留法进行分段卷积的原理的深层理解;③利用模拟滤波特性的逼近来设计IIR数字滤波器时,数字滤波器的数字频率、模拟频率以及模拟滤波器的频率之间的关系;④用窗口法设计线性相位因果FIR滤波器时,当长度 N 为偶数时应该如何处理。对于这些问题在本书中都有透彻的分析和明确的结果。

全书共有8章。第1章绪论,对数字信号处理进行概述;第2章离散系统的性质和离散信号的变换,这是数字信号处理的基础;第3章讲述离散傅里叶变换(DFT)的原理、性

质和方法;第4章快速傅里叶变换(FFT),阐述DFT的快速算法;第5、6、7章讲述数字信号处理的另一基本方法,即数字滤波,分别论述IIR和FIR这两大类数字滤波器的原理、特性和设计方法,并讲解数字滤波器的实现结构以及两大类数字滤波器的主要算法结构;第8章讲述数字信号处理中的有限字长效应。为了使全书内容紧凑并且更具有逻辑性和系统性,本书所用到的、在“信号与系统”中已经学过的一些重要的数学公式和结论,以及一些较长的、又不影响主要内容的推导过程和证明过程等都放在附录之中。

以上所述是本书的宗旨、内容、特色,如有不当之处,欢迎批评指正,也欢迎各位读者对本书中的缺点和错误进行批评指正。

周利清

写于第3版出版之时

目 录

第 1 章 数字信号处理概述(绪论).....	1
1.1 信号的分类	1
1.2 数字信号处理	2
1.3 数字信号处理的优越性	2
1.4 数字信号处理的 3 种方式	4
1.5 数字信号处理的两大方法	4
第 2 章 离散系统的性质和离散信号的变换.....	5
2.1 抽样和内插	5
2.1.1 抽样	5
2.1.2 内插.....	10
2.2 离散时间信号.....	13
2.2.1 离散时间信号序列.....	13
2.2.2 常用序列.....	14
2.3 离散系统及其线性和时不变性.....	16
2.3.1 离散系统的定义及其单位抽样响应.....	16
2.3.2 离散系统的线性.....	17
2.3.3 离散系统的时不变性.....	18
2.3.4 线性时不变系统.....	19
2.4 离散信号的线性卷积.....	19
2.4.1 离散线性卷积的定义.....	19
2.4.2 离散线性卷积的计算.....	20
2.5 离散系统的因果性和稳定性.....	22
2.5.1 因果性.....	22
2.5.2 稳定性.....	23
2.6 离散信号的傅里叶变换.....	24
2.6.1 问题的提出	24

2.6.2 傅里叶变换对的推导	25
2.6.3 离散信号傅里叶变换的性质	27
2.6.4 线性时不变系统的频率响应	29
2.7 离散信号的 z 变换	30
2.7.1 z 变换的定义及其收敛域	30
2.7.2 z 变换的性质	32
2.7.3 z 反变换	36
2.7.4 z 变换与傅里叶变换的关系	44
2.8 离散系统的差分方程、系统函数及其零极点	46
2.8.1 离散系统的差分方程	46
2.8.2 离散系统的系统函数	47
2.8.3 系统函数的零极点	48
2.8.4 线性时不变因果系统的稳定性	50
2.9 Matlab 方法	52
2.9.1 常用序列及序列运算的 Matlab 实现	52
2.9.2 离散信号变换的 Matlab 实现	56
习题	62
第 3 章 离散傅里叶变换(DFT)	65
3.1 离散傅里叶级数(DFS)及其性质	65
3.1.1 周期序列 DFS 的推导	65
3.1.2 DFS 的性质	70
3.2 离散傅里叶变换(DFT)及其性质	76
3.2.1 DFT 的导出	76
3.2.2 DFT 的性质	77
3.3 z 变换与 DFT 的关系	84
3.3.1 由 z 变换得到 DFT	84
3.3.2 由 DFT 得到 z 变换	85
3.3.3 频率分辨率	85
3.4 用 DFT 求线性卷积	86
3.4.1 循环卷积与线性卷积的关系	86
3.4.2 用 DFT 求线性卷积	89
3.5 分段卷积	90
3.5.1 重叠相加法	90

3.5.2 重叠保留法	93
3.6 Matlab 方法	95
3.6.1 利用 Matlab 计算信号的 DFT 和 IDFT	95
3.6.2 序列循环移位的 Matlab 实现	97
3.6.3 循环卷积的 Matlab 实现	99
3.6.4 利用 DFT 计算线性卷积的 Matlab 实现	99
3.6.5 分段卷积的 Matlab 实现	101
习题	104
第 4 章 快速傅里叶变换(FFT)	108
4.1 引言	108
4.1.1 DFT 的矩阵表示及其运算量	108
4.1.2 W_N^k 因子的特性	109
4.2 基 2 时间抽选的 FFT 算法	110
4.2.1 算法推导	110
4.2.2 算法特点	113
4.2.3 关于 FFT 算法的计算机程序	114
4.3 基 2 频率抽选的 FFT 算法	116
4.4 快速傅里叶反变换	119
* 4.5 线性调频 z 变换算法	121
4.5.1 基本原理	121
4.5.2 算法的要点	122
4.5.3 算法的特点	125
4.6 实序列的 FFT 的高效算法	126
4.6.1 两个长度相同的实序列	126
4.6.2 一个 $2N$ 点的实序列	128
4.7 Matlab 方法	128
4.7.1 利用 Matlab 计算 FFT	128
4.7.2 用 Matlab 实现有限长序列的 Chirp z 变换	129
习题	133
第 5 章 IIR 数字滤波器的原理及设计	136
5.1 滤波器概述	136
5.1.1 数字滤波器与模拟滤波器	136

5.1.2	两大类数字滤波器	136
5.1.3	数字滤波器的设计步骤	137
5.2	IIR 数字滤波器概述	138
5.2.1	IIR 数字滤波器的差分方程和系统函数	138
5.2.2	IIR 数字滤波器的设计方法	138
5.2.3	借助于模拟滤波器的理论和方法的设计原理	139
5.3	模拟低通滤波特性的逼近	139
5.3.1	Butterworth 低通滤波特性的逼近	140
5.3.2	Chebyshev 低通滤波特性的逼近	143
5.3.3	Cauer 低通滤波特性简介	151
5.3.4	3 种滤波器的比较	152
5.3.5	滤波器图表法设计	153
5.4	冲激响应不变法	155
5.4.1	冲激响应不变法的变换方法	155
5.4.2	模拟滤波器与数字滤波器的频率响应之间的关系	156
5.4.3	z 平面与 s 平面的映射关系	157
5.5	双线性变换法	160
5.5.1	双线性变换关系的导出	160
5.5.2	s 平面与 z 平面的映射关系	163
5.5.3	频率预畸变	163
5.5.4	双线性变换法的特点	164
5.6	数字滤波器的变换	165
* 5.7	IIR 数字滤波器的优化设计	171
5.7.1	误差判别准则	171
5.7.2	最优化算法	175
5.8	Matlab 方法	176
5.8.1	利用 Matlab 实现模拟滤波器的设计	176
5.8.2	冲激响应不变法的 Matlab 实现	182
5.8.3	双线性变换法的 Matlab 实现	183
5.8.4	用 Matlab 实现数字滤波器的设计	184
	习题	190
第 6 章	FIR 数字滤波器的原理及设计	193
6.1	FIR 数字滤波器的差分方程、冲激响应、系统函数及其零极点	193

6.2 线性相位 FIR 滤波器	194
6.2.1 恒延时滤波	194
6.2.2 线性相位 FIR 滤波器满足的条件	194
6.2.3 线性相位 FIR 滤波器的特性	197
6.3 窗口法	202
6.3.1 基本原理	202
6.3.2 对频率响应的影响	203
6.3.3 常用窗函数	206
6.3.4 设计方法小结	210
* 6.4 频率抽样法	214
* 6.5 FIR 数字滤波器的优化设计	216
6.5.1 切比雪夫等波纹逼近	216
6.5.2 加权切比雪夫逼近	217
6.5.3 Remez 交换算法	222
6.6 Matlab 方法	225
6.6.1 用 Matlab 进行基于窗函数的 FIR 数字滤波器的设计	225
6.6.2 用 Matlab 进行等波纹 FIR 滤波器的设计	230
习题	235
第 7 章 数字滤波器的结构	238
7.1 数字网络的信号流图	239
7.1.1 信号流图及其有关概念	239
7.1.2 解代数方程组求节点变量之值	240
7.1.3 化简信号流图求系统函数	242
7.1.4 Mason 公式	244
7.1.5 信号流图的转置	246
7.2 IIR 数字滤波器的结构	247
7.2.1 直接型	247
7.2.2 正准型	250
7.2.3 级联型	251
7.2.4 并联型	253
7.3 FIR 数字滤波器的结构	254
7.3.1 横截型	254
7.3.2 级联型	256

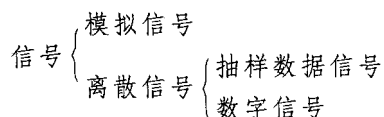
7.3.3 频率抽样型	257
7.4 FIR 数字滤波器与 IIR 数字滤波器的比较	261
7.5 用 Matlab 实现数字滤波器的结构	262
7.5.1 IIR 数字滤波器的结构实现	262
7.5.2 FIR 数字滤波器的结构实现	265
习题	268
第 8 章 数字信号处理中的有限字长效应	272
8.1 概述	272
8.1.1 数字系统与有限字长效应	272
8.1.2 关于数的表示	273
8.1.3 量化误差	273
8.2 A/D 变换的字长效应	274
8.2.1 量化效应的统计分析	274
8.2.2 线性时不变系统对量化噪声的响应	275
8.3 乘积误差的影响	276
8.3.1 IIR 滤波器中乘积误差的影响	276
8.3.2 FIR 滤波器中乘积误差的影响	282
8.4 系数的量化效应	283
8.5 极限环振荡	285
习题	287
附录	290
A1 常用的数学知识	290
A1.1 傅里叶变换	290
A1.2 特殊函数	291
A2 LTI 系统因果性的充分必要条件的证明	295
A3 复变函数中的一个积分的计算	296
A4 双线性变换法 s 平面与 z 平面的映射关系推导	297
A5 本书所用的符号、术语以及英文缩写词一览表	299
参考文献	301

注:目录中有“*”号的是选学的内容。

第 1 章 数字信号处理概述(绪论)

1.1 信号的分类

电信号可以用它随时间变化的电压大小来表示,也可以用它随时间变化的电流大小来表示,无论是用电压还是电流来表示,都可以这样来分类:



模拟信号(的电压或者电流)是时间的连续函数,在规定的时间内的任意时刻信号都有一定的数值(幅值),而且此数值是在一定的范围内随时间连续变化的。如脉冲信号、三角形信号、正弦信号、语音信号等都是模拟信号,如图 1.1 所示。

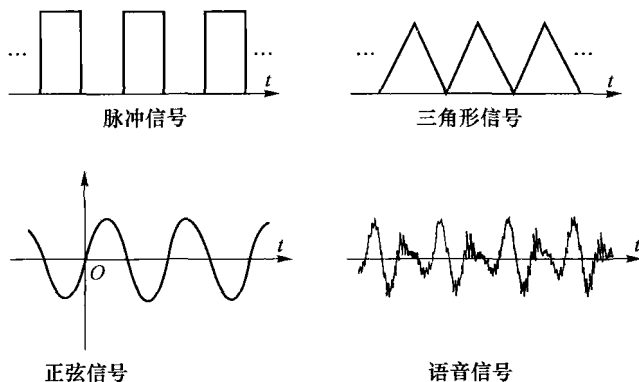


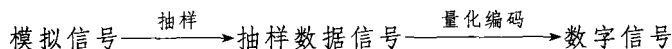
图 1.1 模拟信号

离散信号只在一组特定的时刻有数值,在其他时间数值为零,因此离散信号又叫离散时间信号。若离散信号的幅值在一定范围内可连续取值,则为抽样数据信号;将抽样数据信号的幅值量化并变为二进制数码序列,则为数字信号。因此,抽样数据信号在时间上是离散的,而其幅值是可以连续变化的;而数字信号在时间上是离散的,其幅值也不能够连

续变化。

例如一个模拟信号,如图 1.1 中所示的正弦信号,假设它可以表示为函数 $f(t)=8\sin \Omega_0 t$,显然, $f(t)$ 不仅是时间的连续函数,而且其幅值的大小也是在一定的范围内(8 与 -8 之间)连续变化的。如果对此信号进行抽样,也即每隔一定的时间间隔抽取一数值,则得到一个数据序列,此时的信号在时间上是离散的,但其幅值大小仍可以在 8 和 -8 之间任意取值,这就是抽样数据信号。抽样数据信号又叫做抽样信号或取样信号或采样信号。如果对抽样信号进行量化编码,比如采用 4 bit 线性编码来处理上述抽样信号,即每个样值用 4 位二进制码表示,则其取值只能为 7,6, ..., 1,0, -1, ..., -8,这就是数字信号。也就是说,数字信号在时间上和数值上都是离散的。

综上所述,有:



1.2 数字信号处理

数字信号处理是研究如何用数字或符号序列来表示信号以及如何对这些序列进行处理的一门学科。大家知道,模拟信号的特征是用波形来描述的,而离散信号实际上是一串数据,是一个数字序列,这是它与模拟信号的根本区别,因此,对数字信号的处理肯定与模拟信号处理不同。数字信号既然是数据序列,其处理实际上就是进行各种数学运算,如加、减、乘以及各种逻辑运算等。

这里应该说明,本书虽然叫做“数字信号处理基础”,但是确切地说,实际上在第四部分之前,讲的都是抽样数据信号的处理,或者说是“离散时间信号处理”。因为在第四部分之前的内容,都只是涉及信号在时间上是离散的这一特征,并没有涉及数值上离散的特征。至于真正的数字信号在数值上也离散的特征所产生的影响,就是在第四部分或者说第 9 章中所讨论的由于量化编码所产生的有限字长效应问题,这就是说,在“离散时间信号处理”的基础上再考虑有限字长的影响,就是所谓的“数字信号处理”。

1.3 数字信号处理的优越性

对信号进行数字处理与进行模拟处理相比较,有以下一些优越性。

1. 精度高

对模拟信号的处理,是用由电感、电容、电阻等元件所组成的模拟系统来实现的,而模

拟元件精度达到 10^{-3} 已经很不容易了。若将模拟信号数字化以后进行处理,在数字系统中 17 位字长可达到 10^{-5} 的精度,而目前在计算机和微处理器中,采用 16 位、32 位的运算器和存储器已经很普遍了,再配合适当编程或采用浮点算法,达到相当高的精度是不成问题的。因此,在一些要求高精度的系统中,甚至只能采用数字技术,如高保真度的 CD 音乐光盘、高清晰度的数字电视系统等。

2. 可靠性高

模拟系统中各种参数受温度、环境影响较大,因而易出现感应、杂散效应,甚至震荡等;而数字系统受温度、环境影响较小。模拟信号受到干扰即产生失真,而数字信号由于只有两种状态,因此,所受的干扰只要在一定范围以内,就不会产生影响,这就是说,数字信号抗干扰能力强。另外,如果用数字信号进行传输,在中继站还可以对畸变了的脉冲波形进行整形,并使其再生。总的说来,信号的数字处理可靠性高。

3. 灵活性强

一个数字系统的性能主要取决于各乘法器的系数,而这些系数存放于系数存储器中,只需对这些存储器输入不同的数据,就可以改变系统参数从而得到不同性能的系统。数字信号的灵活性还表现在可以利用一套设备同时处理多路相互独立的信号,即所谓的“时分复用”,这在数字电话系统中是非常有用的技术。

4. 便于大规模集成化

数字部件具有高度的规范性,易于实现大规模集成化。

5. 数字信号便于加密处理

由于数字信号实际上为数据序列,因此便于加密运算处理。

6. 对于低频信号尤其优越

处理低频信号的模拟元件如电感、电容等一般都体积较大、制作不易、使用不便而且成本较高。如果转换成数字信号来进行处理,由于频率低,对数字部件的速度要求不高,因而是很容易实现的。

数字处理当然也有其局限性,大家在后面学了抽样定理后就会知道,所处理的信号频率越高。对处理系统所要求的工作速度也就越高,目前,数字系统的速度还不能达到实时处理很高频率信号(如射频信号)的要求。但是,随着大规模集成电路、高速数字计算机的发展,尤其是微处理器的发展,数字系统的速度将会越来越高,数字信号处理也会越来越显示出其优越性。数字技术正在取代传统的模拟技术,日益广泛地应用于数字通信、图像传输、自动控制、遥感技术、雷达技术、电子测量技术、生物医学工程以及地震学、波谱学、震动学等许多领域。

1.4 数字信号处理的 3 种方式

数字信号既然是一串数据序列,因此,对数字信号的处理就是运算。常用的有 3 种运算:相加、相乘和延迟。这些运算既可以用硬件电路来实现,又可以用软件编程来实现,实际上有以下 3 种处理方式。

1. 软件处理

就是对所需要的运算编制程序,然后在数字计算机上实现。软件处理灵活、方便,但是总的说来速度较慢,一般用在不要求实时处理的情况,甚至也可以将需要处理的数据存储起来,在适当的时候再调出来进行计算。

2. 硬件处理

就是用加法器、乘法器、延时器以及它们的各种组合来构成数字电路,以实现所需要的运算。硬件处理显然不如软件处理方便灵活,但是处理速度快,能够对数字信号进行实时处理。

3. DSP(数字信号处理器)方式

近年来日益广泛采用的各种数字信号处理器(如 TI 的 TMS320 系列)可以认为是软硬件处理方式的结合,这种处理是用数字信号处理芯片以及存储器来组成硬件电路,所需要的运算靠特定的汇编语言编程来实现。因此,采用 DSP 既方便灵活,一般又能做到实时处理。近年来,DSP 技术发展得非常迅速,其性能越来越高,运行速度也越来越快,已经日益广泛地应用于包括通信在内的各个领域之中。

1.5 数字信号处理的两大方法

由于数字信号本身的特点以及高速数字计算机和微处理器的应用,使得一些数字信号处理算法应运而生,其中最突出的是快速傅里叶变换和数字滤波这两大方法。

快速傅里叶变换是离散傅里叶变换的快速算法,可以用来对信号进行频谱分析,也可以用来计算离散系统的输出响应。

数字滤波是对输入数字信号进行一系列数字相加、乘以常数以及时延(或者叫延迟)等运算,结果得到满足一定要求的输出数字信号。这里所谓的数字滤波和模拟信号的滤波有相同的意义,即在输出信号中保留所需要的频率成分,而滤除其他的频率成分。

第 2 章 离散系统的性质和离散信号的变换

本章的一些内容在“信号与系统”课程中已经学过,但是考虑到本章的内容是离散信号处理的基础,是非常重要的,因此,有必要对已有的知识拓展和加深,使其更加系统和完善。本章所涉及的一些数学知识请参看附录 A1。

2.1 抽样和内插

信号的数字处理与模拟处理相比有许多优点,但是在实际问题中,要进行处理的往往是模拟信号。因此,进行数字处理的第一个问题就是要将其离散化(抽样),然后进行量化编码,再对得到的数字信号进行处理。数字处理的结果最后要由离散信号恢复成连续信号。将模拟信号(连续信号)离散化的过程叫抽样或取样,将离散信号变为连续信号(模拟信号)的过程叫内插。模拟信号与数字信号之间的相互转换过程如图 2.1 所示,本节只讨论其中的抽样和内插这两个问题,关于 A/D 变换(量化编码)过程和 D/A 变换过程请参阅对之详细讲解的书。

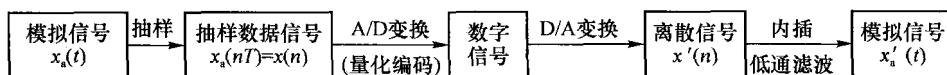


图 2.1 模拟信号与数字信号之间的相互转换

图 2.1 中,D/A 变换之后的离散信号标记为 $x'(n)$ 是为了与 $x(n)$ 区分开来,因为实际上这两个离散信号之间是有差别的, $x'(n)$ 包含有在对 $x(n)$ 进行量化编码时所产生的量化误差。由此,内插后所恢复的模拟信号 $x'_a(t)$ 也与原来的模拟信号 $x_a(t)$ 不完全相同。

2.1.1 抽样

将连续信号变为离散信号最常用的方法是等间隔抽样,即每隔固定时间 T_s 抽取一个信号值,如图 2.2 所示。其中 T_s 称为抽样周期,其倒数为抽样频率,即 $f_s = 1/T_s$,而

$\Omega_s = 2\pi f_s = 2\pi/T_s$ 则为抽样角频率。

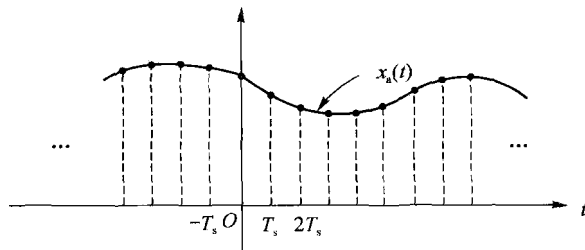


图 2.2 模拟信号的抽样

抽样过程所得到的 $x_a(nT)$ 是 $x_a(t)$ 每隔一定时间的抽样值序列, 在每两个相邻的样点之间, 可以用各种不同的曲线来连接。那么, 由 $x_a(nT)$ 能否确定并恢复出 $x_a(t)$ 呢? 在下面将会看到, 只要满足一定的条件, 离散信号 $x_a(nT)$ 就可以按照一定的方式恢复出 $x_a(t)$ 来。

抽样定理回答了在什么条件下可以唯一确定地恢复出 $x_a(t)$ 。

抽样定理 设 f_m 是一模拟信号 $x_a(t)$ 频谱的最高频率, 当对 $x_a(t)$ 进行抽样时, 只要抽样频率 f_s 等于或大于 $2f_m$, 就可以由抽样序列 $x_a(nT)$ 来唯一准确地恢复出 $x_a(t)$ 。

如果从时域和频域两个方面来分析抽样过程, 就会清楚地看到, 为什么只要满足了抽样定理的条件, 所得到的抽样序列就能唯一确定出原来的连续信号, 并由此可以知道恢复原来信号的基本方法。

首先进行时域分析。设 $x_a(t)$ 为一个限带信号, 其最高频率为 Ω_m 。容易看出, 将 $x_a(t)$ 抽样实际上就是使 $x_a(t)$ 与抽样函数 $p(t)$ 相乘, 如图 2.3 所示。相乘结果(抽样信号)以 $\hat{x}_a(t)$ 表示。

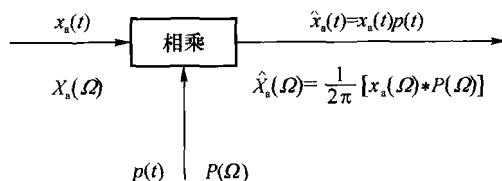


图 2.3 抽样过程的数学模型

由于抽样函数 $p(t) = \frac{1}{T_s} \text{comb}\left(\frac{t}{T_s}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$, 这里抽样周期 T_s 也就是抽样函数 $p(t)$ 这个周期函数的周期, 于是

$$\hat{x}_a(t) = x_a(t)p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_a(t)\delta(t - nT_s)$$